

بِسْمِ اللَّهِ

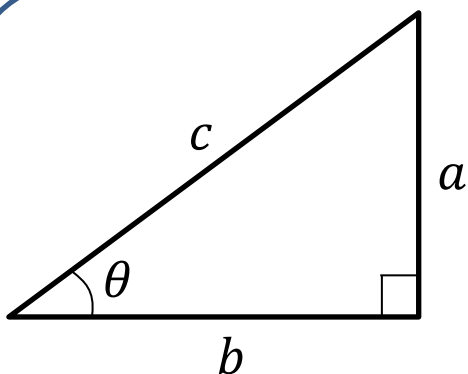
فصل دوم : مثلثات

همراه داشتن جزوه در کلاس اجباری است





$$\left\{ \begin{array}{l} \sin x \\ \cos x \\ \tan x \\ \cot x \end{array} \right. \quad \boxed{\text{زاویه}} \Rightarrow \boxed{\text{عدد}}$$



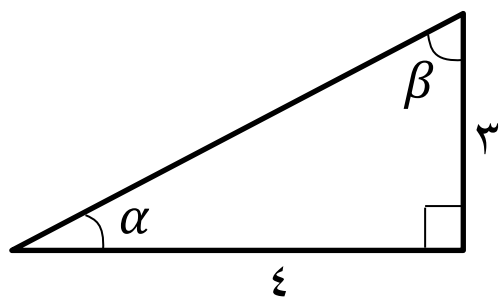
$$\sin \theta =$$

$$\cos \theta =$$

$$\tan \theta =$$

$$\cot \theta =$$

۱- با توجه به شکل مقابل عبارتهای زیر را محاسبه کنید.



$$۱) \sin \alpha =$$

$$۲) \tan \alpha =$$

$$۳) \cos \beta =$$

$$۴) \cot \beta =$$

$$۵) \cot \alpha =$$

$$۶) \cos \alpha =$$



۲- نسبت های مثلثاتی زاویه ۴۵ درجه را بیابید.

پاسخ: ()

۳- چرا در مثلث قائم الزاویه با زاویه ۳۰ درجه، ضلع مقابل به زاویه ۳۰ درجه نصف وتر است؟

پاسخ: ()

۴- چرا نسبت های مثلثاتی زاویه ۳۰ و ۶۰ را بیابید.

پاسخ: ()



مثلات



α	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\tan \alpha$	$\cot \alpha$
۴۵				
۳۰				
۶۰				

۵- نشان دهید $\cos 60^\circ = \cos^2 30^\circ - \sin^2 30^\circ$

پاسخ: ()

نکته: زاویه های متمم



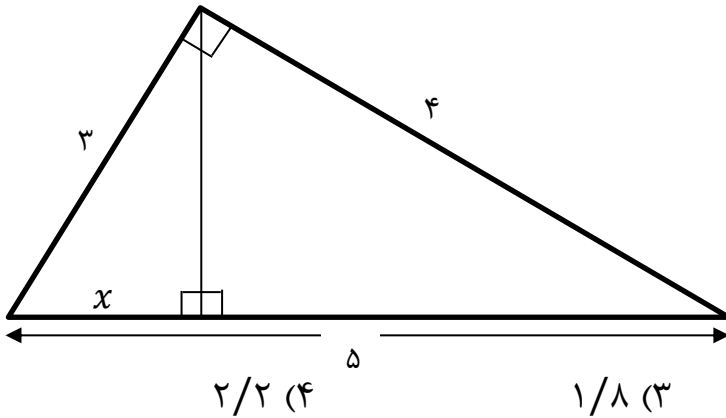
۶- حاصل $\tan 10^\circ \cdot \tan 40^\circ \cdot \tan 50^\circ \cdot \tan 80^\circ$ کدام است؟

پاسخ: ()

نکته: ضلع مقابل به زاویه 30° درجه

ضلع مقابل به زاویه 60° درجه

۷- در شکل زیر مقدار x کدام است؟



۱/۵ (۲)

۱/۲ (۱)

پاسخ: ()

۸- نردبانی به طول ۱۰ به دیوار تکیه داده شد، زاویه ای که نردبان با زمین می سازد 40° درجه است، فاصله

نوک نردبان از زمین چقدر است؟ ($\cos 40^\circ = 0.8$)

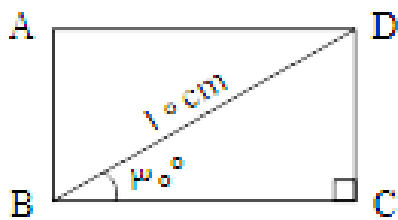
پاسخ: ()



مثلات



۹- در شکل زیر. محیط مستطیل $ABCD$ کدام است؟



(۴) $10(1 + \sqrt{3})$

(۳) $5\sqrt{3}$

(۲) $5(1 + \sqrt{3})$

(۱) $10\sqrt{3}$

پاسخ: ()

۱۰- حاصل عبارت $A = \frac{1 + \tan^2 60^\circ + \sin^2 60^\circ}{\cot 45^\circ + \cos^2 30^\circ}$ کدام است؟

(۴) $\frac{7}{4}$

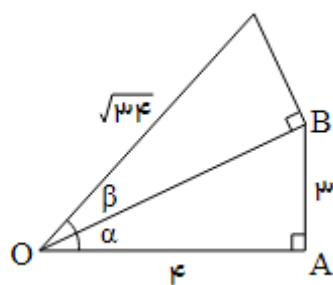
(۳) $\frac{3 + 2\sqrt{3}}{4}$

(۲) $\frac{1 + 2\sqrt{3}}{3}$

(۱) $\frac{19}{7}$

پاسخ: ()

۱۱- با توجه به شکل زیر، حاصل $\tan \alpha + \cot \beta$ کدام است؟



(۲) $\frac{13}{25}$

(۱) $\frac{27}{20}$

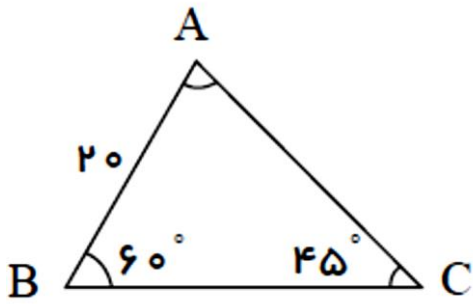
(۴) $\frac{29}{12}$

(۳) $\frac{29}{15}$

پاسخ: ()



۱۲- در شکل مقابل طول ضلع AC کدام است؟



۲) $20\sqrt{2}$

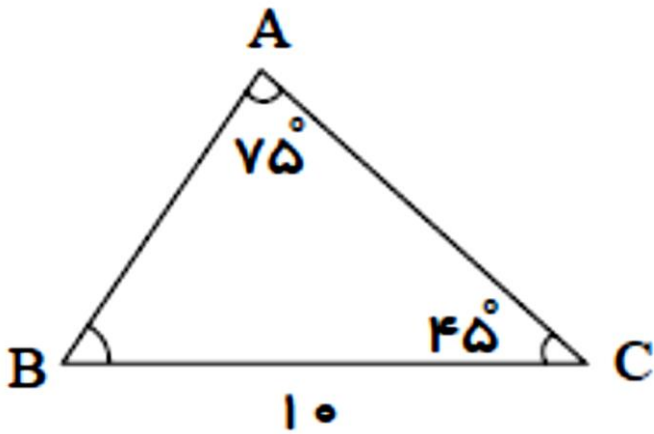
۱) $20\sqrt{3}$

۴) $10\sqrt{6}$

۳) $20\sqrt{6}$

پاسخ: ()

۱۳- در شکل مقابل طول ضلع AC کدام است؟



۲) $5(\sqrt{3} + 1)$

۱) $5(\sqrt{3} - 1)$

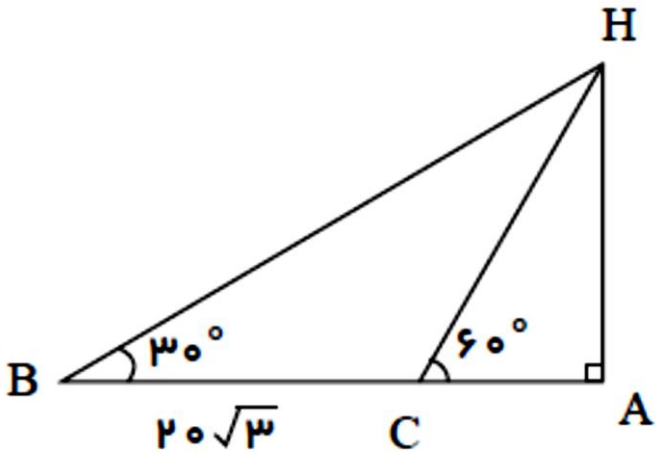
۴) $5\sqrt{6}(\sqrt{3} + 1)$

۳) $5\sqrt{6}(\sqrt{3} - 1)$

پاسخ: ()



۱۴- در شکل مقابل اندازه ی AH کدام است؟

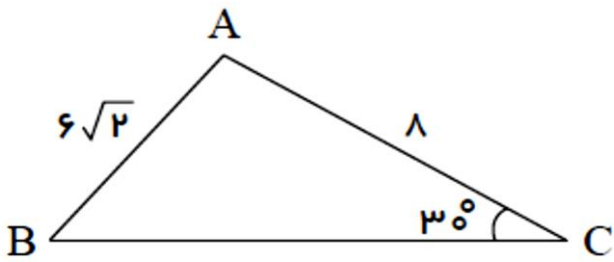


۶۰ (۱) ۲۰ (۲)

۳۰ (۳) ۴۰ (۴)

پاسخ: ()

۱۵- در شکل مقابل مساحت مثلث ABC کدام است؟



۸*sqrt(3) (۱) ۲*(sqrt(14) + ۲*sqrt(3)) (۲)

۴*sqrt(3) (۴) ۴*(sqrt(14) + ۲*sqrt(3)) (۳)

پاسخ: ()



۱۶- نشان دهید اگر دو ضلع مثلثی a و b و زاویه بین دو ضلع α باشد، مساحت آن برابر است با $\frac{1}{2}ab\sin\alpha$ است.

