





همراه داشتن جزوه در کلاس اجباری است





§ ۱ ریشه و توان

- ریشه دوم a : عددی که به وقتی به توان دو می رسد برابر a می شود.
- مثال ریشه دوم اعداد زیر را بیابید.

۹	صفر	-۴
---	-----	----

- اعداد منفی ریشه دوم ندارند و اعداد مثبت دو ریشه دوم دارند.
- رایکال فرجه دو عدد a : به ریشه دوم نامنفی اعداد نامفی می گوئیم و با نماد \sqrt{a} نشان می دهیم.
- مثال رادیکال فرجه دو اعداد زیر را بیابید.

۹	صفر	-۴
---	-----	----

- ریشه n ام عدد a : عددی که به توان n برابر a است. $x^n = a$
- مثال: ریشه سوم عدد ۲۷ :

ریشه چهارم عدد ۱۶ :

ریشه پنجم عدد ۲۴۳ :

ریشه ششم عدد -۳۲ :

ریشه n ام عدد a	
اگر n زوج باشد \Leftarrow	اگر n فرد باشد \Leftarrow

مثال: ریشه سوم عدد -۸ :

ریشه چهارم عدد ۱ :

ریشه چهارم عدد -۱ :



چند خاصیت اصلی توان رسانی

$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	$a^n \times a^m = a^{n+m}$
$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$	$a^n \times b^n = (ab)^n$
$(a^n)^m = a^{nm}$	$a^{-1} = \frac{1}{a}$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a^n}$

مثال: حاصل عبارتهای زیر را بیابید.

$4^{-1} =$	$4^{\frac{1}{2}} =$
$(2^3)^2 =$	$8^{\frac{2}{3}} =$
$2^{3^2} =$	$4^{-\frac{1}{2}} =$
$8^{-\frac{1}{3}} =$	$16^{-\frac{2}{4}} =$
$(0.25)^{-\frac{1}{2}} =$	$(0.5)^{-0.5} =$



چند خاصیت اصلی رادیکالها

$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$	
$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$	
$\sqrt[n]{a \pm b} \neq \sqrt[n]{a} \pm \sqrt[n]{b}$	

مثال: حاصل عبارتهای زیر را بیابید.

$\sqrt{16} =$	$\sqrt{16 \times 25} =$
$\sqrt[3]{-8} =$	$\sqrt[3]{-\frac{8}{27}} =$
$\sqrt{(-2)^2} =$	$\sqrt{16 \times 5} =$
$\sqrt[3]{-27 \times 3} =$	$\sqrt{8} =$

مثال: در هر مورد مقدار x را بیابید.

۱) $2^2 \times (2^3)^2 \times 2^{2^3} = 2^x$
۲) $2\sqrt[3]{2} = 2^x$



$$۳) \sqrt{2^4 \sqrt{2}} = 2^x$$

$$۴) \sqrt[3]{2 \sqrt{2} \sqrt[3]{2}} = 2^x$$

$$۵) \sqrt{27 \sqrt{3 \sqrt{9 \sqrt{3}}}} = 3^x$$

مثال: حاصل $\frac{(-0.2)^{-3} \times \sqrt[3]{25}}{\sqrt{(0.04)^{-5}} \times \sqrt[3]{0.2}}$ را بیابید.



مثال: اگر $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{4\sqrt{2}}} = \frac{1}{2x}$ باشد x را بیابید.

چند خاصیت دیگر رادیکالها

$m\sqrt[n]{\sqrt{a}} = nm\sqrt{a}$	
$m\sqrt[n]{\sqrt{a}} = n\sqrt[m]{\sqrt{a}}$	
نامنفی = نامنفی زوج	دلخواه = دلخواه فرد

مثال: حاصل عبارتهای زیر را بیابید.

$\sqrt{4} =$	$\sqrt{-4} =$
$\sqrt[3]{-8} =$	$\sqrt[3]{8} =$

$(\sqrt[3]{x})^3 = x$	$\sqrt[3]{x^3} = x$
$(\sqrt{x})^2 = x$	$\sqrt{x^2} = x $

اگر توان زوج درون رادیکال باشد و عدد زوجی را از توان و فرجه ساده کنیم ، قدرمطلق ایجاد می شود.

مثال: حاصل عبارتهای زیر را بیابید.

$\sqrt{2^2} =$	$\sqrt{-2^2} =$
$\sqrt{2^2} =$	$\sqrt{(-2)^2} =$
$\sqrt[3]{(-3)^3} =$	$\sqrt{(-3)^2} =$
$\sqrt{x^2 + 2x + 1} =$	$\sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} =$

- اگر درون قدرمطلق مثبت باشد خودش خارج می شود و اگر درون قدرمطلق منفی باشد قرینه آن خارج می شود.

