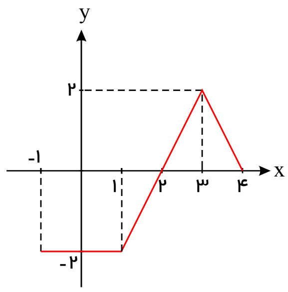
۵ اگر نمودار تابع $y=f(x-۱)$ به‌صورت زیر باشد، اشتراک دامنه و برد تابع $y=\frac{۱}{۲}f(-۲x)+۱$ کدام است؟

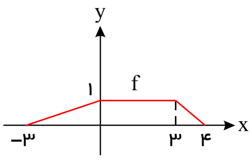


۱) $[-۱,۰]$
۲) $[۰,۱]$
۳) $[-۲,۰]$
۴) $[۰,۲]$

۶ نمودار تابع $f(x)=\frac{x+۲}{x+۱}$ از کدام ناحیه (نواحی) محورهای مختصات عبور نمی‌کند؟

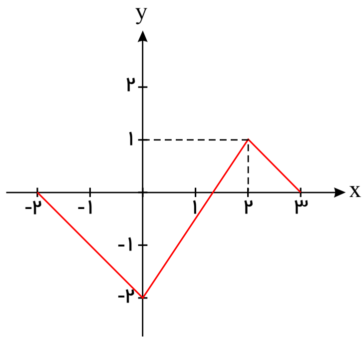
۱) دوم
۲) دوم و چهارم
۳) چهارم
۴) از همهٔ نواحی عبور می‌کند.

۷ اگر نمودار تابع f به‌صورت شکل زیر و $g(x)=\begin{cases} f(x+۱) & ;\ x\geq ۰ \\ f(۲x) & ;\ x<۰ \end{cases}$ باشد، مساحت سطح محدود بین نمودار تابع g و محور xها کدام است؟

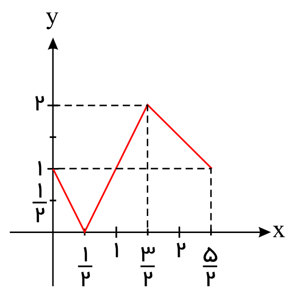


۱) $\frac{۷}{۴}$
۲) $\frac{۱۱}{۴}$
۳) $\frac{۱۳}{۴}$
۴) $\frac{۱۵}{۴}$

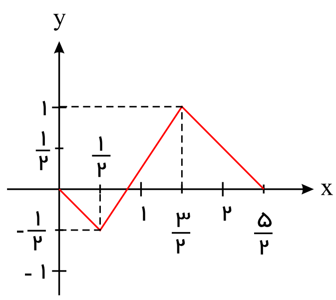
۸ نمودار تابع $y=f(x)$ به صورت مقابل است. نمودار تابع $y=-\frac{۱}{۲}f(۳-۲x)+۱$ کدام است؟



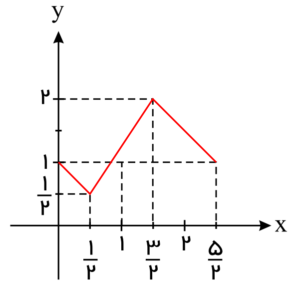
۱)



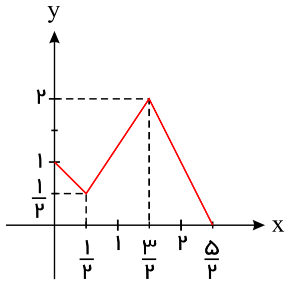
۲)



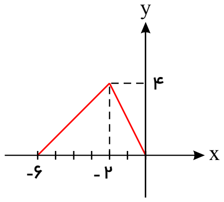
۳)



۴)

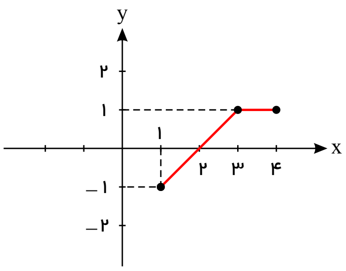


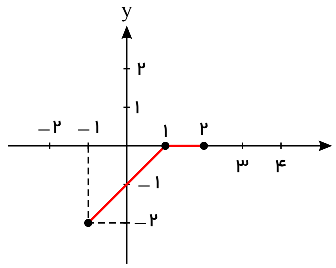
۹ اگر نمودار تابع $y=f(۲x+۵)$ به‌صورت زیر باشد، مساحت محصور بین نمودار تابع $y=۳f(-۴x+۱)$ و محور xها کدام است؟

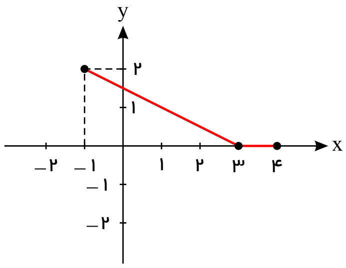


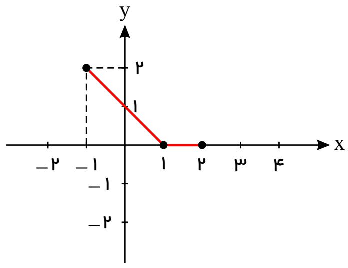
(۱) ۱۰
(۲) ۱۲
(۳) ۱۸
(۴) ۲۴

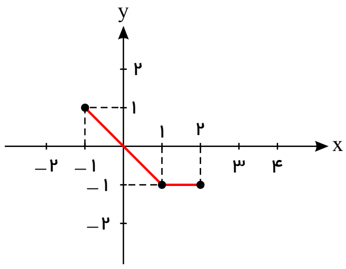
۱۰ شکل مقابل نمودار تابع $y=f(x-۲)+۱$ را نشان می‌دهد. نمودار تابع $y=-f(x)$ کدام است؟