پاسخ: ()

نکات مثلث متساوی الاضلاع و ۶ ضلعی منتظم

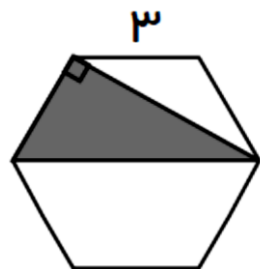
۱۷- مساحت مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع ۳ را محاسبه کنید.

پاسخ: ()



۱۸- مساحت شش ضلعی منتظمی به ضلع ۲ را محاسبه کنید.

پاسخ: ()



۱۹- مساحت قسمت هاضور خورده در شش ضلعی منتظم مقابل چقد راست؟

(۱) $\frac{9}{2}$

(۳) ۳

(۲) $\frac{9\sqrt{3}}{2}$

(۴) $3\sqrt{3}$

پاسخ: ()

۲۰- در مثلث ABC زاویه B حاده بوده و $AB = 8$ و $BC = 13$ است. در صورتی که مساحت مثلث

$26\sqrt{3}$ باشد. اندازه ی زاویه B چقدر است؟

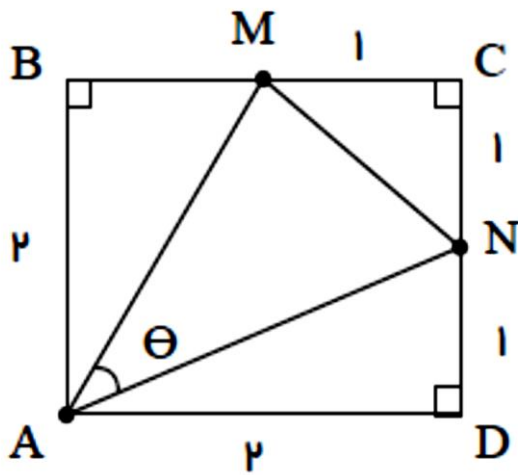
(۴) ۷۵

(۳) ۶۰

(۲) ۴۵

(۱) ۳۰

پاسخ: ()



۲۱- با توجه به شکل مقابل $\sin \theta$ چقدر است؟

$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

$\frac{2}{5}$ (۴)

$\frac{3}{5}$ (۳)

پاسخ: ()

۲۲- در شکل زیر، مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت

مثلث ADE است؟

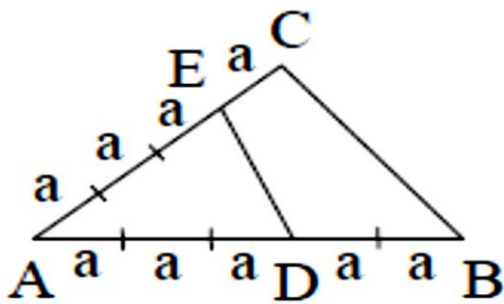
$\frac{1}{2}$ (۲)

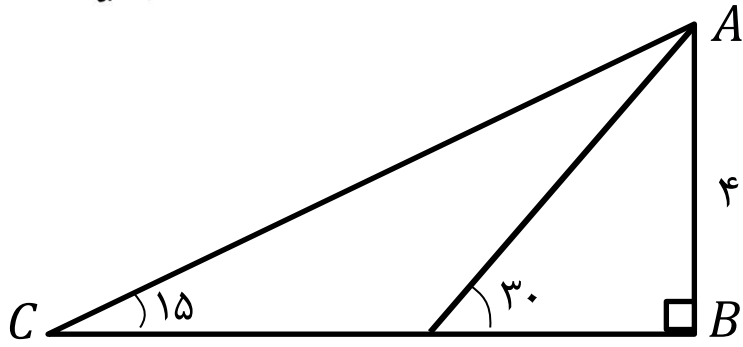
$\frac{20}{9}$ (۱)

$\frac{4}{5}$ (۴)

$\frac{3}{5}$ (۳)

پاسخ: ()





۲۳- طول BC کدام است؟

(۲) $۸\sqrt{۳}$

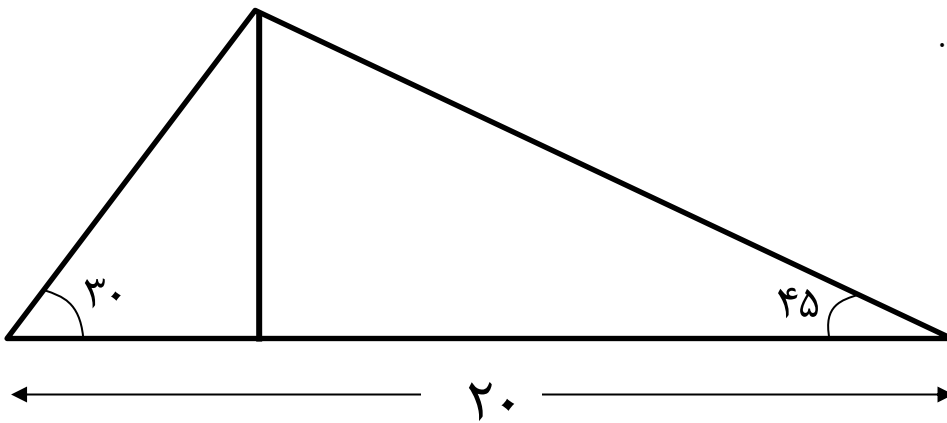
(۱) ۸

(۴) $۴ + ۴\sqrt{۳}$

(۳) $۸ + ۴\sqrt{۳}$

پاسخ: ()

۲۴- ارتفاع درخت روبرو را بیابید.





$$۱) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = ۱$$

$$۲) \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$۳) ۱ + \tan^2 \alpha = \quad ۱ + \cot^2 \alpha =$$



$$۴) (\sin \alpha \pm \cos \alpha)^2 =$$

۲۵- در یک مثلث قائم الزاویه $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ است $\cot \alpha$ را بیابید.

پاسخ: ()

۲۶- در یک مثلث قائم الزاویه $\tan \alpha = \frac{12}{5}$ است $\sin \alpha$ را بیابید.

پاسخ: ()



۲۷- اگر $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{3}$ باشد، $\sin \alpha + \cos \alpha$ را بیابید.

پاسخ: ()

۲۸- اگر $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{3}$ باشد، $\sin \alpha + \cos \alpha$ را بیابید.

پاسخ: ()

۲۹- حاصل $(\sin x - \cos x)^2 + (\sin x + \cos x)^2$ را بیابید.

پاسخ: ()

۳۰- اگر $\sin x - \cos x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ آنگاه حاصل $\sin x \cos x$ کدام است؟

$$\frac{2}{8} (۴)$$

$$\frac{1}{4} (۳)$$

$$\frac{2}{3} (۲)$$

$$\frac{1}{3} (۱)$$

پاسخ: ()



۳۱- عبارت های زیر را ساده کنید.

الف) $\frac{1 + \tan \alpha}{1 + \cot \alpha}$

ب) $\left(\frac{1}{\cos \theta} + \tan \theta \right) (1 - \sin \theta)$

ج) $\frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} + \frac{\cot^2 \alpha}{1 + \cot^2 \alpha}$

د) $\sin \alpha \left(\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} \right)$



۳۲- ثابت کنید: $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$

پاسخ: ()

۳۳- حاصل $\sin^2 75^\circ + \sin^2 15^\circ + 1$ را بیابید.

پاسخ: ()

۳۴- ثابت کنید: $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$

پاسخ: ()

یادآوری چند اتحاد:

۱) $(a \pm b)^2 =$

۲) $a^2 - b^2 =$

۳) $a^3 \pm b^3 =$ چاق - لاغر

۴) $(a + b)^3 =$ مکعب کامل



۳۵- ثابت کنید: $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = 1 - 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$

پاسخ: ()

۳۶- اگر $\sin x + \cos x = \frac{1}{4}$ آنگاه حاصل عبارت های زیر را بیابید.