مثال: حاصل عبارتهای زیر را بیابید.

$\sqrt[4]{x^4} =$	$(\sqrt[4]{x})^4 =$
$\sqrt[4]{x^2} =$	$\sqrt[6]{x^3} =$
$\sqrt[6]{x^2} =$	$\sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2} =$



$\sqrt{x^2} \times \sqrt{x} =$	$\sqrt{x^2} \times \sqrt{-x} =$
$\sqrt{x^3} =$	$\sqrt{-x^3} =$

۱- مقدار عددی عبارت های زیر را محاسبه کنید.

$\sqrt[3]{0.008} =$	$\sqrt[4]{0.0016} =$
$(\sqrt[3]{7})^6 =$	$(\sqrt[3]{2\sqrt{2}})^6 =$
$(\sqrt[4]{2\sqrt{3}})^{20} =$	$\sqrt[6]{\frac{64}{729}} =$
$\sqrt[3]{-\frac{8}{27}} =$	$\sqrt[6]{9} \times \sqrt[6]{81} =$
$\frac{\sqrt[5]{2}}{\sqrt[5]{256}} =$	$\sqrt[5]{2^7 \times 5} =$
$\sqrt{(-3)^6 \times 7} =$	$\sqrt[3]{\sqrt{27}} =$



$\sqrt[3]{\sqrt{-3}} =$	$\sqrt[3]{9\sqrt{27}} =$
$\sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} + \sqrt{2} =$	$\sqrt{-x^9} =$
$(-32)^{\frac{1}{5}} =$	$\left(\frac{1}{33}\right)^{\frac{9}{4}} =$
$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} =$	$\frac{\sqrt{24\sqrt{2}\sqrt{3}}}{\sqrt[3]{4\sqrt{6}}} =$

۲- اگر $a = 2/25$ مقدار عبارت $\left(\frac{a^{\frac{1}{2}} \times a^{2/5}}{(a^{\frac{2}{4}})^7}\right)^{-1}$ را حساب کنید؟

پاسخ:



۳- ساده کنید.

الف) $a^{-\frac{1}{5}} \sqrt[5]{a^3 \sqrt{a}}$

پاسخ:

ب) $\frac{a \sqrt{b \sqrt{a \sqrt{b}}}}{b \sqrt{a \sqrt{b \sqrt{a}}}}$

پاسخ:

۴- اگر $a \leq 1$ عبارت $\sqrt{(1-a)^3}$ برابر کدام است؟

(۱) $(a-1)\sqrt{a-1}$ (۲) $(1-a)\sqrt{1-a}$

(۳) $(a-1)\sqrt{1-a}$ (۴) $(1-a)\sqrt{a-1}$

پاسخ: ()

۵- حاصل $\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{4}$ کدام است؟

(۴) $5\sqrt[3]{2}$

(۳) $\sqrt[3]{112}$

(۲) $4\sqrt[3]{2}$

(۱) $\sqrt[3]{58}$

پاسخ: ()



۶- اگر $a < 0$ ، حاصل عبارت حاصل $\sqrt{-3a^3} - \sqrt[3]{a^3} - \sqrt[4]{a^4}$ کدام است؟

(۴) $a\sqrt{-3a}$

(۳) $-a\sqrt{-3a}$

(۲) $a(2 - \sqrt{3a})$

(۱) $a\sqrt{3a}$

پاسخ: ()

۷- اگر $0.064 = \left(\frac{1}{x}\right)^3$ مقدار x کدام است؟

(۴) ۲۵

(۳) ۰/۶

(۲) ۲/۵

(۱) ۲۵۰

پاسخ: ()

۸- حاصل $\left(\frac{\sqrt[2]{4}}{2\sqrt[5]{8}} + \frac{\sqrt[5]{4}}{3\sqrt[3]{2}}\right)^6$ مقدار x کدام است؟

(۴) ۲^۴

(۳) ۲^{-۳۲}

(۲) ۲^{-۱۶}

(۱) ۲^{-۲}

پاسخ: ()

۹- کدام گزینه درست است؟

(۲) $\sqrt[3]{11} < 2\sqrt[6]{2} < \sqrt{5}$

(۱) $\sqrt[3]{11} < \sqrt{5} < 2\sqrt[6]{2}$

(۴) $\sqrt{5} < 2\sqrt[6]{2} < \sqrt[3]{11}$

(۳) $\sqrt{5} < \sqrt[3]{11} < 2\sqrt[6]{2}$

پاسخ: ()



۱۰- حاصل عبارت $\frac{(\cdot/۶۴)^{\cdot/۲۵}}{(\cdot/۲)^{\cdot/۵}}$ کدام است؟

۲ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

 $\sqrt{۲}$ (۱)

پاسخ: ()