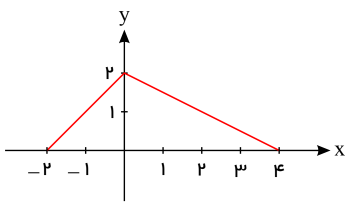
(۱)


(۲)


(۳)


(۴)


۱۱ اگر نمودار تابع $y=f(x)$ به‌صورت زیر باشد، مساحت سطح محصور بین نمودار تابع $y=f(x-|x|)$، محور xها و خط $x=۵$ کدام است؟



(۱) ۹
(۲) ۱۱
(۳) ۸
(۴) ۱۰

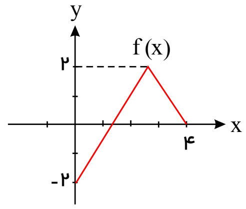
۱۲ نمودار تابع $f(x)=(x+۱)^۲$ را در راستای محورهای مختصات دو واحد به راست و یک واحد به پایین منتقل کرده‌ایم تا نمودار تابع $g(x)$ به دست آید. عرض نقطهٔ تلاقی دو نمودار f و g کدام است؟

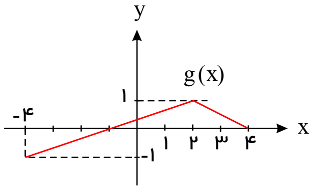
(۱) $\frac{۱}{۴}$
(۲) $\frac{۳}{۴}$
(۳) $\frac{۳}{۲}$
(۴) $\frac{۹}{۱۶}$

۱۳ اگر دامنهٔ تعریف تابع $y=f(۲-x)$ بازهٔ $[-۱,۲]$ باشد، دامنهٔ تعریف تابع $g(x)=f(۳x+۴)$ کدام است؟

(۱) $\left[-\frac{۴}{۳},-\frac{۱}{۳}\right]$
(۲) $[۰,۱]$
(۳) $[۰,۳]$
(۴) $[۱,۲]$

۱۴) با توجه به نمودارهای داده شده، اگر دامنه و برد دو تابع $y_۱=\frac{۱}{۲}f(x+a)+۱$ و $y_۲=g(۲x)+b$، دوبه‌دو با هم برابر باشند، حاصل $a+b$ کدام است؟



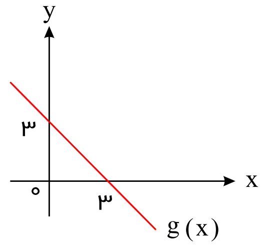


۱) ۲
۲) ۳
۳) -۲
۴) -۳

۱۵) اگر نقطهٔ $(۲x_۰, y_۰)$ روی نمودار تابع $y=f(x)$ قرار داشته باشد، کدام نقطه روی نمودار تابع $y=-۲f(\frac{x-۳}{۲})+y_۰$ قرار دارد؟

۱) $(۴x_۰+۳, y_۰)$
۲) $(۴x_۰+۳, -y_۰)$
۳) $(\frac{۲x_۰-۳}{۲}, -y_۰)$
۴) $(\frac{۲x_۰-۳}{۲}, y_۰)$

۱۶) نمودار $g(x)=f(x)-۲$ به صورت مقابل است. مساحت ناحیهٔ محدود به نمودار $h(x)=۳f(۲x-۱)$ و محورهای مختصات چقدر است؟

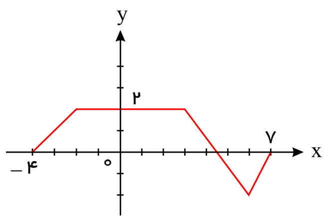


۱) ۱۵
۲) ۱۲
۳) ۱۸
۴) ۲۷

۱۷) نقطهٔ $A(-۱,۳)$ روی نمودار تابع $f(x)$ و نقطهٔ متناظر با آن یعنی $A'(a,b)$ روی نمودار تابع $y=۳f(۲x-۵)-۷$ قرار دارد. $a-b$ کدام است؟

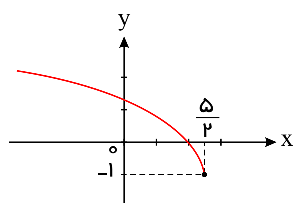
۱) -۲
۲) صفر
۳) ۲
۴) ۴

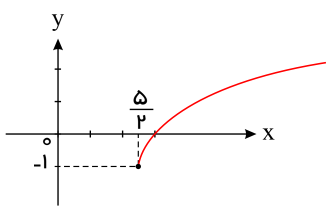
۱۸) نمودار تابع f به صورت شکل زیر است. دامنهٔ تابع $y=۲f(۲x-۱)$ شامل چند عدد صحیح است؟

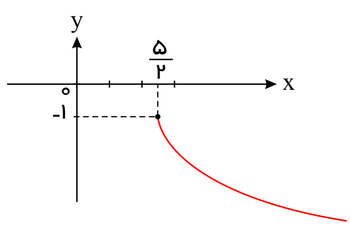


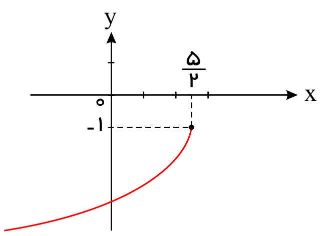
۱) ۴
۲) ۱۲
۳) ۶
۴) ۸

۱۹) نمودار تابع $y=\sqrt{۵-۲x}-۱$ کدام است؟

۱)


۲)


۳)


۴)


۲۰) نمودار تابعی را ۲ واحد به سمت راست انتقال داده‌ایم و سپس قرینهٔ شکل حاصل را نسبت به محور xها ۳ برابر در جهت عمودی منبسط کرده ایم و تابع $y=-|۳x-۱۲|$ به‌دست آمده است. تابع اولیه کدام بوده است؟

۱) $y=۹|x-۶|$
۲) $y=\frac{۱}{۳}|۲-x|$
۳) $y=|x-۶|$
۴) $y=|x-۲|$

۲۱) با اعمال موارد کدام گزینه به ترتیب، نمودار تابع $y=f(x)$ تبدیل به نمودار تابع $y=-\frac{۱}{۴}f(۱-x)$ می‌شود؟