الف) $\sin x \cos x$

ب) $|\sin x - \cos x|$

ج) $\sin^3 x + \cos^3 x$

پاسخ: ()



۳۷- اگر $\tan \theta = \frac{a+3}{b}$ و $\cot \theta = \frac{2}{a-1}$ باشد، کدام رابطه بین a و b برقرار است؟

$$a = \frac{b+6}{b-2} \text{ (۴)}$$

$$b = \frac{a^2+2a-3}{2} \text{ (۳)}$$

$$a = \frac{b+3}{b} \text{ (۲)}$$

$$b = \frac{a+3}{a-1} \text{ (۱)}$$

پاسخ: ()

۳۸- اگر $\tan x + \cot x = \frac{3}{2}$ باشد، حاصل $\tan^2 x + \cot^2 x$ کدام است؟

$$2 \text{ (۴)}$$

$$\frac{3}{4} \text{ (۳)}$$

$$\frac{1}{4} \text{ (۲)}$$

$$\frac{9}{4} \text{ (۱)}$$

پاسخ: ()

۳۹- اگر $\frac{1}{\sin x} - \cot x = 2$ باشد، حاصل $\frac{1}{\sin x} + \cot x$ کدام است؟

پاسخ: ()



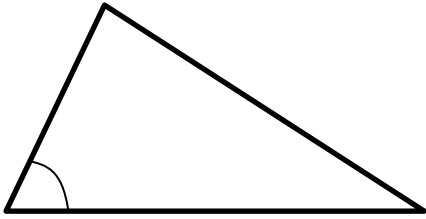
کاربردهای مثلثات در مثلث

$$S = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعدہ}}{۲}$$

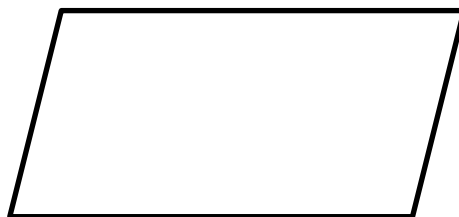
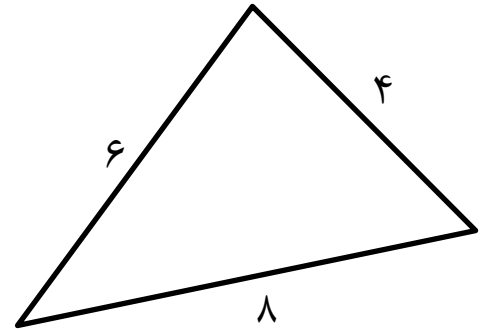
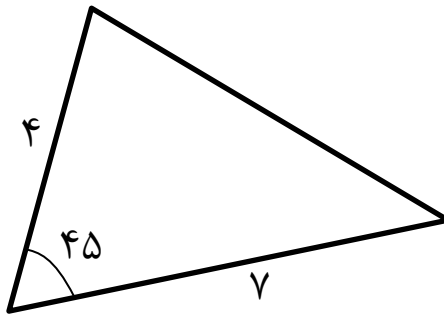
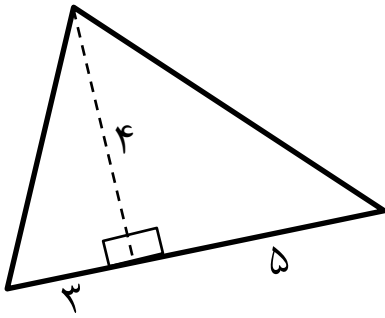
$$S = \frac{۱}{۲} absin\alpha$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

مساحت مثلث



۴۰- مساحت مثلث های زیر را بیابید.



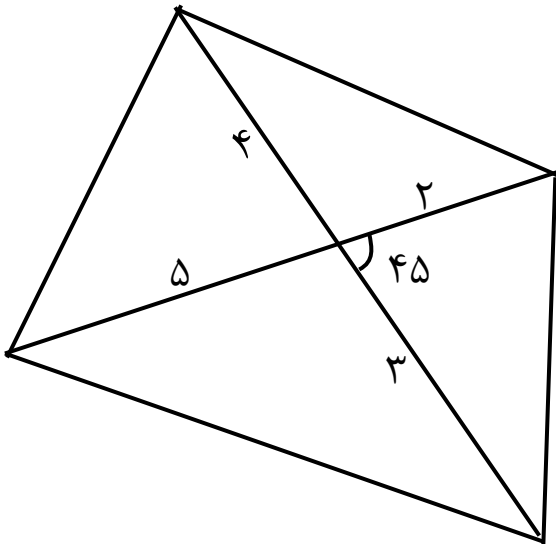
مساحت متوازی الاضلاع



۴۱- اگر طول قطرهاى چهار ضلعى d و d' باشد و زاویه بین آنها α باشد مساحت برابر
 $S = \frac{1}{2} dd' \sin \alpha$ است.

پاسخ: ()

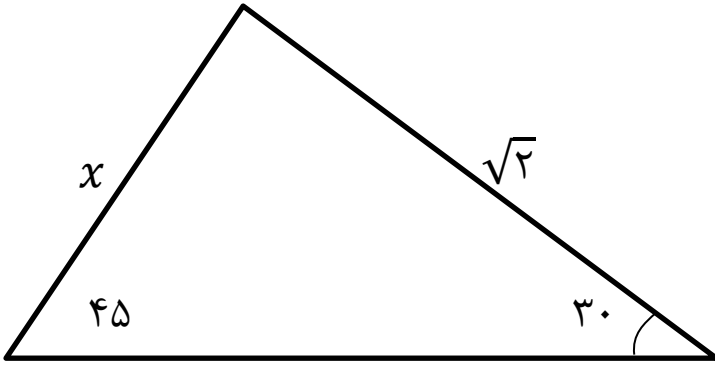
۴۲- مساحت شکل روبرو را بیابید.



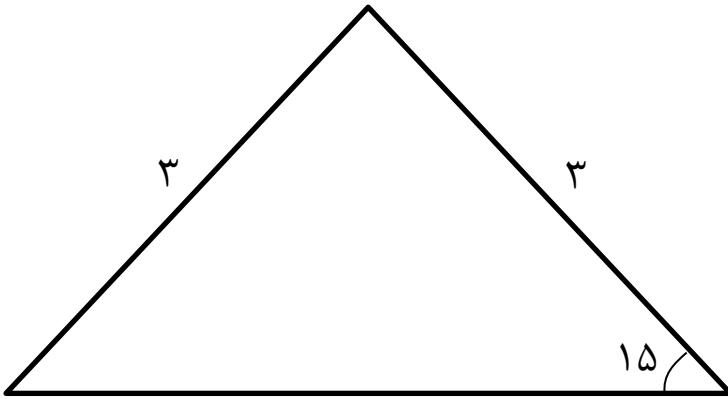
قضیه سینوس ها: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$



۴۳- مقدار x را بیابید.

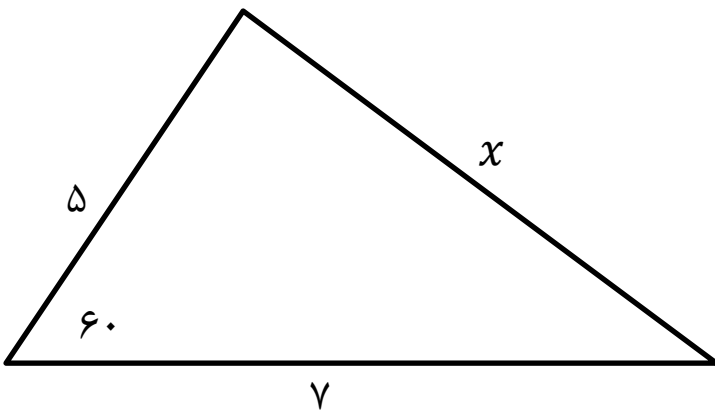


۴۴- مساحت مثلث متساوی الساقین زیر را بیابید.



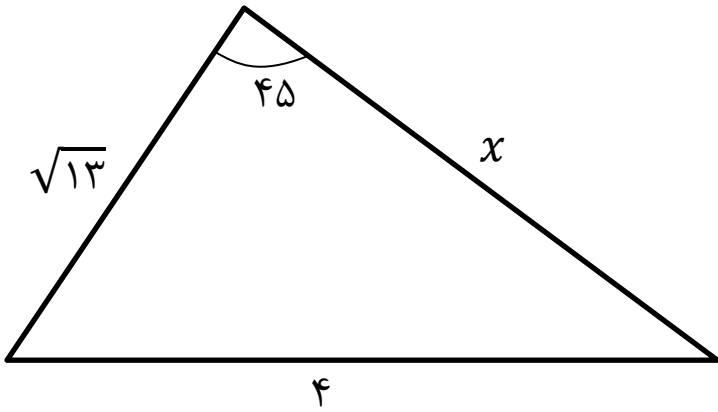
قضیه کوسینوس ها: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha$

۴۵- مقدار x را بیابید.



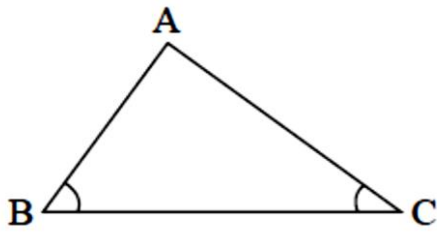


۴۶- مقدار x را بیابید.



