

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



قدرمطلق

$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

اگر درون قدرمطلق مثبت باشد خودش خارج می شود و اگر منفی باشد قرینه آن خارج می شود.

مثال:

$$|-5| =$$

$$|1 - \sqrt{2}| =$$

$$|3 - \sqrt{7}| =$$

$$|3 - \sqrt{10}| =$$

$$|3 - \sqrt[3]{25}| =$$

$$|3\sqrt{2} - 4| =$$

$$|5^{-1000}| =$$

$$|5 - \sin x| =$$

$$|3 \cos x - 4| =$$

$$|x^2| =$$

$$|x^2 + 3| =$$

$$|-x^2 - 3| =$$

$$||x| + 4| =$$

$$|\sqrt{x}| =$$

$$|\sqrt{x} + 3| =$$

$$|x^2 - x + 1| =$$

عباتهای همواره مثبت به صورت زیر هستند:

اگر علامت درون قدرمطلق مشخص نباشد باید داخل آن را تعیین علامت کنیم و تبدیل به تابع چند ضابطه ای کنیم.

$$|x - 1| =$$



$$|-2x + 1| =$$

$$|x^2 - 1| =$$

$$\sqrt{x^2} = |x| : x \in \mathbb{R} \quad \sqrt{x^2} = x : x \geq 0$$

مثال :

$$\sqrt{x^2 + 2x + 1} =$$

$$\sqrt{4x^2 + 4x + 1} =$$

$$\sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2} - 2} =$$

$$\sqrt[4]{x^2} =$$

$$\sqrt{-x^2} =$$

۱- اگر $1 < x < 2$ حاصل عبارت های زیر را بیابید.

$$|x^2 + x - 2| \quad | -x + \frac{1}{x} | \quad |3x + 1| \quad |x - 1| + |x - 2|$$

پاسخ:



۲- اگر $a < 0 < b$ آنگاه حاصل $||a| - |b| + |b - a|$ کدام است؟

۲b (۴)

۲a (۳)

صفر (۲)

-۲a (۱)

پاسخ: ()

۳- اگر $1 < x < 2$ باشد حاصل $\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: ()



$$|x| \geq 0 \quad (1)$$

$$|x| = |-x| \quad (2)$$

مثال

$$|a - b| =$$

$$|-x + 2| =$$

$$|2 - |5 - x|| =$$

$$|a||b| = |ab| \quad (3)$$

$$\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|} \quad (4)$$

مثال

$$|x^2 - x| =$$

$$\left| \frac{x-1}{x+1} \right| =$$

$$\left| \frac{-3}{x-1} \right| =$$

$$|x^n| = |x|^n \quad (5)$$

$$|x^2| = x^2 \quad (6)$$

$$|a + b| \leq |a| + |b| \quad (\text{نامساوی مثلث}) \quad (7)$$

$$|a + b| = |a| + |b| \rightarrow ab \geq 0 : \text{حالت اول}$$

عبارت بالا زمانی درست است که a و b هم علامت باشد.

$$|a + b| < |a| + |b| \rightarrow ab < 0 : \text{حالت دوم}$$

عبارت بالا زمانی درست است که a و b مختلف علامت باشد.

$$|a + b| > |a| + |b| \rightarrow \emptyset : \text{حالت سوم}$$

عبارت بالا رخ نمی دهد.



۴- معادلات $|x| + |x - 3| = |2x - 3|$ را حل کنید.

۵- معادلات $|x + 2| + |4 - x| < |2x - 2|$ را حل کنید.

۶- معادلات $|5x| + |x - 2| > |6x - 2|$ را حل کنید.

$X = \pm Y$	$ X = Y $ دو طرف قدر مطلق
$ 4x - 1 = x + 3 \rightarrow$	
$X = \pm Y$ با شرط $Y \geq 0$	$ X = Y$ یک طرف قدر مطلق
$ x = 3 \rightarrow$ $ x = -3 \rightarrow$ $ 2 - x - 1 = 3 \rightarrow$ $ 2x - 1 = x + 1 \rightarrow$ $ 3 - 2x = x - 2 \rightarrow$	
$X \geq 0$	$ X = X$
$X \leq 0$	$ X = -X$
$ x^2 - 1 = 1 - x^2 \rightarrow$	



اشتراک $A = B = C = 0$

$$|A| + |B| + |C| = 0$$

$$|x^2 + x - 2| + |x^2 - 1| = 0 \rightarrow$$

بازه بندی: تعیین علامت درون تمام قدرمطلق ها و حل معادله در هر بازه، توجه کنید ریشه هایی که داخل هر بازه هست قابل قبول است. روش بازه بندی برای حل همه معادلات قدرمطلقى کارساز است.

$$x|x - 2| = x^2 + x - 1 \rightarrow$$

$$2|x| + |x - 3| = 10 \rightarrow$$



۷- مجموع جواب های معادله $|x - 2| - 3 = 2$ کدام است؟

۱۰ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)

پاسخ: ()

۸- مجموع جواب های معادله $|2x + 1| = |x - 2|$ کدام است؟

$-\frac{1}{3}$ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۳)

$-\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

پاسخ: ()

۹- معادله $|x^2 - 3x + 4| = |x^2 - 4x + 3|$ چند ریشه دارد؟

(۴) چهار جواب دارد.