۱۱- حاصل عبارت $(a^b \sqrt{a^{1-b} b \sqrt{a^{1-b}}}) \div \sqrt[3]{b \sqrt{a}}$ کدام است؟

 b^a (۴) a^{-b} (۳) $\frac{1}{b}$ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: ()

۱۲- اگر $\sqrt[3]{\frac{\sqrt[5]{n+1}}{\sqrt[7]{4^2n+3}}} = ۲$ ، مقدار n کدام است؟

۱۲۰ (۴)

۱۱۴ (۳)

۱۰۵ (۲)

۹ (۱)

پاسخ: ()

۱۳- اگر $\left(\frac{۲۷}{۸}\right)^{x-۲} = \left(\frac{۳}{۲}\right)^x$ مقدار x کدام است؟

صفر (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

پاسخ: ()

۱۴- معادله ی $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}} \times \sqrt{\sqrt{\sqrt{x}}} = 10$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

پاسخ: ()

مقایسه اعداد با توان ها و رادیکال های آنها

۱۵- اگر $a = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$ ، $b = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$ و $c = \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{5}}$ ، کدام درست است؟

- (۱) $a > b > c$ (۲) $b > a > c$ (۳) $c > a > b$ (۴) $c > b > a$

پاسخ: ()



۱۶- اگر $0 < a < 1$ کدام درست است؟

$$a < a^{\frac{2}{3}} < a^{\frac{2}{4}} \quad (۴) \quad a < a^{\frac{2}{4}} < a^{\frac{2}{3}} \quad (۳)$$

$$a^{\frac{2}{4}} < a^{\frac{2}{3}} < a \quad (۲) \quad a^{\frac{2}{3}} < a^{\frac{2}{4}} < a \quad (۱)$$

پاسخ: ()

توان رسانی و رادیکال گرفتن از دو طرف نامساوی ها



۱۷- حاصل عبارت تعریف شده $\frac{\sqrt{x}\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x}\sqrt{x}}$ اگر همواره کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) \sqrt{x} (۳) $\frac{1}{\sqrt{x}}$ (۴) $\sqrt[6]{x^5}$

پاسخ: ()

۱۸- ریشه هفتم عبارت $\sqrt[3]{250} - \sqrt[6]{4}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt[21]{2}$ (۲) $\sqrt[7]{2}$ (۳) $\sqrt[3]{2}$ (۴) $4\sqrt[3]{2}$

پاسخ: ()

۱۹- اگر $\sqrt[3]{\sqrt{b}} = \sqrt[6]{2\sqrt{4}}$ و $2^a = \sqrt[4]{3}$ باشد، حاصل عبارت $A = \frac{(2^a+1)^b}{b^a}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2\sqrt[3]{3}}{9}$ (۲) $\frac{19}{\sqrt{3}}$ (۳) $\frac{48}{\sqrt{3}}$ (۴) $\frac{19}{3}$

پاسخ: ()



۲۰- اگر $x^{\frac{5}{2}} = 32$ باشد، حاصل $x^{\frac{2}{3}}$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: ()

۲۱- عبارت $\sqrt[4]{-x^5}$ با کدام عبارت برابر است؟

$x\sqrt[4]{-x}$ (۴)

$-x\sqrt[4]{-x}$ (۳)

$x\sqrt[4]{x}$ (۲)

$-x\sqrt[4]{x}$ (۱)

پاسخ: ()

۲۲- حاصل $\sqrt[7]{8}\sqrt[4]{4}$ کدام است؟

$\sqrt[4]{8}$ (۴)

$2\sqrt[2]{2}$ (۳)

$\sqrt[4]{2}$ (۲)

$\sqrt[2]{2}$ (۱)

پاسخ: ()

۲۳- حاصل $\frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[5]{27}} - \frac{\sqrt[5]{9}}{\sqrt[3]{3}}$ کدام است؟

صفر (۴)

۳ (۳)

۲۷ (۲)

۹ (۱)

پاسخ: ()



۲۴- اگر $\sqrt{\sqrt{3}} = \sqrt[3]{3\sqrt{x}}$ باشد، حاصل x کدام است؟

$\frac{\sqrt[3]{3}}{3}$ (۴)

$\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳)

$3\sqrt[3]{3}$ (۲)

$3\sqrt{3}$ (۱)

پاسخ: ()

۲۵- اگر $\sqrt{x\sqrt{x}} = 3$ باشد، حاصل $\sqrt{x\sqrt[3]{x}}$ کدام است؟

$3\sqrt[3]{3}$ (۴)

$3\sqrt{3}$ (۳)

$\sqrt{3}$ (۲)

$\sqrt[3]{3}$ (۱)

پاسخ: ()

۲۶- اگر $\sqrt{3\sqrt[3]{3\sqrt[4]{3}}} = 3^a$ باشد، a کدام است؟

$3\sqrt[3]{3}$ (۴)