۴۷- در شکل زیر، $\sin B = \frac{2}{3}$ و $AB = 30$ و $\cos C = \frac{3}{5}$ در

این صورت طول AC کدام است؟



۲۵(۲)

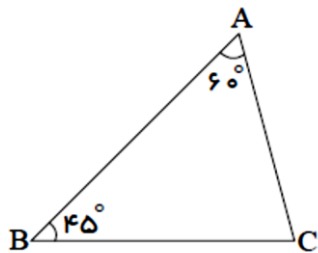
۲۰(۱)

۴۰(۴)

۳۵(۳)

پاسخ: ()

۴۸- در شکل زیر، $AC = 10\sqrt{3}$ باشد، آنگاه اندازه ضلع BC کدام است؟



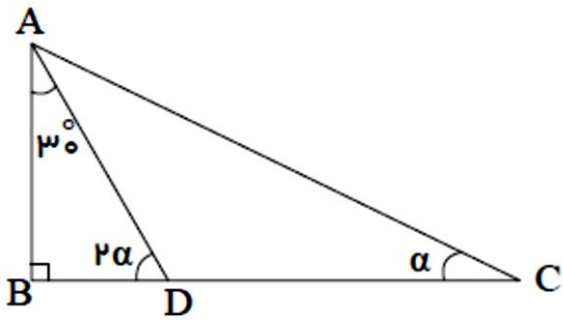
$15\sqrt{2}$ (۲)

۱۵(۱)

۲۰(۴)

$15\sqrt{3}$ (۳)

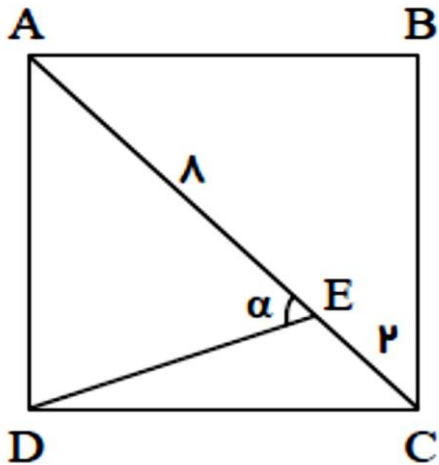
پاسخ: ()



۵۲- در شکل زیر اگر $AD = DC$ باشد، حاصل $\frac{S_{ADC}}{S_{ABD}}$ کدام است؟

- (۱) ۲
- (۲) ۴
- (۳) $4\sqrt{3}$
- (۴) $2\sqrt{3}$

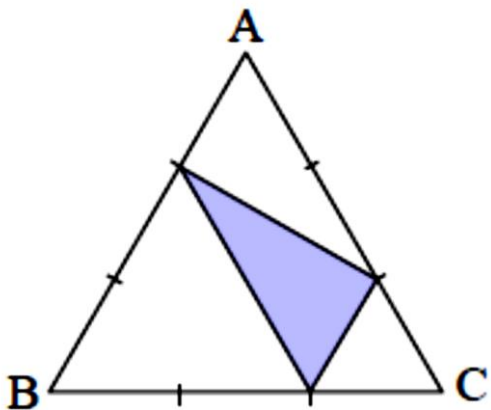
پاسخ: ()



۵۳- اگر $ABCD$ یک مربع باشد، آنگاه $\tan \alpha$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$
- (۲) $\frac{1}{2}$
- (۳) $\frac{5}{2}$
- (۴) $\frac{4}{2}$

پاسخ: ()



۵۴- در شکل زیر، هر ضلع مثلث متساوی الاضلاع ABC را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده ایم، مساحت ناحیه سایه زده چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟

- (۱) $\frac{5}{12}$
- (۲) $\frac{2}{9}$
- (۳) $\frac{1}{4}$
- (۴) $\frac{4}{9}$

پاسخ: ()



مثلات



۵۵- (سراسری ۹۲) در متوازی الاضلاع اندازه ی دو قطر ۱۲ و ۸ واحد و زاویه ی بین دو قطر ۱۳۵ درجه است. مساحت متوازی الاضلاع چند برابر $\sqrt{2}$ است؟

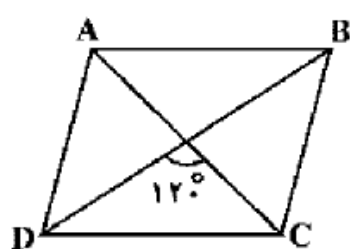
۳۶(۴)

۳۲(۳)

۲۴(۲)

۱۸ (۱)

پاسخ: ()



۵۶- در متوازی الاضلاع $ABCD$ اندازه ی قطرهای ۱۲ و ۶ و زاویه بین دو قطر ۱۲۰ درجه است. مساحت مثلث ACD کدام است؟

$9\sqrt{3}$ (۲)

$18\sqrt{3}$ (۱)

۹(۴)

۱۸(۳)

پاسخ: ()

۵۷- مساحت مثلثی به طول اضلاع ۱۲، ۹ و ۷ واحد کدام است؟

$14\sqrt{5}$ (۴)

$12\sqrt{5}$ (۳)

$14\sqrt{3}$ (۲)

$15\sqrt{2}$ (۱)

پاسخ: ()



۵۸- اگر طول اضلاع یک متوازی الاضلاع ۲ و ۴ و مساحت آن $4\sqrt{3}$ باشد، طول قطر کوچک آن کدام است؟

$$4\sqrt{3} (4)$$

$$4 (3)$$

$$2 (2)$$

$$2\sqrt{3} (1)$$

پاسخ: ()

۵۹- در مثلث ABC داریم $a^2 \cos^2 B + b^2 \sin^2 A = 3$ اندازه BC کدام است؟

$$3\sqrt{3} (4)$$

$$9 (3)$$

$$\sqrt{3} (2)$$

$$3 (1)$$

پاسخ: ()

۶۰- در مثلث قائم الزاویه ای سینوس زاویه حاده ای برابر $\frac{1}{3}$ است و همچنین وتر آن برابر ۵ است، مساحت آن کدام است؟

$$\frac{1}{3}\sqrt{2} (4)$$

$$\frac{5}{9}\sqrt{2} (3)$$

$$\frac{25}{9}\sqrt{2} (2)$$

$$25\sqrt{2} (1)$$

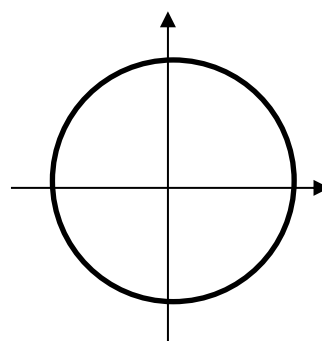
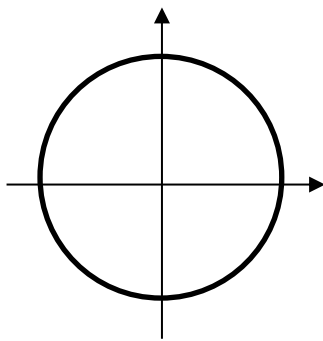
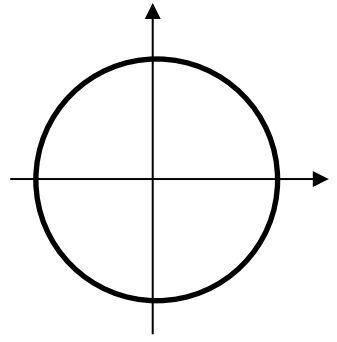
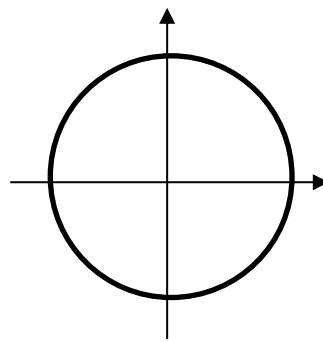
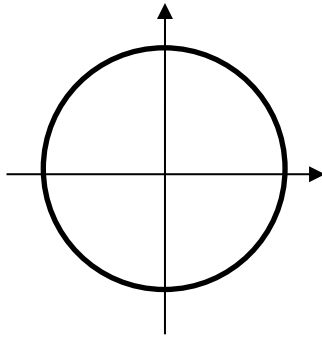
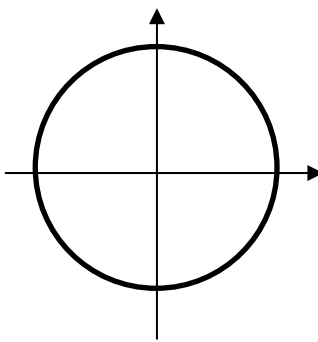
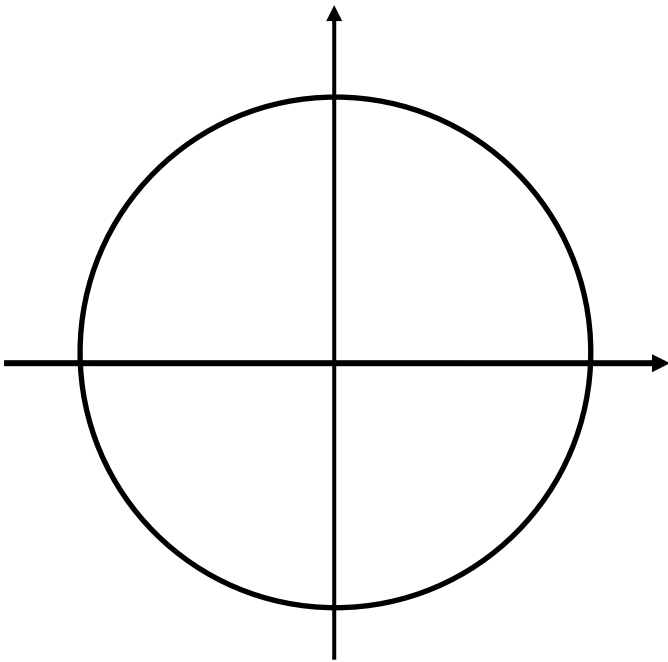
پاسخ: ()



دایره مثلثاتی : شعاع = یک

محور x ها :

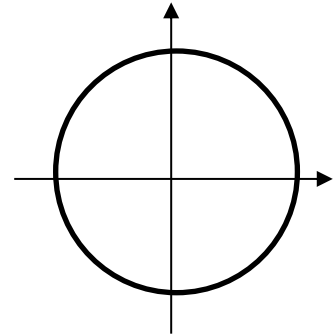
محور y ها :



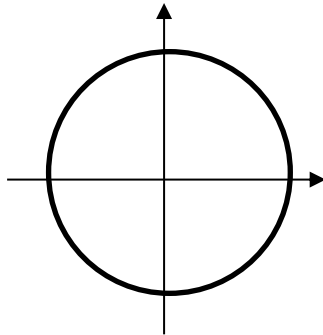


۶۱- زاویه های زیر را بر روی دایره مثلثاتی مشخص کنید.