(۳) سه جواب دارد.

(۲) دو جواب دارد.

(۱) یک جواب دارد.

پاسخ: ()



۱۰- معادله‌ی $|x + 6| = 2x - 4$ چند جواب دارد؟

(۱) فاقد جواب است. (۲) یک جواب دارد. (۳) دو جواب دارد. (۴) بیشمار جواب دارد.

پاسخ: ()

۱۱- معادله‌ی $|x + 1| + \left|1 + \frac{1}{x}\right| + |x^3 + 2x - 3| = 0$ چند جواب دارد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

پاسخ: ()

۱۲- مجموعه جواب معادله‌ی $x^2 + |x^2 - x - 6| = x + 6$ به کدام صورت زیر است؟

(۱) $\mathbb{R} - (-2, 3)$ (۲) $(-3, 2]$ (۳) $\mathbb{R} - [-3, 2]$ (۴) $[-2, 3]$

پاسخ: ()



۱۳- اگر $x^2 - 2x = 2x - x^2$ نگاه حاصل $|2x + 3| + |x + 1| + |2x - 5|$ کدام است؟

۳x - 1 (۴)

4x - 3 (۳)

5x - 1 (۲)

x + 9 (۱)

پاسخ: ()

۱۴- مجموعه جواب $\frac{\sqrt{x^2}}{x} + 1 = 0$ کدام است؟

$(-\infty, 0]$ (۴)

$(-\infty, 0)$ (۳)

$\mathbb{R} - \{0\}$ (۲)

$\{0\}$ (۱)

پاسخ: ()

۱۵- مجموع ریشه‌های معادله $2(x - 2)^2 - 3|x - 2| - 5 = 0$ کدام است؟

صفر (۴)

-۲ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: ()



۱۶- معادله‌ی $5|x + 4| + |x - 1| = 6x + 19$ چند ریشه دارد؟

- (۱) فقط یک ریشه دارد. (۲) فقط دو ریشه دارد. (۳) فقط سه ریشه دارد. (۴) بیشمار ریشه دارد.

پاسخ: ()

۱۷- معادله‌ی $2|x| + |x - 1| = 4x - 3$ چند ریشه دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) بیشمار (۴) فاقد جواب

پاسخ: ()



۱۸- (سراسری ۹۸) مجموع جواب های معادله $|2x - 1| + |x + 2| = 3$ کدام است؟

$\frac{4}{3}$ (۴)

۱ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$-\frac{2}{3}$ (۱)

پاسخ: ()



$-a \leq X \leq a$ <p>اگر a متغیر بود اشتراک می گیریم</p>	$ X \leq a$ (۱)
$ x \leq ۳ \rightarrow$ $ ۲x - ۱ \leq x \rightarrow$	
$X \leq -a \text{ یا } X \geq a$ <p>اگر a متغیر بود اجتماع می گیریم</p>	$ X \geq a$ (۲)
$ x \geq ۳ \rightarrow$ $ ۳x - ۲ \geq x + ۱ \rightarrow$	
<p>به توان دو می رسانیم و به یک طرف می بریم و اتحاد مزدوج تشکیل می دهیم</p> $a^۲ < A^۲$ $A^۲ - a^۲ < .$ $(A - a)(A + a) < .$	$ a < A $ (۳) دو طرف قدرمطلق
$ x + ۳ \geq ۲x - ۱ \rightarrow$	
$x + x - ۱ > ۳x + ۱$	(۴) بازه بندی: تعیین علامت درون قدرمطلق



۱۹- مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $4 < ||x - 1|| - 3$ به صورت (a, b) است، بیشترین مقدار $b - a$

کدام است؟

۱۶ (۴)

۱۴ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

پاسخ: ()

۲۰- مجموعه‌ی جواب نامعادله $|x^2 - 2x + 3| < |x^2 - 3x + 5|$ است؟

$x > 2$ (۴)

$2 < x < 2.5$ (۳)

$x < -1.0$ (۲)

$x < 2$ (۱)

پاسخ: ()

۲۱- (سراسری ۹۵) در کدام بازه‌ی زیر نامعادله $1 > \left| \frac{2-x}{2x-3} \right|$ ، به صورت کدام بازه ها است؟

$\left(\frac{5}{3}, 2\right)$ (۴)

$\left(\frac{3}{4}, \frac{5}{3}\right)$ (۳)

$\left(1, \frac{5}{3}\right) - \left\{\frac{3}{2}\right\}$ (۲)

$\left(1, \frac{3}{2}\right)$ (۱)

پاسخ: ()



۲۲- مجموعه جواب نامعادله ی $1 > \left| \frac{1-x}{2x-5} \right|$ شامل چند عدد صحیح است؟

(۴) صفر

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

پاسخ: ()

۲۳- مجموعه جواب نامعادله ی $15 + \frac{x}{2} < x + 2|x|$ ، بازه ی (a, b) است و مقدار $a + b$ کدام است؟