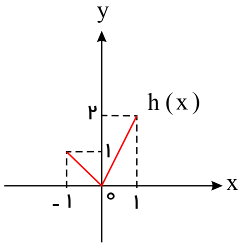
۱) انتقال یک واحد به راست، انعکاس نسبت به محور xها و yها، انقباض $\frac{۱}{۴}$ واحد در راستای افقی

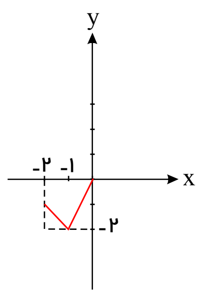
۲) انتقال یک واحد به چپ، انعکاس نسبت به محور xها و yها، انقباض $\frac{۱}{۴}$ واحد در راستای عمودی

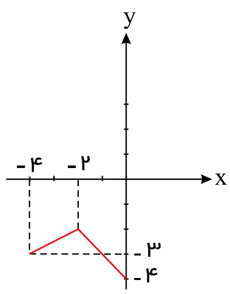
۳) انتقال یک واحد به چپ، انعکاس نسبت به محور xها و yها، انقباض $\frac{۱}{۴}$ واحد در راستای افقی

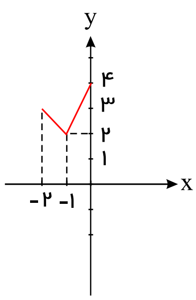
۴) انتقال یک واحد به راست، انعکاس نسبت به محور xها و yها، انقباض $\frac{۱}{۴}$ واحد در راستای عمودی

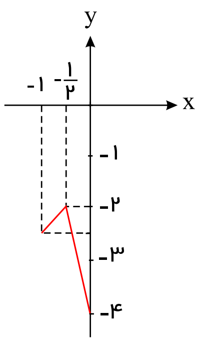
۲۲) نمودار تابع $h(x)=f(x-۱)-۲$ مطابق شکل روبه‌رو است. کدام گزینه نمودار تابع $y=-f(\frac{x}{۲})$ را به‌درستی نشان می‌دهد؟



۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۲۳) برای رسم نمودار تابع $f(x)=\log_۲(۲x+۴)$، به ترتیب باید چه انتقال‌هایی را روی تابع $y=\log_۲(x-۱)$ انجام دهیم؟

۱) ۵ واحد در راستای افقی به چپ، ۲ واحد در راستای قائم به بالا

۲) ۳ واحد در راستای افقی به چپ، ۱ واحد در راستای قائم به بالا

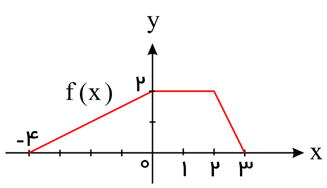
۳) ۵ واحد در راستای افقی به راست، ۲ واحد در راستای قائم به بالا

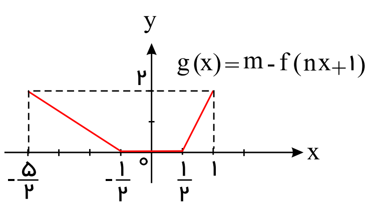
۴) ۳ واحددر راستای افقی به راست، ۱ واحد در راستای قائم به بالا

۲۴) نمودار تابع $y=\sqrt{۱-۲x}$ را یک واحد به چپ و سپس یک واحد به بالا منتقل می‌کنیم. نمودار جدید خط $y=x+۹$ را در نقطهٔ $A(\alpha,\beta)$ قطع می‌کند. حاصل $\alpha+\beta$ چقدر است؟

۱) -۲۰ ۲) ۹ ۳) -۱ ۴) ۳

۲۵) با توجه به نمودارهای $f(x)$ و $g(x)=m-f(nx+۱)$، حاصل $۲m+n$ کدام است؟





۱) ۴

۲) ۲

۳) ۶

۴) ۳

۲۶) نمودار تابع $y=۲|x+۱|+۳$ را ابتدا یک واحد به سمت راست منتقل می‌کنیم؛ سپس آن را نسبت به محور طول‌ها قرینه می‌کنیم و درنهایت ۴ واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم. مجموع طول و عرض نقاط تلاقی نمودار به‌دست‌آمده با محورهای مختصات چقدر می‌باشد؟

۱) ۱ ۲) ۴ ۳) ۷ ۴) -۴

پاسخنامه تشریحی

۱ ۴ ۳ ۲ ۱ نمودار $f(x)$ در راستای افقی با ضریب ۲ منبسط شده و سپس یک واحد به بالا رفته است، پس داریم:

$$f(x)\xrightarrow{x\to\frac{1}{2}x} f\left(\frac{1}{2}x\right)\xrightarrow{\text{یک واحد به بالا}} f\left(\frac{1}{2}x\right)+1 \Rightarrow g(x)=f\left(\frac{x}{2}\right)+1$$

۲ ۴ ۳ ۲ ۱ با توجه به مراحل گفته شده داریم:

$$y=f(x)\xrightarrow[x\to -x]{\text{قرینه نسبت به } y \text{ ها}} f(-x)\xrightarrow[x\to x-2]{\text{۲ واحد به راست}} f(-(x-2))=f(-x+2)$$