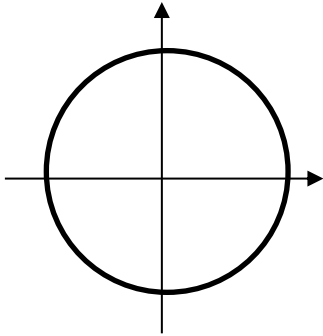
الف) $+60^\circ$



الف) -120°



ج) $+420^\circ$

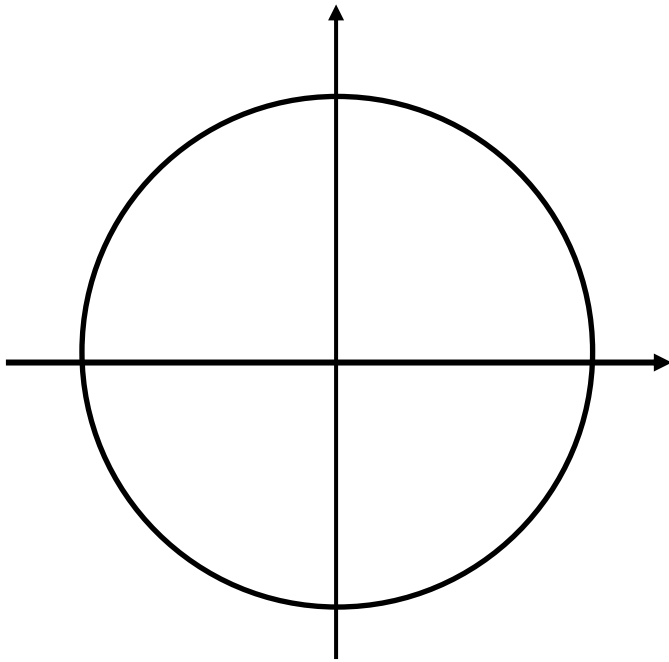


د) -900°

ه) 7053°

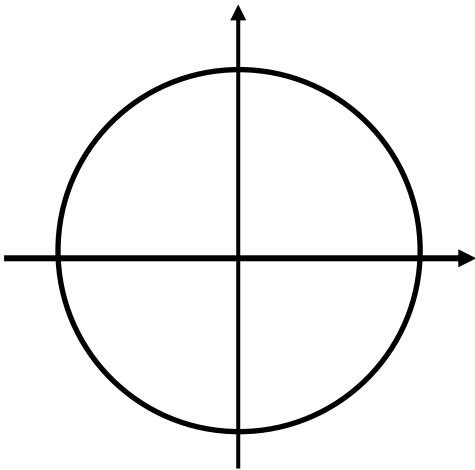


توجه : هر نقطه ای در دایره مثلثاتی نقطه ای را نشان می دهد.

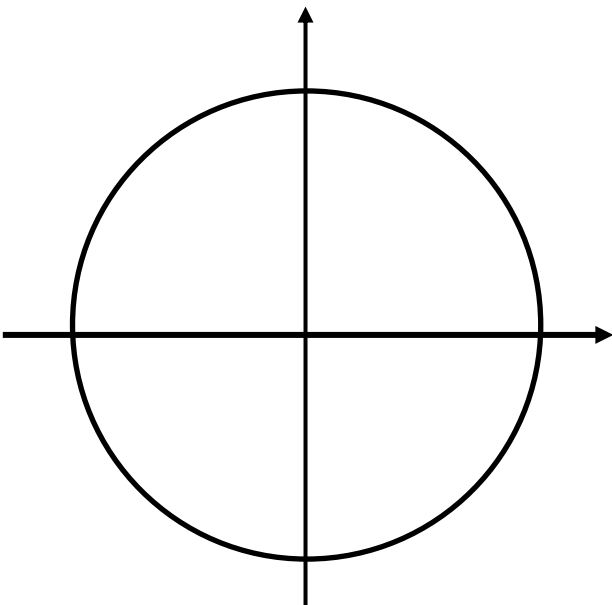


زاویه	نقطه

توجه : علامت نقاط در ناحیه های مختلف

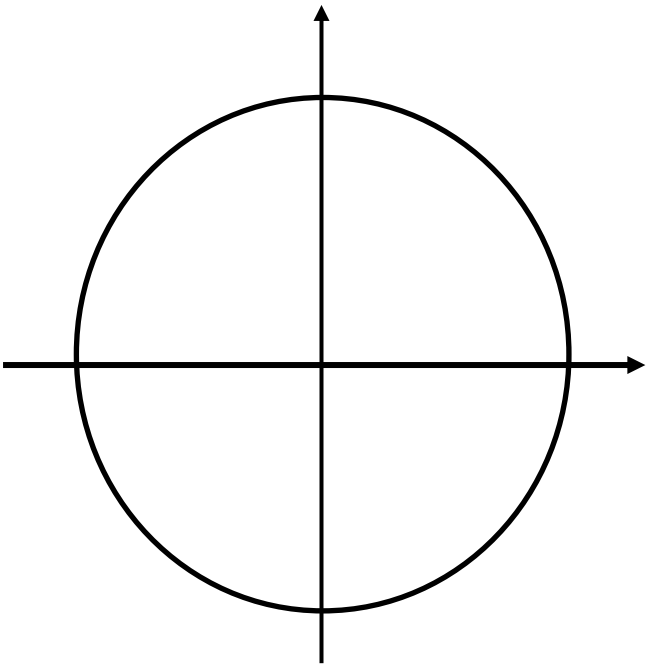


توجه : تعریف سینوس و کوسینوس در دایره مثلثاتی





توجه: محاسبه سینوس و کوسینوس زوایای اصلی



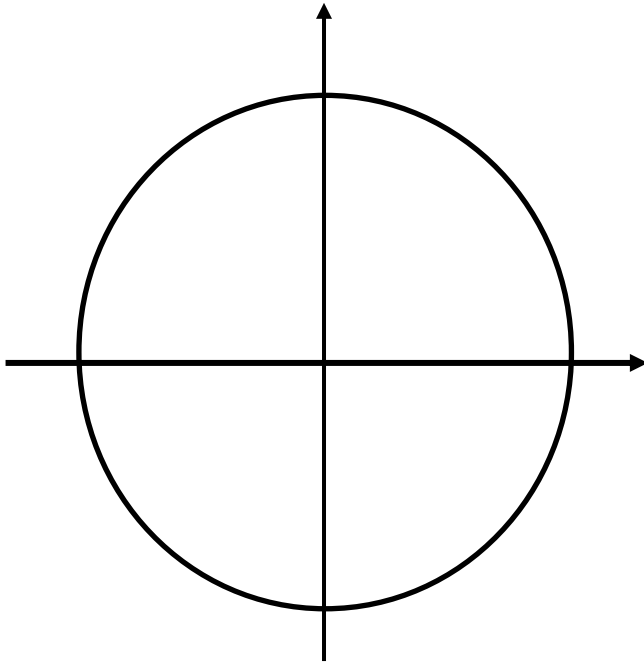
۶۲- زاویه α در ربع دوم است و $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ است، نسبت های دیگر را بیابید.

۶۳- اگر زاویه ای در ربع سوم باشد و $\sin \alpha = -\frac{1}{3}$ است، نسبت های دیگر را بیابید.



۶۴- $\sin \alpha$ در چه ناحیه هایی مثبت است؟

۶۵- $\tan \alpha$ در چه ناحیه هایی مثبت است؟



۶۶- نسبت های مثلثاتی زاویه 90° درجه را بیابید.

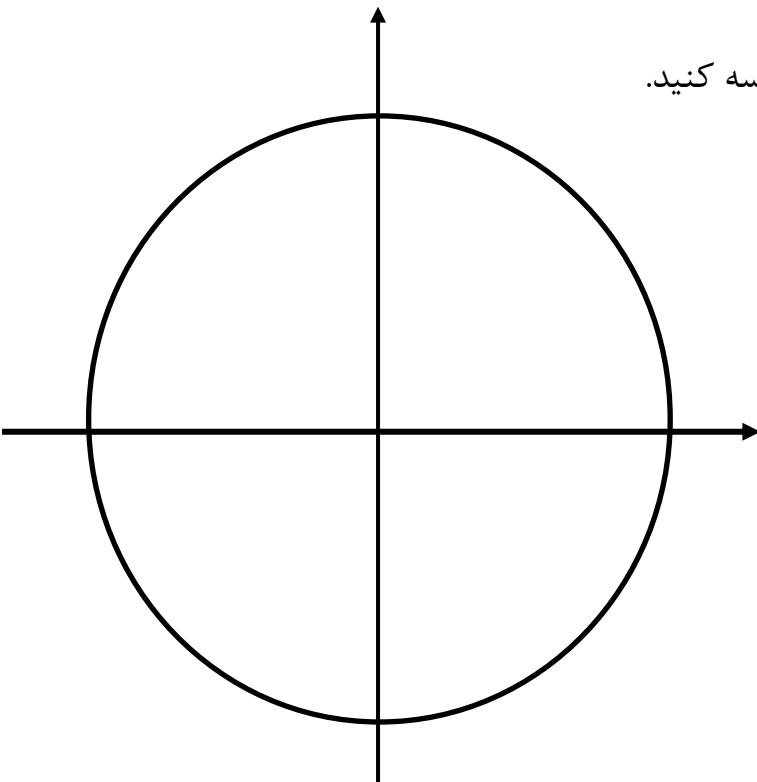
۶۷- اگر $0 < \alpha < 90$ باشد، $\sin \alpha$ در چه بازه ای قرار دارد؟



۶۸- نسبت های مثلثاتی زاویه 180° درجه را بیابید.