(۴) -۴

(۳) ۴

(۲) -۶

(۱) ۶

پاسخ: ()

۲۴- (سراسری ۹۲) مجموعه ی جواب نامعادله $|x - 2| < x^2 - 2x$ به صورت کدام بازه است؟

(۴) (۱, ۲)

(۳) (۰, ۲)

(۲) (-۱, ۲)

(۱) (-۱, ۱)

پاسخ: ()



۲۵- (سراسری ۹۵) مجموعه‌ی جواب نامعادله $|x^2 + 1| > |x - 2| - 2x + 1$ کدام است؟

- (۱) $(-2, 1)$ (۲) $(-1, 1)$ (۳) $(-1, 2)$ (۴) $(1, 2)$

پاسخ: ()

۲۶- در بازه‌ی مقادیر تابع با ضابطه $y = x^2$ کمتر از مقادیر تابع $y = |x - 2|$ است، آن بازه کدام است؟

- (۱) $(-2, 1)$ (۲) $(-1, 0)$ (۳) $(-1, 1)$ (۴) $(0, 1)$

پاسخ: ()

۲۷- (سراسری ۹۹) در بازه (a, b) نمودار تابع با ضابطه $y = |2x^2 - 4|$ در زیر خط $y = 2x$ واقع است.

بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

پاسخ: ()



۲۸- (سراسری ۹۹) در بازه (a, b) نمودار تابع $y = (x - 1)^2$ بالاتر از نمودار تابع $y = 4x^2$ است. بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

$$\frac{5}{2} (4)$$

$$2 (3)$$

$$\frac{3}{2} (2)$$

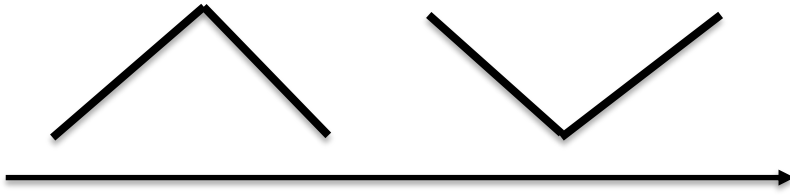
$$1 (1)$$

پاسخ: ()

نمودارهای قدرمطلقى

نمودارهای قدرمطلقى

روش اول: تک قدرمطلق ها



ریشه داخل قدرمطلق نقطه زاویه دار را نشان می دهد، با جایگذاری در تابع \neq نقطه زاویه دار را پیدا می کنیم، سپس از روی علامت تابع تشخیص می دهیم دهانه رو به بالا یا رو به پایین است.

مثال: توابع زیر را رسم کنید.

$$۱) y = |x|$$

$$۲) y = |x - ۲| + ۳$$

$$۳) y = -۲|۲x - ۱| + ۲$$

$$۴) y = -۲|۳ - ۲x| + ۱$$

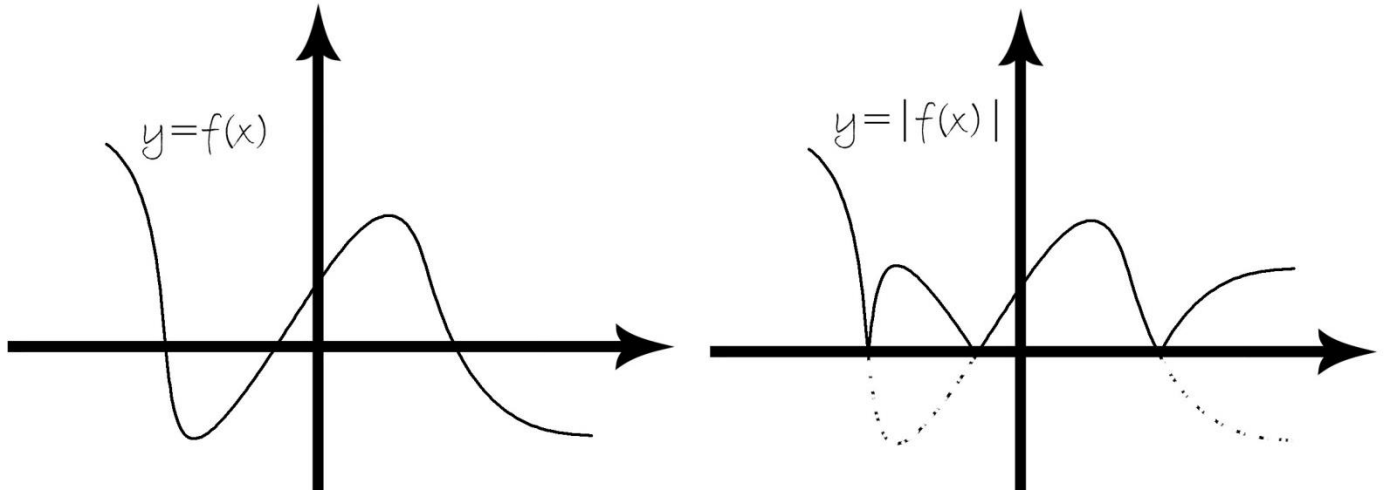


روش دوم: رسم تابع های قدرمطلقى خاص

$$y = |f(x)|$$

۱- ابتدا درون قدرمطلق را رسم می کنیم

۲- زیر محور x ها است را به سمت بالای محور x ها تا می کنیم.