$$\xrightarrow{\text{انبساط عمودی با ضریب ۲}} g(x)=2f(-x+2)$$

۳ ۴ ۳ ۲ ۱

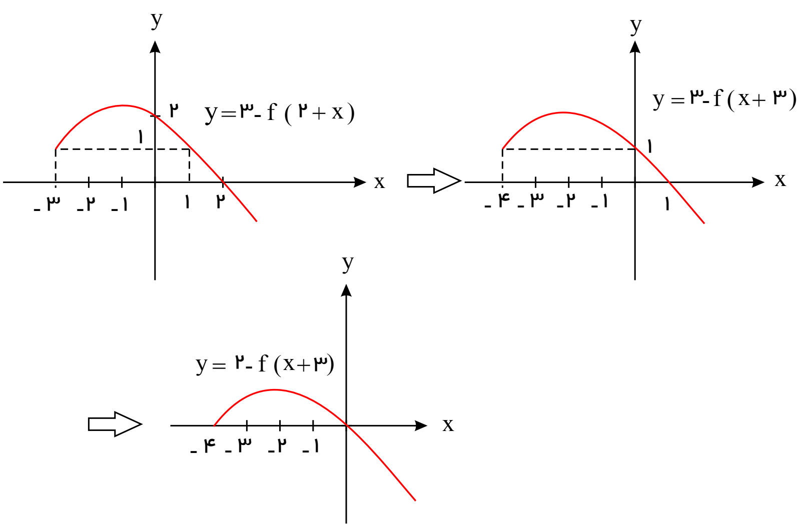
$$g(x)=f(2x-1)\xrightarrow[x\to\frac{1}{2}x]{\text{طول‌ها دو برابر}} g_1(x)=f(x-1)\xrightarrow[x\to x+3]{\text{سه واحد چپ}} g_2(x)=f(x+2)\xrightarrow[x\to\frac{1}{3}x]{\text{طول‌ها } \frac{1}{3} \text{ برابر}} h(x)=f(\frac{1}{3}x+2)$$

پس: $-1\le x\le 3\xrightarrow{\text{طول‌ها دو برابر}} -2\le x\le 6\xrightarrow{\text{سه واحد چپ}} -5\le x\le 3\xrightarrow{\text{طول‌ها } \frac{1}{3} \text{ برابر}} -\frac{5}{3}\le x\le 1$

۴ ۴ ۳ ۲ ۱

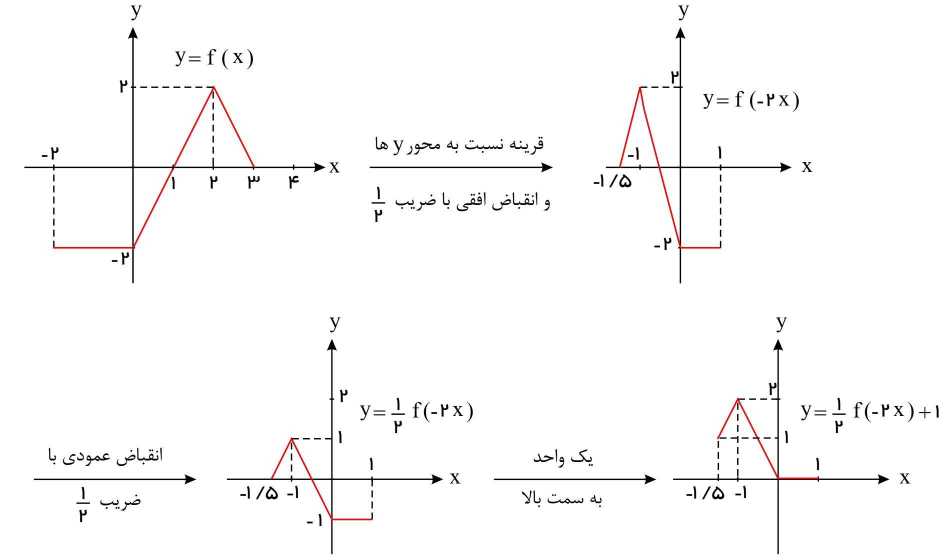
$$y=3-f(2-x)\xrightarrow[\text{قرینه نسبت به } y \text{ها}]{x\to -x} y=3-f(2+x)\xrightarrow[\text{۱ واحد انتقال به چپ}]{x\to x+1} y=3-f(2+x+1)$$

$$\Rightarrow y=3-f(x+3)\xrightarrow{\text{یک واحد انتقال به پایین}} y=2-f(x+3)$$



۵ ۴ ۳ ۲ ۱ ابتدا نمودار را یک واحد به سمت چپ منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع $y=f(x)$ به دست می‌آید. سپس با انجام انتقال و انقباض، نمودار تابع $y=\frac{1}{2}f(-2x)+1$ را به دست می‌آوریم:

بی نام

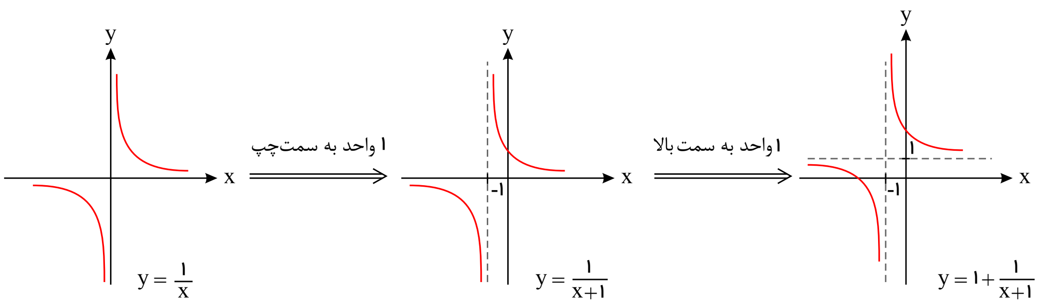


پس دامنهٔ تابع $y=\frac{1}{2}f(-2x)+1$ برابر با $[-1/5, 1]$ و برد آن $[0, 2]$ است که اشتراک آن‌ها بازهٔ $[0, 1]$ می‌شود.