۶۹- اگر زاویه α در ربع چهارم باشد و $\tan \alpha = -2$ است، $\sin \alpha$ را بیابید.

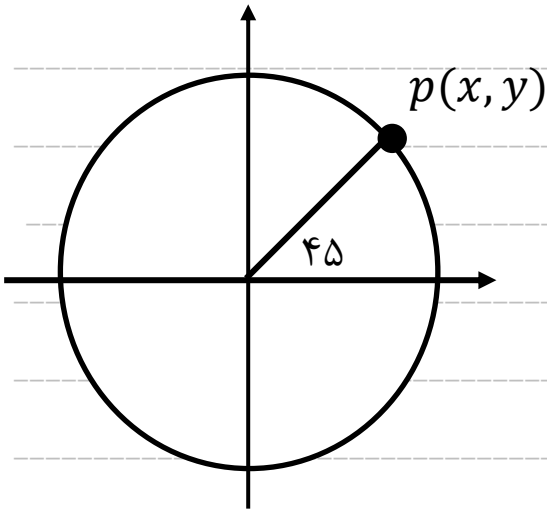
۷۰- سینوس و کوسینوس زاویه های زیر را مقایسه کنید.



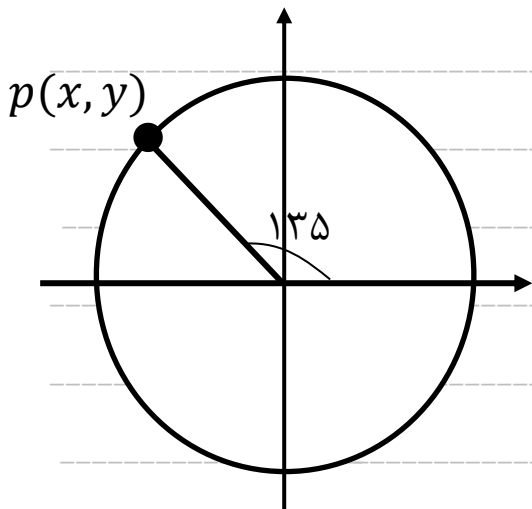


۷۱- سینوس زاویه های ۱۰، ۷۰، ۱۳۰، ۲۰۰، ۲۴۰ را با همه مقایسه کنید.

۷۲- در دایره مثلثاتی مقابل $x \times y$ را بیابید.

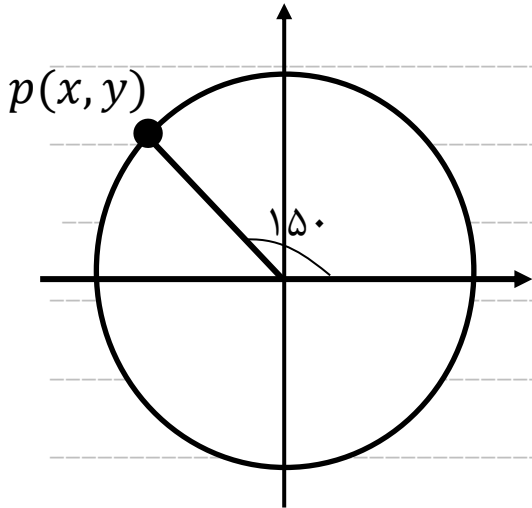


۷۳- در دایره مثلثاتی مقابل $x \times y$ را بیابید.

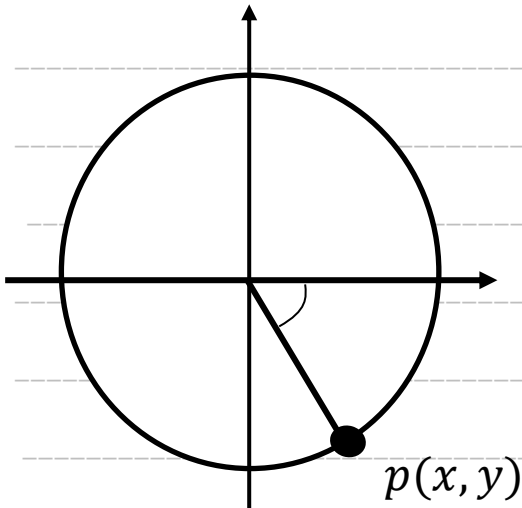




۷۴- در دایره مثلثاتی مقابل $x \times y$ را بیابید.



۷۵- در دایره مثلثاتی مقابل $x \times y$ را بیابید.



سینوس و کوسینوس زاویه های منفی



مثلثات



۷۶- اگر زاویه θ در ناحیه سوم دایره مثلثاتی باشد و $\tan \theta = 2$ آنگاه مجموع مولفه های اول و دوم نقطه P کدام است؟ (P محل برخورد زاویه با دایره مثلثاتی است.)

$$\frac{3\sqrt{5}}{5} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{5} \quad (3)$$

$$-\frac{\sqrt{5}}{5} \quad (2)$$

$$-\frac{3\sqrt{5}}{5} \quad (1)$$

پاسخ: ()

۷۷- اگر نقطه $P(x_p, \frac{1}{4})$ روی دایره مثلثاتی و در ربع دوم باشد و θ زاویه ای باشد که OP با جهت مثبت محور x ها می سازد، آنگاه $A = \sin \theta + \tan^2 \theta$ کدام است؟

$$\frac{5}{6} \quad (4)$$

$$\frac{-2\sqrt{3}+1}{3} \quad (3)$$

$$\frac{-2\sqrt{3}+3}{6} \quad (2)$$

$$\frac{1}{6} \quad (1)$$

پاسخ: ()

۷۸- اگر $\cos \theta \sin \theta < 0$ آنگاه θ در کدام ناحیه ی مثلثاتی قرار دارد؟

پاسخ: ()



۷۹- اگر $\tan \theta \sin \theta < 0$ و $\cot \theta \cos \theta > 0$ در کدام ناحیه ی مثلثاتی قرار دارد؟

(۴) چهارم

(۳) سوم

(۲) دوم

(۱) اول

پاسخ: ()

۸۰- اگر $\tan \alpha + \sin \alpha < 0$ و $\sin \alpha \tan \alpha > 0$ ، آنگاه انتهای کمان α در کدام ناحیه ی مثلثاتی قرار دارد؟

(۴) چهارم

(۳) سوم

(۲) دوم

(۱) اول

پاسخ: ()

۸۱- کدام نامساوی نادرست است؟

$$\cos 25^\circ > \cos 21^\circ \quad (۴) \cos 18^\circ < \cos 9^\circ \quad (۳) \cos 14^\circ < \cos 175^\circ \quad (۲) \cos 5^\circ > \cos 7^\circ \quad (۱)$$

پاسخ: ()



۸۲- نقطه $p\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ روی دایره مثلثاتی قرار دارد، این نقطه چه زاویه ای را نشان می دهد؟

پاسخ: ()

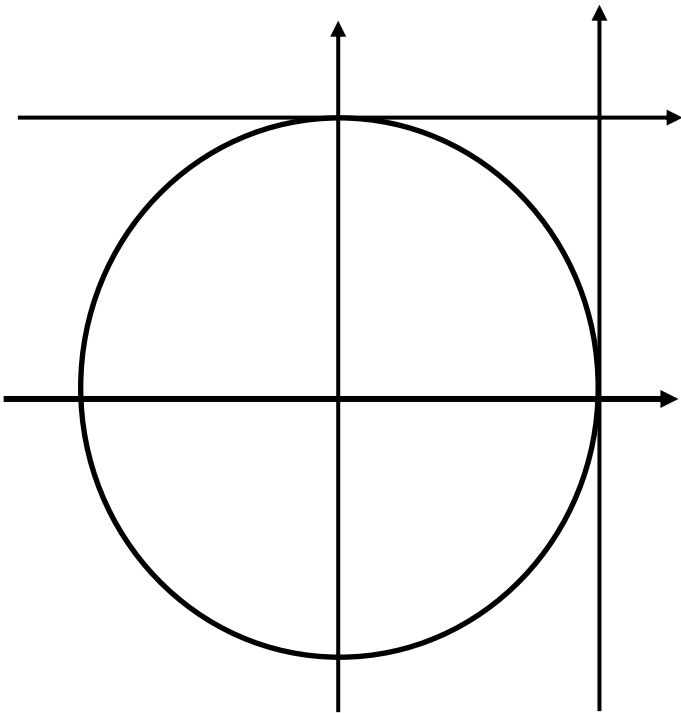
۸۳- نقطه $p(-1, 0)$ روی دایره مثلثاتی قرار دارد، این نقطه چه زاویه ای را نشان می دهد؟

پاسخ: ()

۸۴- نقطه $p\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ روی دایره مثلثاتی قرار دارد، این نقطه چه زاویه ای را نشان می دهد؟

پاسخ: ()

محور تانژانت و کوتانژانت





۸۵- تانژانت 30° و 45° را در دایره مثلثاتی نشان دهید.

پاسخ: ()

۸۶- کوتانژانت 30° را در دایره مثلثاتی نشان دهید.