مثال: توابع زیر را رسم کنید.

$$۱) y = |x^2 - ۱|$$

$$۲) y = |x^3 - ۱|$$

$$۳) y = |x^2 - ۴x|$$



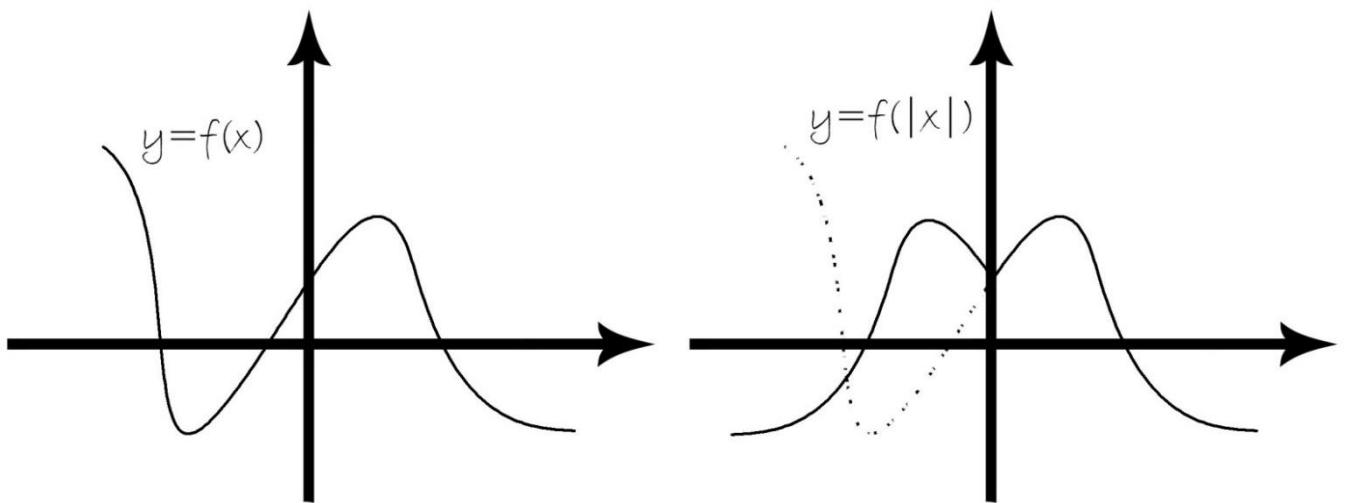
$$۴) y = |\sqrt{x} - ۱|$$

$$۵) y = ||x| - ۲|$$

$y = f(|x|)$ دور همه ی x ها قدرمطلق

۱- قدرمطلق را حذف و تابع را رسم می کنیم.

۲- قسمتهایی از نمودار سمت چپ محور y ها است را پاک می کنیم و سمت راست نمودار را به طور متقارن به سمت چپ محور y کپی می کنیم.



مثال: توابع زیر را رسم کنید.

$$۱) y = (|x| - ۱)^۲$$



$$\tau)y = (|x| - 1)^\tau$$

$$\tau)y = \sqrt{|x|}$$

$$\tau)y = x^\tau - |x|$$

$$\delta)y = \sqrt{|x| - \tau}$$

$$\epsilon)y = \sqrt{|x| + \tau}$$



۲۹- مساحت ناحیه محدود به نمودار های دو تابع $y = |x|$ و $y = 5 - |x - 1|$ کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

پاسخ: ()

۳۰- مساحت محدود بین نمودار توابع به معادله ی $y = |x|$ و $y = |x + 4|$ و محور x ها کدام است؟

۱۶ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: ()

۳۱- مساحت ناحیه ی محدود به نمودار های دو تابع $y = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ و $y = \frac{1}{4}x + 2$ کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

پاسخ: ()



۳۲- خط $y = y$ ، با منحنی به معادله $y = |x^2 - 2x - 3|$ ، فقط ۳ نقطه ی مشترک دارد. مقدار y کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: ()

بازه بندی : برای رسم همه قدرمطلق ها استفاده می شود. مخصوصاً

بازه بندی یعنی تبدیل قدرمطلق به تابع چند ضابطه ای به کمک تعیین علامت درون قدرمطلق ها

مثال: توابع زیر را رسم کنید.

$$۱) y = |x| + x$$

$$۲) y = x|x|$$



۳) $y = 2x + |3x - 1|$

۴) $y = x|x - 4|$

۵) $y = x^2|x|$

۳۳- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = 2x - x|x|$ در بازه $(-1, 1)$ چگونه است؟

۲) صعودی

۱) ابتدا نزولی ، سپس صعودی

۴) نزولی

۳) ابتدا صعودی، سپس نزولی

پاسخ: ()



۳۴- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = 2x + \frac{|x-1|}{x-1}$ در دامنه خود چگونه است؟

(۱) اکیداً صعودی

(۲) اکیداً نزولی

(۳) هم صعودی و هم نزولی

(۴) غیر یکنوا

پاسخ: ()

۳۵- (۹۵) مساحت ناحیه محدود به نمودارهای دو تابع $y = x + |x|$ و $y = 2 - |x|$ کدام است؟

(۱) ۲

(۲) $\frac{7}{3}$

(۳) $\frac{8}{3}$

(۴) ۳

پاسخ: ()



نقطه زاویه دار ریشه داخل قدر مطلق است.