۶) ① ② **③** ④

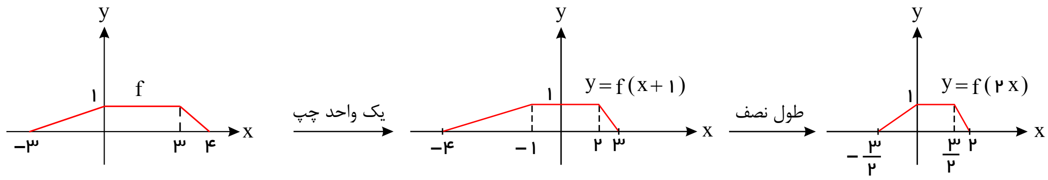
$$f(x)=\frac{x+2}{x+1}=\frac{x+1}{x+1}+\frac{1}{x+1}\rightarrow f(x)=\frac{1}{x+1}+1$$

اکنون نمودار $f(x)=\frac{1}{x}$ را رسم می‌کنیم، سپس آن را یک واحد به سمت چپ و پس از آن یک واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم.

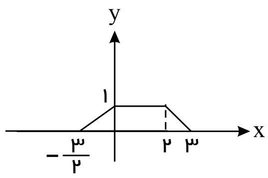


۷) ① ② **③** ④

برای رسم $f(x+1)$ باید $f(x)$ را یک واحد به چپ منتقل کنیم، همچنین برای رسم $f(2x)$ باید طول نقاط $f(x)$ را بر ۲ تقسیم کنیم، پس داریم:



$$g(x)=\begin{cases} f(x+1) & ; x\geq 0 \\ f(2x) & ; x<0 \end{cases}\longrightarrow$$



$$\longrightarrow S=\frac{(4/5+2)\times 1}{2}=\frac{6/5}{2}=\frac{13}{4}$$

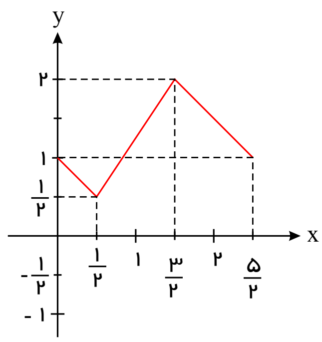
۸) ① ② **③** ④ با توجه به مراحل زیر داریم:

$$y=f(x)\xrightarrow[\text{۳ واحد به چپ}]{x\to x+3} y_1=f(x+3)\xrightarrow[\text{قرینه نسبت به محور } y \text{ ها}]{x\to -x} y_2=f(-x+3)\xrightarrow[\text{انقباض افقی با ضریب ۲}]{x\to 2x} y_3=f(-2x+3)$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } x \text{ ها}} y_4=-f(-2x+3)\xrightarrow{\text{انقباض عمودی با ضریب } \frac{1}{2}} y_5=-\frac{1}{2}f(-2x+3)$$

$$\xrightarrow{\text{یک واحد به بالا}} y_6=-\frac{1}{2}f(-2x+3)+1$$

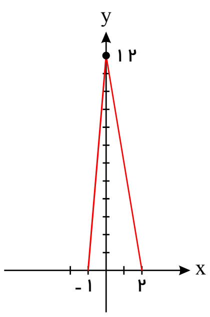
با انجام مراحل بالا نمودار $y=-\frac{1}{2}f(-2x+3)+1$ به صورت زیر است.



۹ ۴ ۳ ۲ ۱ اول مشخص می‌کنیم که چگونه $y=f(2x+5)$ به $y=3f(-4x+1)$ تبدیل شده است.

$$y=f(2x+5)\xrightarrow[x\to\frac{1}{2}x]{\text{طول‌ها دو برابر}} y_1=f(x+5)\xrightarrow[x\to x-4]{\text{۴ واحد راست}} y_2=f(x+1)\xrightarrow{\text{طول‌ها } -\frac{1}{4} \text{ برابر}} y_3=f(-4x+1)\xrightarrow{\text{عرض‌ها ۳ برابر}} y=3f(-4x+1)$$

پس نمودار $y=3f(-4x+1)$ بدین صورت می‌شود:



$$\longrightarrow S=\frac{1}{2}\times 12\times 3=18$$

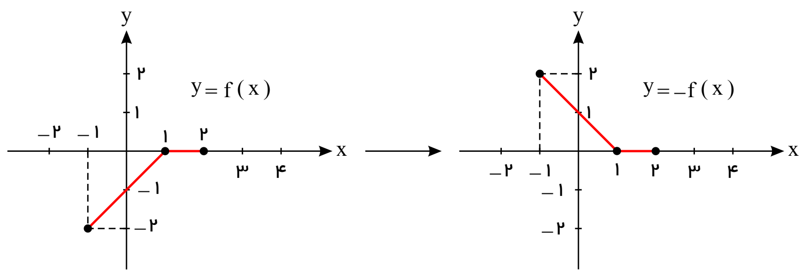
البته می‌توان نقاط متناظر $\left|{}^{0}_{0}\right.$ و $\left|{}^{-2}_{4}\right.$ و $\left|{}^{-6}_{0}\right.$ از تابع $y=f(2x+5)$ را روی تابع $y=3f(-4x+1)$ بیابیم.

$$\left|{}^{0}_{0}\right.\xrightarrow{y=f(2x+5)} f(5)=0\xrightarrow[x=-1]{y=3f(-4x+1)} y=3f(5)=3(0)=0\to\left|{}^{-1}_{0}\right.$$

$$\left|{}^{-2}_{4}\right.\xrightarrow{y=f(2x+5)} f(1)=4\xrightarrow[x=0]{y=3f(-4x+1)} y=3f(1)=3(4)=12\to\left|{}^{12}_{0}\right.$$

$$\left|{}^{-6}_{0}\right.\xrightarrow{y=f(2x+5)} f(-7)=0\xrightarrow[x=2]{y=3f(-4x+1)} y=3f(-7)=3(0)=0\to\left|{}^{2}_{0}\right.$$

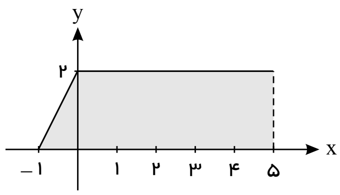
۱۰ ۴ ۳ ۲ ۱ برای پیدا کردن نمودار $y=f(x)$ از روی نمودار $y=f(x-2)+1$، ابتدا نمودار را دو واحد به‌طرف چپ و سپس یک واحد به‌طرف پایین انتقال می‌دهیم. در نهایت نمودار $y=f(x)$ را نسبت به محور xها قرینه می‌کنیم تا نمودار $y=-f(x)$ به‌دست آید.