پاسخ: ()

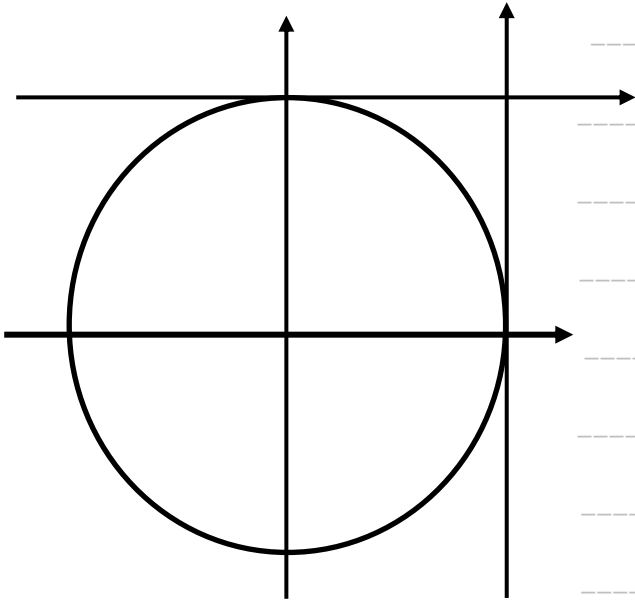
علامت های $\tan \alpha$ و $\cot \alpha$ یکی هست زیرا

۸۷- در ناحیه اول بین سینوس و تانژانت کدام بزرگتر است؟

پاسخ: ()



۸۸- سینوس، کوسینوس، تانژانت و کوتانژانت را برای نقاط زیر را مقایسه کنید.



پاسخ: ()

۸۹- در ناحیه دوم بین کوسینوس و کوتانژانت کدام بزرگتر است؟

پاسخ: ()

۹۰- اگر زاویه ای در بازه $۱۵۰ < \theta < ۳۰$ باشد $\sin \theta$ در چه محدوده ای قرار می گیرد؟

پاسخ: ()



۹۱- اگر زاویه ای در بازه $۳۰ < \theta < ۱۵۰$ باشد $\cos \theta$ در چه محدوده ای قرار می گیرد؟

پاسخ: ()

۹۲- اگر زاویه ای در بازه $۰ < \theta < ۹۰$ باشد $\tan \theta$ در چه محدوده ای قرار می گیرد؟

پاسخ: ()

۹۳- اگر $x = ۲۸۳^\circ$ آنگاه کدام گزینه درست است؟

(۱) $\cos x < \sin x$ (۲) $\tan x < \sin x$ (۳) $\tan^2 x < \sin^2 x$ (۴) $\cos x < \tan x$

پاسخ: ()

۹۴- اگر $\cos x = ۳m - ۱$ ، آنگاه حدود تغییرات m در کدام فاصله است؟

پاسخ: ()



مثلات



۹۵- اگر $0 < x < 90$ ° آنگاه حدود تغییرات عبارت های زیر را بیابید.

(د) $\cos \frac{x}{3}$

(ج) $\sin 3x$

(ب) $\sin 2x$

(الف) $\sin x$

پاسخ: ()

۹۶- اگر $30 < x < 120$ ° آنگاه حدود تغییرات عبارت های زیر را بیابید.

(ج) $\tan x$

(ب) $\cos x$

(الف) $\sin x$

پاسخ: ()



۹۷- اگر $-۲۵ < x < ۳۰$ و $\cos 2x = \frac{۲m-۱}{۲}$ ، آنگاه حدود تغییرات m در کدام فاصله است؟

- (۱) $(۱, \frac{۳}{۲}]$ (۲) $[\frac{۱}{۲}, \frac{۵}{۲})$ (۳) $(۱, \frac{۳}{۲})$ (۴) $(\frac{۱}{۲}, \cos ۵۰)$

پاسخ: ()

۹۸- اگر $۳۰^{\circ} < x \leq ۹۰^{\circ}$ و $\sin x = \frac{۲m-۱}{۴}$ حدود تغییرات m در کدام فاصله است؟

- (۱) $\frac{۳}{۲} < m < ۱ + \frac{\sqrt{۳}}{۲}$ (۲) $\frac{۳}{۲} \leq m \leq \frac{۵}{۲}$ (۳) $\frac{۳}{۲} < m \leq \frac{۵}{۲}$ (۴) $\frac{۱}{۲} < m \leq ۱$

پاسخ: ()

۹۹- اگر $۳ \sin \alpha + ۲ \cos \beta = ۵$ آنگاه $\sin^2 \beta + \cos^2 \alpha$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۵ (۴) ۲۵

پاسخ: ()



اتحادهای اساسی مثلثاتی

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\tan x \cdot \cot x = 1$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$$

نتایج

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$$

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

$$\tan x = \frac{1}{\cot x}$$

$$\cot x = \frac{1}{\tan x}$$

اگر دو زاویه متمم باشند یعنی $\alpha + \beta = 90^\circ$ آنگاه

$$\sin \alpha = \cos \beta$$

$$\tan \alpha = \cot \beta$$

$$\tan \alpha \tan \beta = 1$$

$$\cot \alpha \cot \beta = 1$$

۱۰۰- اگر $\tan \theta = 3$ باشد، حاصل عبارت $\frac{3 \sin \theta + 4 \cos \theta}{4 \cos \theta - 3 \sin \theta}$ کدام است؟

۵(۴)

-۵(۳)

$\frac{1}{7}$ (۲)

۷(۱)

پاسخ: ()

۱۰۱- اگر زاویه α در دایره مثلثاتی، $\cot \alpha = \sqrt{\frac{m}{n}} - 1$ و $\cos \alpha = \sqrt{1 - m^2}$ باشد، رابطه بین

m و n کدام است؟

$n = m^2$ (۴)

$n = m^3$ (۳)

$m = n^3$ (۲)

$m = n^2$ (۱)

پاسخ: ()



۱۰۲- اتحاد های زیر را ثابت کنید.

$$\left(\frac{1}{\cos \alpha} + \tan \alpha\right) (1 - \sin \alpha) = \cos \alpha \quad (۱)$$

$$\sin^2 x - \cos^2 x = \sin^4 x - \cos^4 x \quad (۲)$$

پاسخ: ()

چند نکته در مورد قدرمطلق

۱۰۳- اگر زاویه ای در ناحیه سوم دایره مثلثاتی، حاصل $A = \sqrt{\frac{1+\tan^2 x}{\tan^2 x}} \times \sin x$ کدام است؟

۱(۴)

-۱(۳)

$\tan x$ (۲)

$\sin^2 x$ (۱)

پاسخ: ()



مثلات



۱۰۴- اگر $\tan \theta = a$ باشد، حاصل $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta - \frac{1}{1 + \cot^2 \theta}$ بر حسب a کدام است؟

$\frac{1}{a^2}$ (۴)

$\frac{1}{a^2 + 1}$ (۳)

$a^2 + 1$ (۲)

a^2 (۱)

پاسخ: ()

۱۰۵- اگر $\cot \theta = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل $\frac{\cos \theta}{\sin \theta - \cos \theta} - \frac{\sin^2 \theta - \cos^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta}$ کدام است؟

$\frac{13}{6}$ (۴)

$\frac{9}{5}$ (۳)

$\frac{10}{17}$ (۲)

$\frac{7}{11}$ (۱)

پاسخ: ()

۱۰۶- اگر $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{5}$ باشد، حاصل $\tan \theta + \cot \theta$ کدام است؟

$-\frac{25}{12}$ (۴)

$\frac{25}{12}$ (۳)

$-\frac{12}{25}$ (۲)

$\frac{12}{25}$ (۱)

پاسخ: ()



۱۰۷- (سراسری ۹۸) اگر $90 < x < 180$ باشد، حاصل $\left(\frac{1}{\sin x} - \sin x\right) \frac{\tan x}{\sqrt{1+\tan^2 x}}$ کدام است؟
(۱) $-\cos^2 x$ (۲) $-\cos x$ (۳) $\cos^2 x$ (۴) $\cos x$

پاسخ: ()

۱۰۸- (سراسری ۹۸) اگر $180 < x < 270$ باشد، حاصل $\sqrt{1+\tan^2 x} (2 \sin^2 45 - \sin^2 x)$ کدام است؟

(۱) $\sin x$ (۲) $\cos x$ (۳) $-\sin x$ (۴) $-\cos x$

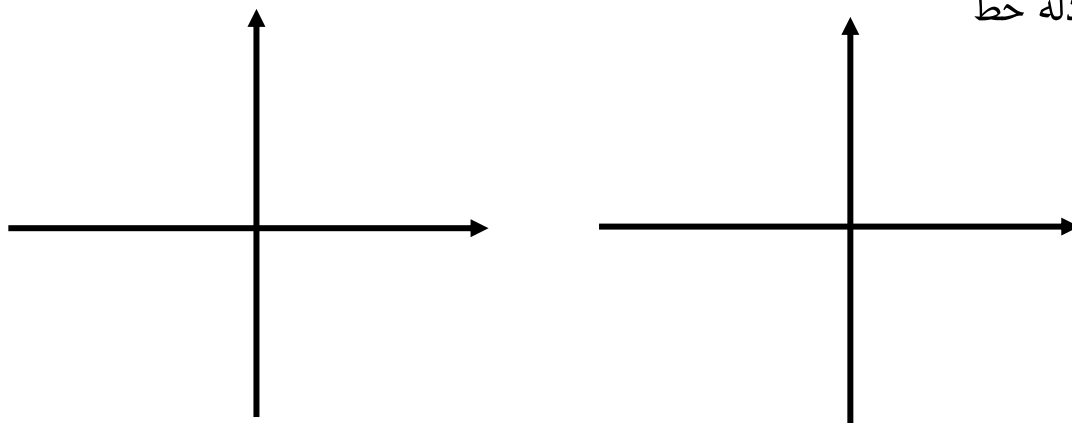
پاسخ: ()

۱۰۹- (سوال چالشی) اگر $3 = 7 \cos^2 x + 3 \sin x \cos x - 2 \sin^2 x$ ، حاصل $\tan x$ کدام است؟

پاسخ: ()



معادله خط



زاویه های مکمل

شیب خط

- شیب خط می تواند مثبت، منفی، صفر یا تعریف نشده (بینهایت) شود.