ابتدا نقاط زاویه دار را پیدا کنید و به هم وصل کنید، سپس یک نقطه قبل و بعد نقاط زاویه دار در نظر بگیرید.

مثال: توابع زیر را رسم کنید.

$$۱) y = |x| + |x - ۲|$$

$$۲) y = |x - ۲| - |x + ۱|$$

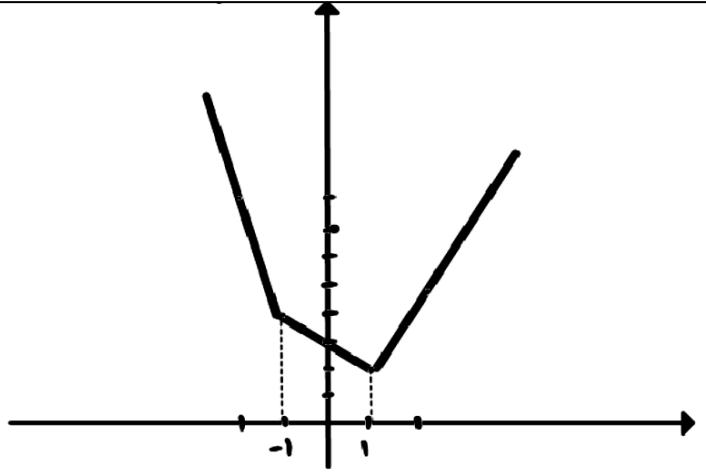
$$۳) y = ۲|x| - |x - ۲| - x$$



$$y = |x+1| + 2|x-1|$$

x	-۲	-۱	۱	۲
y	۷	۴	۲	۵

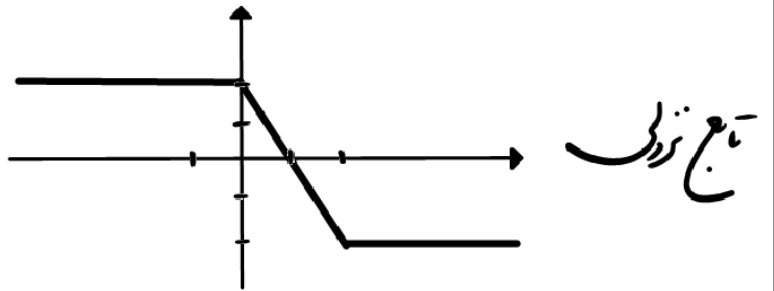
نقطه کمترین



$$y = |x-2| - |x|$$

x	-۱	۰	۲	۳
y	۲	۲	-۲	-۲

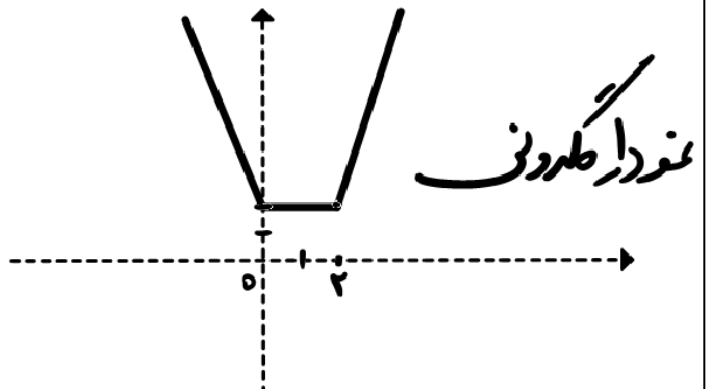
نقطه کمترین



$$y = |x-2| + |x|$$

x	-۱	۰	۲	۳
y	۳	۲	۲	۴

نقطه کمترین





۳۶- معادله $|x| + |x - 2| = k$ در چه صورتی بیشمار جواب دارد؟

پاسخ: ()

۳۷- (سراسری ۹۶) در بازه ای که تابع با ضابطه $f(x) = |x - 2| + |x - 3|$ اکیداً نزولی است، نمودار آن با نمودار

تابع $g(x) = 2x^2 - x - 10$ در چند نقطه مشترک هستند؟

۰ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: ()

۳۸- (سراسری ۹۸) تابع با ضابطه $f(x) = |x + 2| + |x - 1|$ در کدام بازه، اکیداً نزولی است؟

(۴) $(1, +\infty)$

(۳) $(-2, 1)$

(۲) $(-\infty, 1)$

(۱) $(-\infty, -2)$

پاسخ: ()



۳۹- (سراسری ۹۸) تابع با ضابطه $f(x) = |x + 1| - |x - 2|$ در کدام بازه، اکیداً صعودی است؟