بی نام

۱۱ ۱ **۲** ۳ ۴

$$x \geq 0 \Rightarrow y = f(x-x) = f(0) = 2$$
$$x < 0 \Rightarrow y = f(x-(-x)) = f(2x) \Rightarrow y = \begin{cases} 2 & x \geq 0 \\ f(2x) & x < 0 \end{cases} \Rightarrow$$



مساحت $S = \frac{1}{2}(5+6) \times 2 = 11$

۱۲ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$f(x) = (x+1)^2 \xrightarrow[x \to x-2]{\text{۲ واحد به راست}} y = (x-2+1)^2 = (x-1)^2 \xrightarrow{\text{یک واحد به پایین}} g(x) = (x-1)^2 - 1$$

$$f(x) = g(x) \Rightarrow (x+1)^2 = (x-1)^2 - 1 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = x^2 - 2x + 1 - 1 \Rightarrow 4x = -1$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{4} \Rightarrow f(-\frac{1}{4}) = (-\frac{1}{4}+1)^2 = (\frac{3}{4})^2 = \frac{9}{16}$$

۱۳ **۱** ۲ ۳ ۴

$$y = f(2-x) \xrightarrow[x \to -x]{\text{قرینه نسبت به محور } y} y_1 = f(x+2) \xrightarrow[x \to x+2]{\text{۲ واحد چپ}} y_2 = f(x+4) \xrightarrow{\text{طول‌ها } \frac{1}{3} \text{ برابر}} g(x) = f(3x+4)$$

پس: $-1 \leq x \leq 2 \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } y} -2 \leq x \leq -1 \xrightarrow{\text{۲ واحد چپ}} -4 \leq x \leq -1 \xrightarrow{\text{طول‌ها } \frac{1}{3} \text{ برابر}} -\frac{4}{3} \leq x \leq -\frac{1}{3}$

۱۴ ۱ **۲** ۳ ۴

$$\begin{cases} y = f(x) \to \begin{cases} D_f = [0,4] \\ R_f = [-2,2] \end{cases} \\ y_1 = \frac{1}{2}f(x+a) + 1 \to \begin{cases} D_{y_1} = [-a, 4-a] \\ R_{y_1} = [\frac{1}{2}(-2)+1, \frac{1}{2}(2)+1] = [0,2] \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = g(x) \to \begin{cases} D_f = [-4,4] \\ R_f = [-1,1] \end{cases} \\ y_2 = g(2x) + b \to \begin{cases} D_{y_2} = [-2,2] \\ R_{y_2} = [-1+b, 1+b] \end{cases} \end{cases}$$

$D_{y_1} = D_{y_2} \to -a = -2 \to a = 2$ یا $4 - a = 2 \to a = 2$

$R_{y_1} = R_{y_2} \to 0 = -1 + b \to b = 1$ یا $2 = 1 + b \to b = 1$

پس $a + b = 3$ است.

۱۵ ۱ **۲** ۳ ۴ باید مشخص کنیم با چه انتقال‌هایی تابع $y = f(x)$ به $y = -2f(\frac{x}{2} - \frac{3}{2}) + y_0$ تبدیل می‌شود.

$$y = f(x) \xrightarrow[x \to x - \frac{3}{2}]{\text{به سمت راست } \frac{3}{2}} y_1 = f(x - \frac{3}{2}) \xrightarrow[x \to \frac{1}{2}x]{\text{طول‌ها دو برابر}} y_2 = f(\frac{x}{2} - \frac{3}{2}) \xrightarrow{\text{عرض‌ها } -2 \text{ برابر}} y_3 = -2f(\frac{x}{2} - \frac{3}{2}) \xrightarrow[\text{یا پایین}]{\text{به سمت بالا } y_0} y = -2f(\frac{x}{2} - \frac{3}{2}) + y_0$$

پس: $\begin{vmatrix} 2x_0 \\ y_0 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{به سمت راست } \frac{3}{2}} \begin{vmatrix} 2x_0 + \frac{3}{2} \\ y_0 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{طول‌ها دو برابر}} \begin{vmatrix} 4x_0 + 3 \\ y_0 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{عرض‌ها } -2 \text{ برابر}} \begin{vmatrix} 4x_0 + 3 \\ -2y_0 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{عرض با } y_0 \text{ جمع شود}} \begin{vmatrix} 4x_0 + 3 \\ -y_0 \end{vmatrix}$

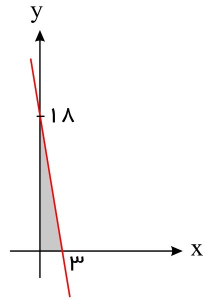
۱۶ ۱ ۲ ۳ **۴** ابتدا ضابطهٔ تابع خطی $g(x)$ را به دست می‌آوریم. برای این کار باید معادلهٔ خط گذرنده از دو نقطه $A(0,3)$ و $B(3,0)$ را به دست آوریم.

$$\frac{y - y_A}{x - x_A} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} \to \frac{y-3}{x} = \frac{3}{-3} = -1 \to y - 3 = -x \to y = -x + 3 \to g(x) = -x + 3 \to f(x) = -x + 5$$

پس: $h(x) = 3(-(2x-1)+5) \to h(x) = -6x + 18$

یک بار به x و بار دیگر به y صفر می‌دهیم:

$$x = 0 \to y = 18 \quad , \quad y = 0 \to x = 3$$



$$\longrightarrow S=\frac{۱}{۲}\times ۳\times ۱۸=۲۷$$

۱۷ ۴ ۳ **۲** ۱

روش اول:

$A(-۱,۳)\in f \Rightarrow f(-۱)=۳ \quad , \quad ۲x-۵=-۱ \Rightarrow x=۲$

$y(۲)=۳f(-۱)-۷=۳\times ۳-۷=۲ \Rightarrow A'(۲,۲) \Rightarrow a=۲\ ,\ b=۲ \Rightarrow a-b=۰$

پس: $y(۲)=۳f(-۱)-۷=۳(۳)-۷=۲ \to A'\Big|^{۲}_{۲} \xrightarrow{a=۲\ ,\ b=۲} a-b=۰$

روش دوم: تابع f پنج واحد به سمت راست برده شده و سپس طول‌هایش نصف شده و عرض‌هایش ۳ برابر شده و نهایتاً ۷ واحد به پایین برده شده است.

$$\Big|^{-۱}_{۳} \xrightarrow{\text{پنج واحد راست}} \Big|^{۴}_{۳} \xrightarrow{\text{طول‌ها نصف}} \Big|^{۲}_{۳} \xrightarrow{\text{عرض ۳ برابر}} \Big|^{۲}_{۹} \xrightarrow{\text{هفت واحد پایین}} A'\Big|^{۲}_{۲}$$

پس $a-b=۰$ است.

۱۸ ۴ **۳** ۲ ۱ روش اول: با توجه به نمودار تابع f، دامنهٔ آن بصورت $D_f=[-۴,۷]$ می‌باشد. پس داریم:

$y=۲f(۲x-۱) \Rightarrow -۴\leq ۲x-۱\leq ۷ \Rightarrow -۴+۱\leq ۲x-۱+۱\leq ۷+۱ \Rightarrow -۳\leq ۲x\leq ۸$

$\Rightarrow -\frac{۳}{۲}\leq x\leq ۴ \Rightarrow$ اعداد صحیح : $-۱,۰,۱,۲,۳,۴ \Rightarrow$ ۶ عدد

روش دوم: تابع f را باید یک واحد به سمت راست برده و سپس طول‌های نقاطش را نصف و عرض‌ها را دو برابر کنیم (دو برابر کردن عرض‌ها روی دامنه تاثیر ندارد).

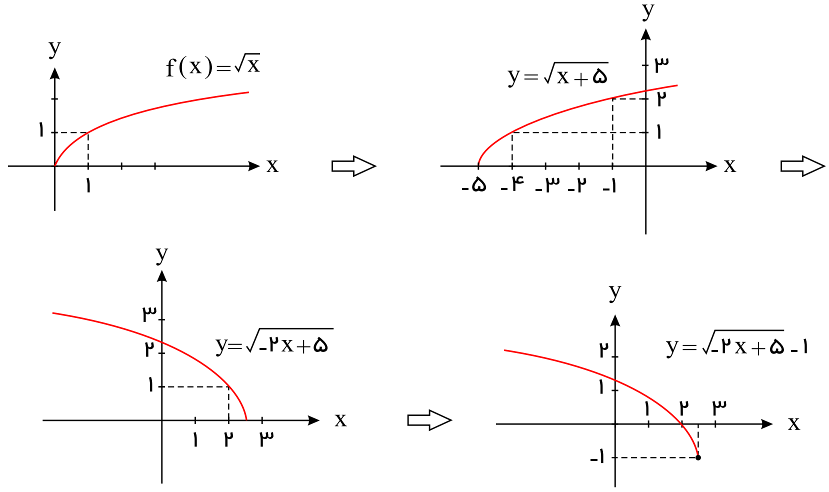
$$-۴\leq x\leq ۷ \xrightarrow{\text{یک واحد راست}} -۳\leq x\leq ۸ \xrightarrow{\text{طول‌ها نصف}} -\frac{۳}{۲}\leq x\leq ۴$$

که اعداد صحیح آن عبارتند از $-۱,۰,۱,۲,۳,۴$

۱۹ ۴ ۳ ۲ **۱**

$$f(x)=\sqrt{x} \xrightarrow{x\to x+۵} y=\sqrt{x+۵} \xrightarrow{x\to -۲x} y=\sqrt{-۲x+۵} \xrightarrow[\text{به پایین}]{\text{یک واحد}} y=\sqrt{-۲x+۵}-۱$$

نمودار $f(x)=\sqrt{x}$ را ابتدا ۵ واحد به چپ منتقل می‌کنیم تا $y=\sqrt{x+۵}$ حاصل شود. در نمودار حاصل، طول نقاط را بر -۲ تقسیم می‌کنیم تا $y=\sqrt{-۲x+۵}$ به‌دست آید. سپس در نهایت نمودار حاصل را یک واحد به پایین منتقل می‌کنیم.



۲۰ **۴** ۳ ۲ ۱ باید مراحل گفته شده را به‌صورت برعکس از انتها به ابتدا انجام دهیم، که داریم:

$$y=-|۳x-۱۲|=-۳|x-۴| \xrightarrow{\text{انقباض در راستای عمودی با ضریب } \frac{۱}{۳}} y=\frac{۱}{۳}\times(-۳)|x-۴|=-|x-۴|$$

$$\xrightarrow[\text{محور } x\text{ها}]{\text{قرینه نسبت به}} y=|x-۴| \xrightarrow[x\to x+۲]{\text{۲ واحد انتقال به چپ}} y=|x+۲-۴|=|x-۲|$$