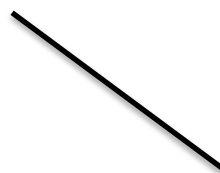
تعریف نشده $m =$



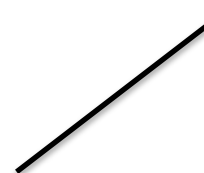
$m = 0$



$m < 0$

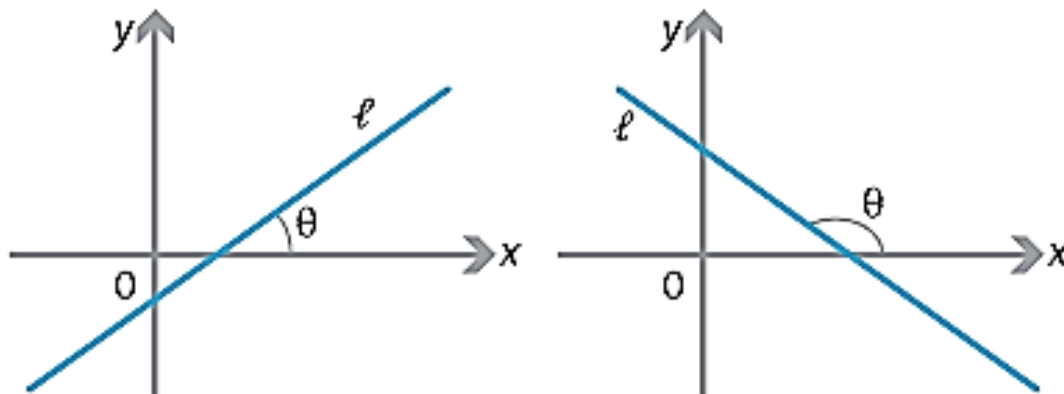


$m > 0$



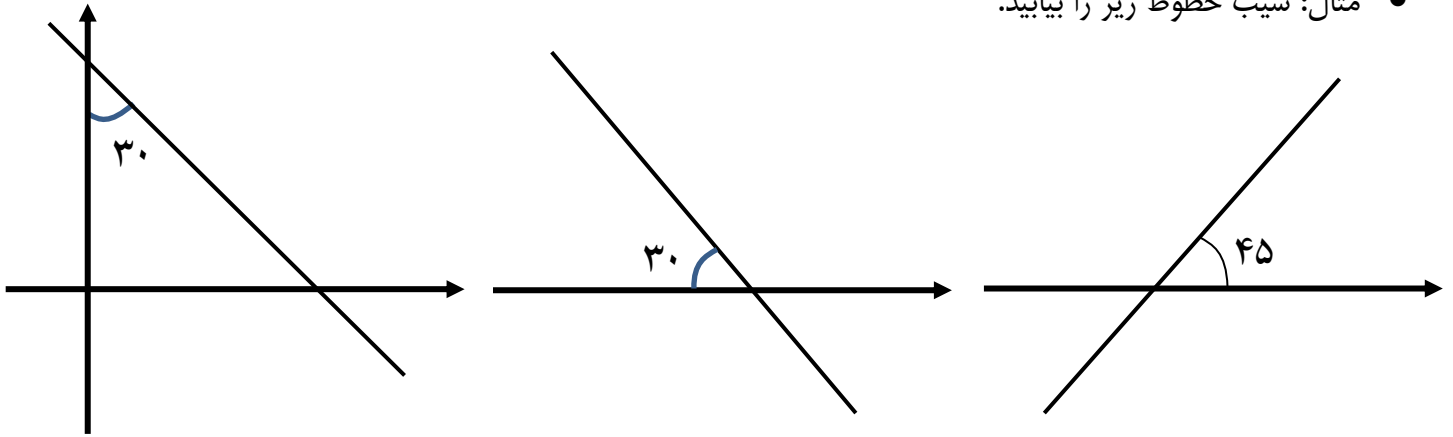
$$\tan \alpha = m = \text{شیب}$$

- تانژانت زاویه ای است که خط با جهت مثبت محور x ها (یعنی سمت راست محور x ها) می سازد.





• مثال: شیب خطوط زیر را بیابید.



شیب خط $y = ax + b$ برابر a است.

• مثال: شیب خط $y = -3x + 1$ کدام است؟

• مثال: شیب خط $y + 3x = 3$ کدام است؟

• مثال: شیب خط $3y + 2x = 3$ کدام است؟

• مثال: خط $y = \sqrt{3}x$ با جهت مثبت محور x ها چه زاویه ای می سازد؟

• مثال: خط $3y + \sqrt{3}x = 0$ با جهت منفی محور x ها چه زاویه ای می سازد؟

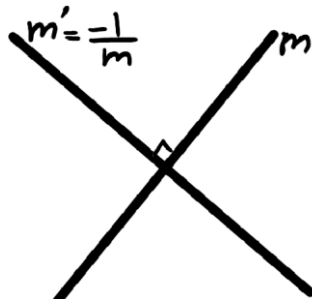
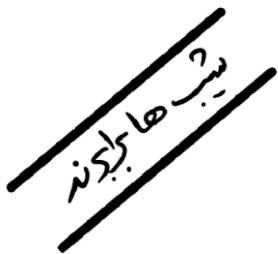


- اگر دو نقطه از خطی را داشته باشیم $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ شیب آن به صورت زیر است:

$$y = \underset{\substack{\text{شیب} \\ \text{شیب}}}{a} x + b = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \tan \alpha = m = \text{شیب}$$

- مثال: خطی از دو نقطه $(1, 5)$ و $(3, 9)$ می گذرد، شیب آن را بیابید.
-
-

- مثال: خطی با جهت مثبت محور طول ها زاویه 135° می سازد و از دو نقطه $(1, 3)$ و $(a, 2a)$ می گذرد، a کدام است؟
-
-



- دو خط زمانی موازی اند که شیب هایشان مساوی باشد.
- دو خط زمانی بر هم عمود هستند که شیب هایشان قرینه معکوس یکدیگر باشند.



نوشتن معادله خط

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

- مثال: معادله خطی را بنویسید که شیب آن برابر ۲ باشد و از نقطه $(۱,۳)$ بگذرد.

- مثال: معادله خطی را بنویسید که از دو نقطه $(۲,۷)$ و $(۱,۴)$ بگذرد.

- مثال: خطی که با محور طول ها زاویه ۶۰ می سازد و از نقطه $(۱,۱)$ می گذرد، محور طول ها را کجا قطع می کند؟

محل برخورد با محور x ها و y ها



- مثال: معادله خطی که موازی خط $۳x + ۲y = ۱$ باشد و با محور y از در نقطه ای به عرض ۲ قطع کند کدام است؟

- مثال: خطی که از دو نقطه $(۱, ۴)$ و $(۳, ۶)$ می گذرد محور طول ها را کجا قطع می کند؟

خطوط عمودی و خطوط افقی

- مثال: خطی با جهت مثبت محور طول ها زاویه ۶۰ می سازد و محور x را در نقطه ای به طول ۲ قطع می کند، این خط نیمساز ربع اول و سوم را در چه نقطه ای قطع می کند؟



۱۱۰- معادله خطی که با جهت مثبت محور x ها زاویه ۶۰ می سازد و عرض از مبدا آن ۲ است، کدام است؟

$$y - \sqrt{3}x = 2 \quad (۲)$$

$$y = 2 - \sqrt{3}x \quad (۱)$$

$$y = 3 + \sqrt{3}x \quad (۴)$$

$$y + \sqrt{3}x = 3 \quad (۳)$$

پاسخ: ()

۱۱۱- خط $۳y - \sqrt{3}x = ۵$ با جهت مثبت محور افقی چه زاویه ای می سازد؟

۹۰ (۴)

۶۰ (۳)

۴۵ (۲)

۳۰ (۱)

پاسخ: ()

۱۱۲- خطی که زاویه آن با جهت مثبت محور x ها ۴۵ باشد و از نقطه $(۲,۳)$ عبور کند، محور طول ها را

با چه طولی قطع می کند؟

-۵ (۴)

-۱ (۳)

۱ (۲)

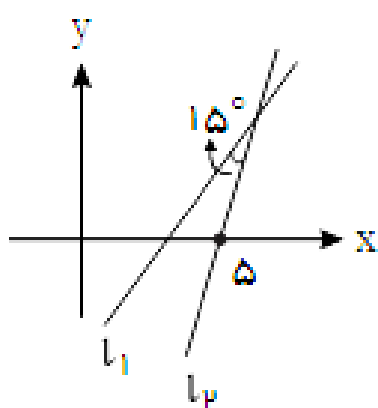
صفر (۱)

پاسخ: ()



۱۱۳- معادله ی خطی که با خط $y = \sqrt{3}x + 4$ زاویه 30° درجه می سازد و از نقطه $(-1, 1)$ می گذرد،
را بیابید.

پاسخ: ()



۱۱۴- مطابق شکل. خط L_1 به معادله $\sqrt{3}x - 3y = 5$ با خط L_2 زاویه 15° می سازد. معادله خط L_2 کدام است؟

$$y + \sqrt{3}x - 5\sqrt{3} = 0 \quad (2) \qquad y - \sqrt{3}x + 5\sqrt{3} = 0 \quad (1)$$

$$y = x + 5 \quad (4) \qquad y = x - 5 \quad (3)$$

پاسخ: ()



A large rectangular area with rounded corners, containing 25 horizontal dotted lines for writing.



مثلات



A large rectangular area with rounded corners, containing 25 horizontal dotted lines for writing.