- (۱) $(-\infty, 2)$ (۲) $(-1, +\infty)$ (۳) $(-1, 2)$ (۴) $(2, +\infty)$

پاسخ: ()

۴۰- (سراسری ۹۹) نمودارهای دو تابع $y = |x - 2| + |x + 1|$ و $y = x + 7$ در دو نقطه A و B

متقاطع هستند. اندازه پاره خط AB کدام است؟

- (۱) $8\sqrt{2}$ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴) $10\sqrt{2}$

پاسخ: ()

۴۱- نمودار تابع $y = \sqrt{x^2 - 2x + 1} + |x + 1|$ در بازه $[a, b]$ موازی محور x می باشد، ماکزیمم

مقدار $b - a$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

پاسخ: ()



۴۲- سطح بین تابع با ضابطه ی $f(x) = |x - 2| + |x - 4|$ و محور x ها و دو خط $x = 3$ و $x = 6$

۵ برابر است با:

۶(۴)

۵(۳)

۴(۲)

۳(۱)

پاسخ: ()

۴۳- مجموعه جواب نابرابری $|x - 1| + |x - 4| < x$ با کدام نامعادله زیر معادل است؟

$|x - 4| > 1$ (۴)

$|x - 3| < 2$ (۳)

$|x - 4| < 1$ (۲)

$|x - 3| > 2$ (۱)

پاسخ: ()

۴۴- مجموع جواب های معادله ی $|x - 1| + |x - 3| = 5$ کدام است؟

$\frac{5}{2}$ (۴)

۴(۳)

$\frac{3}{2}$ (۲)

(۱) جواب ندارد

پاسخ: ()



دنباله حسابی

○ دنباله‌ای که هر جمله از جمع عدد ثابتی با جمله‌ی قبل از آن بدست می‌آید را دنباله حسابی گوییم، به این عدد ثابت قدر نسبت می‌گوییم و آن را با d نشان می‌دهیم.

۱, ۴, ۷, ۱۰, ...

۲, ۶, ۱۰, ۱۴, ...

$\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots$

$$a_1, \underbrace{a_1 + d}_{a_2}, \underbrace{a_1 + 2d}_{a_3}, \underbrace{a_1 + 3d}_{a_4}, \underbrace{a_1 + 4d}_{a_5}, \dots$$

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

جمله n ام دنباله حسابی

۴۵- جمله عمومی دنباله ... ۳, ۷, ۱۱, ... را بیابید.

پاسخ: ()

نکته: جمله عمومی دنباله‌های حسابی درجه یک است که شیب آن برابر قدرنسبت است و پس از محاسبه به صورت زیر است:

$$a_n = An + B$$

۴۶- در دنباله حسابی جمله ۵ام و ۱۰ام به ترتیب ۱۷ و ۴۲ است جمله هفتم کدام است؟



۴۷- مجموع جمله چهارم و پنجم دنباله حسابی برابر ۲۳ است و جمله هشتم برابر ۲۲ است، جمله یازدهم کدام

است؟

سه جمله ی پشت سر هم

فکر اول: اگر a, b, c سه جمله ی متوالی دنباله حسابی باشد وسطی میانگین دو تا کناری است:

$$b = \frac{a+c}{2}$$

فکر دوم: بیان سه جمله به صورت پارامتری $b-d, b, b+d$

۴۸- اگر جمله پنجم و سیزدهم به ترتیب ۵ و ۲۱ باشد آنگاه جمله نهم کدام است؟

۴۹- اگر $x, 1 - 3x$ و $4 + 7x$ سه جمله اول دنباله حسابی اند جمله دهم کدام است؟



۵۰- تعداد جملات $۳, ۷, ۱۱, \dots, ۱۰۳$ را بیابید.

مجموع دنباله های حسابی:

$$۱ + ۲ + ۳ + \dots + n = \frac{n(n + ۱)}{۲}$$

دلیل:

نکته: در دنباله حسابی:

$$S_n = a_۱ + a_۲ + \dots + a_n = \frac{n}{۲} (a_۱ + a_n)$$

$$\text{مجموع دنباله حسابی} = \frac{\text{تعداد}}{۲} (\text{جمله آخر} + \text{جمله اول})$$



$$۱) ۱ + ۲ + ۳ + \dots + ۱۰ =$$

$$۲) ۱ + ۳ + ۵ + \dots + ۲۷ =$$

$$۳) a_۱ + a_۲ + \dots + a_{۱۷} =$$

$$۴) a_۷ + a_۸ + \dots + a_{۲۰} =$$

$$۵) a_۱ + a_۳ + a_۵ + \dots + a_{۳۱} =$$

۵۲- مجموع ده جمله اول دنباله حسابی ...، ۱۰، ۷، ۴، ۱ را بیابید.

۵۳- مجموع n جمله اول دنباله حسابی ...، $\frac{1}{3}$ ، $\frac{2}{3}$ ، ۱ را بیابید.



۵۴- اگر جمله عمومی دنباله حسابی $a_n = 3n + 2$ باشد مجموع ۱۵ جمله اول را بیابید.