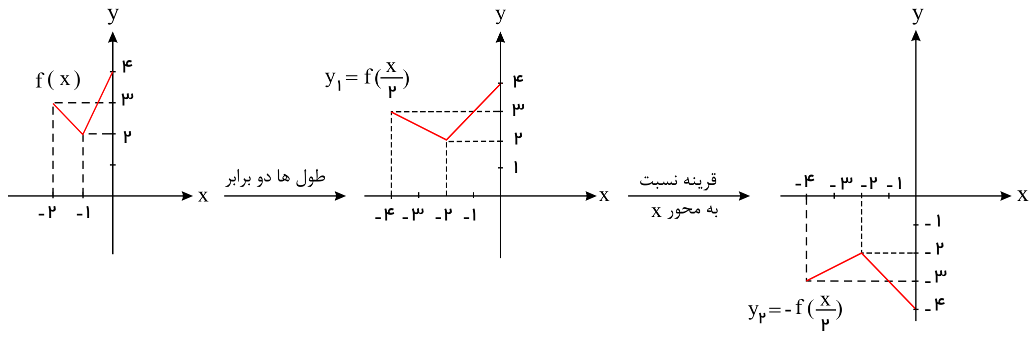
۲۱ ۱ ۲ ۳ ۴

$$y=f(x)\xrightarrow[x\to x+۱]{\text{۱ واحد انتقال به چپ}} f(x+۱)\xrightarrow[x\to -x]{\text{قرینه نسبت به محور } y \text{ ها}} f(-x+۱)$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } x \text{ ها}} -f(-x+۱)\xrightarrow{\text{انقباض عمودی با ضریب } \frac{۱}{۴}} y=-\frac{۱}{۴}f(-x+۱)$$

۲۲ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا شکل را یک واحد چپ و سپس دو واحد بالا می‌بریم تا $y=f(x)$ بدست آید.

نمودار $h(x)=f(x-۱)-۲$ را یک واحد به چپ و سپس ۲ واحد به بالا منتقل می‌کنیم تا نمودار $f(x)$ حاصل شود.



۲۳ ۱ ۲ ۳ ۴

$$f(x)=\log_۲(۲x+۴)=\log_۲ ۲(x+۲)=\log_۲^۲+\log_۲(x+۲)=۱+\log_۲(x+۲)$$

اکنون بررسی می کنیم که نمودار $y=\log_۲(x-۱)$ را چگونه به نمودار $y=۱+\log_۲(x+۲)$ تبدیل کنیم:

$$y=۱+\log(x-۱)\xrightarrow[\text{۳ واحد به چپ}]{x\to x+۳} y=\log_۲(x+۲)$$

$$\xrightarrow[\text{۱ واحد به سمت بالا}]{y\to y+۱} y=۱+\log_۲(x+۲)$$

۲۴ ۱ ۲ ۳ ۴

$$y=\sqrt{۱-۲x}\xrightarrow{\text{یک واحد به چپ}} y_۱=\sqrt{۱-۲(x+۱)}\xrightarrow{\text{یک واحد به بالا}} y_۲=\sqrt{-۲x-۱}+۱$$

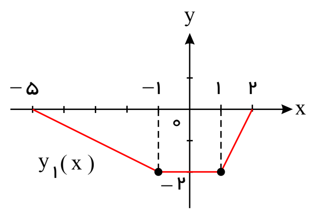
$$\begin{cases} y_۲=\sqrt{-۲x-۱}+۱ \\ y=x+۹\end{cases}\xrightarrow{\text{تلاقی}}\sqrt{-۲x-۱}+۱=x+۹\longrightarrow\sqrt{-۲x-۱}=x+۸$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} -۲x-۱=x^۲+۶۴+۱۶x\longrightarrow x^۲+۱۸x+۶۵=۰\longrightarrow(x+۵)(x+۱۳)=۰$$

$$\begin{cases} x=-۱۳ \ (\text{در معادله صدق نمی‌کند.})\ \text{غ‌ق‌ق} \\ x=-۵\xrightarrow{y=x+۹} y=۴\to A\left|\begin{matrix}-۵:\alpha\\ ۴\ \ :\beta\end{matrix}\right.\to\alpha+\beta=-۱\end{cases}$$

۲۵ ۱ ۲ ۳ ۴

اگر نمودار تابع $f(x)$ را نسبت به محور xها قرینه کنیم و سپس یک واحد به سمت چپ انتقال دهیم، به نمودار تابع $y_۱(x)=-f(x+۱)$ خواهیم رسید:



حال با دقت به دو نمودار $g(x)$ و $y_۱(x)$ درمی‌یابیم که برای رسیدن به نمودار تابع $g(x)$، $y_۱(x)$ را باید در راستای افقی، دو برابر منقبض کنیم و سپس دو واحد در راستای عمودی به سمت بالا انتقال دهیم. یعنی:

$$g(x)=۲+y_۱(۲x)\Rightarrow g(x)=۲-f(۲x+۱)$$

$$\Rightarrow\begin{cases} m=۲\\ n=۲\end{cases}\Rightarrow ۲m+n=۶$$

۲۶ ۱ ۲ ۳ ۴ کافی است مرحله به مرحله انتقال‌ها را انجام دهیم:

$$y=۲|x+۱|+۳\xrightarrow[x\to x-۱]{\text{یک واحد به سمت راست}} y=۲|x-۱+۱|+۳\xrightarrow[y\to -y]{\text{قرینه نسبت به محور } x \text{ ها}} y=-(۲|x|+۳)=-۲|x|-۳\xrightarrow{\text{۴ واحد به سمت بالا}} y=-۲|x|-۳+۴$$

$$\Rightarrow y=-۲|x|+۱$$

حال نقاط تلاقی با محور xها و yها را به‌دست می‌آوریم:

تلاقي با محور x ها : $y=0 \Rightarrow |x|=\frac{1}{2} \Rightarrow x=\pm\frac{1}{2}$

تلاقي با محور y ها : $x=0 \Rightarrow y=1$

$\Rightarrow$ پس: مجموع طول و عرض نقاط $=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}+1=1$

پاسخنامه کلیدی

۱	۳
۲	۲
۳	۴
۴	۲
۵	۲
۶	۳
۷	۳
۸	۳
۹	۳
۱۰	۳
۱۱	۲
۱۲	۴
۱۳	۱
۱۴	۲
۱۵	۲
۱۶	۴
۱۷	۲
۱۸	۳
۱۹	۱
۲۰	۴
۲۱	۲
۲۲	۲
۲۳	۲
۲۴	۳
۲۵	۳
۲۶	۱