۵۵- اگر جمله عمومی دنباله حسابی $a_n = 3n + 2$ باشد مجموع ۵ جمله دوم را بیابید.

۵۶- اگر جمله عمومی دنباله حسابی $a_n = 5n + 1$ باشد مجموع جملات شروع از جمله هفتم و ختم به جمله بیستم

را بیابید.



۵۷- در یک دنباله حسابی $a_1 = 24$ و $a_7 = -18$ باشد مجموع هفده جمله اول را بیابید.

$$S_n - S_{n-1} = a_n$$

۵۸- در یک دنباله حسابی $a_3 = 3a_1$ مجموع ده جمله اول چند برابر مجموع پنج جمله اول است؟

۵۹- در یک دنباله حسابی جمله ی n ام به صورت $a_n = \frac{3}{2}n - 5$ است. مجموع ۱۵ جمله ی اول این

تصاعد کدام است؟

۱۳۵ (۴)

۱۲۰ (۳)

۱۰۵ (۲)

۹۰ (۱)

پاسخ: ()



۶۰- اعداد $\frac{5}{2}$, x , y , ۱ چهار جمله ی اول از یک دنباله حسابی اند. مجموع پانزده جمله ی اول این دنباله کدام است؟

۶۸ (۴)

۶۷/۵ (۳)

۶۲/۵ (۲)

۵۷ (۱)

پاسخ: ()

۶۱- در یک دنباله حسابی با جمله ی عمومی $a_n = \frac{1}{2}n - 1$ مجموع جملات متوالی شروع از جمله ی دهم و ختم به سی ام کدام است؟

۲۱۰ (۴)

۱۹۰ (۳)

۱۸۹ (۲)

۱۶۸ (۱)

پاسخ: ()

۶۲- در یک دنباله حسابی، مجموع سه جمله ی اول با مجموع هفت جمله ی اول برابر است مجموع ده جمله ی اول کدام است؟

۱ (۴)

۳ (۳)

۱۰ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: ()



۶۳- در یک تصاعد حسابی، مجموع ۵ جمله ی اول آن، $\frac{1}{3}$ مجموع پنج جمله ی بعدی است. جمله دوم چند

برابر جمله ی اول است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

$\frac{5}{2}$ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۱)

پاسخ: ()

۶۴- در بیست جمله ی اول از دنباله ی حسابی، مجموع جملات ردیف فرد ۱۳۵ و مجموع جملات ردیف زوج ۱۵۰ می باشد. جمله اول کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: ()



۶۵- (سراسری ریاضی ۹۰) در یک دنباله حسابی مجموع بیست جمله ی اول سه برابر مجموع دوازده جمله ی اول آن است. اگر جمله ی سوم برابر ۶ باشد، جمله ی دهم کدام است؟

۳۸(۴)

۳۶(۳)

۳۴(۲)

۳۲(۱)

پاسخ: ()

۶۶- (سراسری ریاضی ۹۰) در یک دنباله حسابی مجموع بیست جمله ی اول سه برابر مجموع دوازده جمله ی اول آن است. اگر جمله ی سوم برابر ۶ باشد، جمله ی دهم کدام است؟

۳۸(۴)

۳۶(۳)

۳۴(۲)

۳۲(۱)

پاسخ: ()

دنباله هندسی

دنباله‌ای که هر جمله از ضرب عدد ثابتی با جمله‌ی قبل از آن بدست می‌آید را دنباله هندسی می‌گوییم، که به این عدد ثابت قدر نسبت می‌گوییم و آن را با q نشان می‌دهیم.
مثال: در دنباله‌های زیر قدرنسبت را بیابید.

۱) ۲, ۶, ۱۸, ...

۲) ۲, ۴, ۸, ...

۳) ۲, -۴, ۸, -۱۶, ...

برای بدست آوردن قدرنسبت کافی دو جمله‌ی متوالی را بر هم تقسیم کنیم.

جملات دنباله هندسی به صورت زیر هستند.

$$\underbrace{a_1}_{a_1}, \quad \underbrace{a_1 r}_{a_2}, \quad \underbrace{a_1 r^2}_{a_3}, \quad \underbrace{a_1 r^3}_{a_4}, \dots$$

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

مثال: جمله عمومی دنباله‌های هندسی زیر را بیابید.

۱) ۳, ۹, ۲۷, ...

۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{\sqrt{3}}{9}, -\frac{1}{9}, \dots$



مثال: جمله اول و قدرنسبت دنباله های هندسی زیر را بیابید.

$$۱) a_n = 2^n$$

$$۲) a_n = (-1)^{n+1} \times 3^{n-1}$$

(سه جمله ی متوالی)

اگر a ، b و c سه جمله ی متوالی تصاعد هندسی باشد آنگاه b واسطه ی هندسی a و c است.

$$\text{فکر اول: } \frac{b}{a}, b, bq$$

$$\text{فکر دوم: } b^2 = ac \rightarrow b = \pm\sqrt{ac}$$

(مجموع n جمله اول)

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

$$S_n = a_1 \left(\frac{q^n - 1}{q - 1} \right) ; q \neq 1$$

۶۷- در دنباله هندسی ... ۱۶، ۳۲، ۶۴ مجموع هفت جمله اول را بیابید.

۶۸- اگر در دنباله هندسی $q = 3$ باشد، مجموع شش جمله اول چند برابر مجموع سه جمله اول است؟

$$\frac{S_{2n}}{S_n} = \frac{a_1 \left(\frac{q^{2n} - 1}{q - 1} \right)}{a_1 \left(\frac{q^n - 1}{q - 1} \right)} =$$

۶۹- حاصل مجموع های زیر را بیابید.

$$1 + x + x^2 + \dots + x^n =$$

$$1 - x + x^2 - \dots + x^n =$$

$$\frac{1 + x + x^2 + \dots + x^{11}}{1 + x^2 + x^4} =$$



۷۰- حداقل چند جمله دنباله هندسی $\dots, \frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$ را با هم جمع کنیم تا از عدد $999/0$ بیشتر شود؟

۷۱- رابطه $S_n = a_1 \left(\frac{q^n - 1}{q - 1} \right)$ را اثبات کنید.

۷۲- بین دو عدد 324 و 4 تعداد سه عدد درج که پنج عدد حاصل تشکیل یک دنباله هندسی دهند. مجموع این ۵ عدد مثبت کدام است؟

۴۸۸(۴)

۴۸۶(۳)

۴۸۴(۲)

۴۸۲(۱)

پاسخ: ()



۷۳- مجموع سه جمله اول یک دنباله ی هندسی غیر ثابت برابر ۲۱ است. اگر این سه جمله، به ترتیب جمله

های اول، چهارم و دهم دنباله حسابی باشند، مجموع شش جمله ی اول دنباله ی هندسی کدام است؟

$$۲۵۶(۴)$$

$$۲۲۴(۳)$$

$$۱۸۹(۲)$$

$$۱۶۸(۱)$$

پاسخ: ()

۷۴- در یک تصاعد هندسی، مجموع سه جمله ی اول ۱۳۶ و مجموع شش جمله ی اول آن ۱۵۳ می باشد،

جمله ی اول چند برابر جمله ی پنجم است؟

$$۱۶(۴)$$

$$۹(۳)$$

$$۸(۲)$$

$$\frac{۸۱}{۱۶}(۱)$$

پاسخ: ()

۷۵- در یک تصاعد هندسی مجموع هشت جمله اول $\frac{۵}{۴}$ مجموع چهار جمله اول است. جمله هفتم چند

برابر جمله اول است؟

$$\frac{۱}{۴}(۴)$$

$$\frac{۵}{۲۲}(۳)$$

$$\frac{۱}{۸}(۲)$$

$$\frac{۱}{۱۶}(۱)$$

پاسخ: ()



۷۶- دنباله هندسی ... $\frac{1}{4}, x, 2$ غیر نزولی است، مجموع شش جمله اول آن کدام است؟

$$\frac{22}{16} (4)$$

$$\frac{11}{8} (3)$$

$$\frac{21}{16} (2)$$

$$\frac{41}{32} (1)$$

پاسخ: ()

۷۷- به ازای یک مقدار x اعداد $2 - x^2, 2x, 4 + x^2$ به ترتیب سه جمله اول از دنباله هندسی نزولی اند.

مجموع هفت جمله ی اول این دنباله کدام است؟

$$\frac{127}{8} (4)$$

$$\frac{63}{4} (3)$$

$$\frac{125}{16} (2)$$

$$\frac{117}{16} (1)$$

پاسخ: ()



۷۸- در یک دنباله هندسی، مجموع جملات اول و سوم برابر ۱ و مجموع چهار جمله اول آن ۳ می باشد،

مجموع شش جمله اول کدام است؟

$$۱۳/۴(۴)$$

$$۱۲/۶(۳)$$

$$۱۱/۲(۲)$$

$$۱۰/۸(۱)$$

پاسخ: ()

۷۹- در یک تصاعد هندسی صعودی، اگر مجموع سه جمله ی دوم تا چهارم برابر با ۳ و مجموع سه جمله ی

چهارم تا ششم برابر با ۲۴۳ باشد، جمله ی شانزدهم، چند برابر جمله ی هفتم است؟

$$۳۲۷(۴)$$

$$۳۱۸(۳)$$

$$۳۱۲(۲)$$

$$۳۷(۱)$$

پاسخ: ()

۸۰- (سراسری ریاضی ۹۴) تعداد جملات یک دنباله هندسی عدد زوج است. اگر مجموع تمام جملات آن ۳

برابر مجموع جملات با ردیف فرد باشد، قدر نسبت آن کدام است؟

$$۳(۴)$$

$$۲(۳)$$

$$\frac{1}{2}(۲)$$

$$\frac{1}{3}(۱)$$

پاسخ: ()



۸۱- (سراسری ریاضی ۹۳) حاصل عبارت $\frac{t^{11} + t^{10} + t^9 + \dots + t + 1}{t^9 + t^6 + t^3 + 1}$ به ازای $t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ کدام است؟

۵(۴)

۴(۳)

۳(۲)

۲(۱)

پاسخ: ()