$3\sqrt{3}$ (۳)

$\sqrt{3}$ (۲)

$\sqrt[3]{3}$ (۱)

پاسخ: ()



۲۷- حاصل $\frac{\sqrt{2} + \sqrt[3]{2}}{1 + \sqrt[6]{2}}$ کدام است؟

$\sqrt{2}$ (۴)

$\sqrt[6]{2}$ (۳)

$\sqrt[3]{2}$ (۲)

$\sqrt[3]{2}$ (۱)

پاسخ: ()

۲۸- حاصل $\left(\sqrt[3]{5 + \left(-\frac{1}{\sqrt[3]{3}}\right)^4 + (-\sqrt{2})^2} \right)^{-\frac{2}{3}} + \left(\sqrt{2\frac{1}{4}} \right)^3$ کدام است؟

پاسخ: ()

§۲ اتحاد های جبری

اتحاد مربع دو جمله ای

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

مثال : اتحاد های زیر را بسط دهید.

$$(2 - \sqrt{3})^2 =$$

$$(x + 2y)^2 =$$

$$(4 + \sqrt{2})^2 =$$

$$(2 - \sqrt{3})^2 =$$

۲۹- اگر $a + \frac{1}{a} = 5$ باشد حاصل عبارت های زیر را بیابید:

$$(1) \quad a^2 + \frac{1}{a^2} \quad (2) \quad \sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}$$

پاسخ: ()



۳۰- اگر $a + b = 2\sqrt{ab}$ باشد حاصل $\frac{a^2 + b^2 + 2ab}{a^2 + b^2 - ab}$ را بیابید.

پاسخ: ()

۳۱- اگر $a + b = 3$ و $a^2b + ab^2 = -30$ باشد، حاصل عبارت $a^2 - ab + b^2$ کدام است؟

۳۹ (۴)

۲۸ (۳)

۵۰ (۲)

۴۰ (۱)

پاسخ: ()

۳۲- اگر $a + \frac{2}{a} = 4$ باشد، حاصل $4a^2 + \frac{9}{a^2}$ کدام است؟

۵۲ (۴)

۴۲ (۳)

۵۰ (۲)

۴۰ (۱)

پاسخ: ()

۳۳- اگر $x^2 + 2x - 1 = 0$ ، آنگاه مقدار $x^4 + 12x$ کدام است؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: ()

اتحاد مزدوج

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

مثال : عبارت های زیر را محاسبه کنید.

$$۱۰۰^2 - ۹۹^2 =$$

$$(۳ + \sqrt{۵})(۳ - \sqrt{۵}) =$$

$$\left(\sqrt{۵ - \sqrt{۳}} + \sqrt{۵ + \sqrt{۳}}\right)^2 =$$

$$\sqrt[3]{۴ - \sqrt{۳}} \times \sqrt[3]{۴ + \sqrt{۳}} =$$

$$(۱ + \sqrt{a})(۱ - \sqrt{a}) =$$

$$(۱ - \sqrt[3]{a})(۱ + \sqrt[3]{a})(۱ + \sqrt{a})(۱ + a) =$$

$$(x^2 - ۱)(x^2 + ۱) =$$

$$(x - ۱)^2(x + ۱)^2 =$$

$$(۲ - \sqrt{۵})\sqrt{۹ + ۴\sqrt{۵}} =$$

$$\frac{\sqrt{۵}}{\sqrt{۵} - \sqrt{۳}} - \frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۵} + \sqrt{۳}} =$$



$$\sqrt{28 - 10\sqrt{3}} + \sqrt{28 + 10\sqrt{3}} =$$

$$\sqrt{2\sqrt{2} + 1} \times \sqrt[4]{9 - 4\sqrt{2}} =$$

$$\sqrt[6]{4 - 2\sqrt{3}} \times \sqrt[3]{1 + \sqrt{3}} \times \sqrt[2]{4} =$$

۳۴- اگر $\sqrt{x-2} + \sqrt{x+1} = 27$ باشد، حاصل $\sqrt{x-2} - \sqrt{x+1}$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: ()



۳۸- (۱۴۰۰) اگر $a = \sqrt[4]{7 - 4\sqrt{3}}$ مقدار $(a + \frac{1}{a} + \sqrt{2})^2 (a + \frac{1}{a} - \sqrt{2})^2$ کدام است؟

۴۹ (۴)

۲۵ (۳)

۱۶ (۲)

۹ (۱)

پاسخ: ()

اتحاد مربع سه جمله ای

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

مثال : اتحاد های زیر را بسط دهید.

$$(\sqrt{2} + \sqrt{3} + 1)^2 =$$

$$(2 - \sqrt{2} - \sqrt{5})^2 =$$

$$\left(1 + a + \frac{1}{a}\right)^2 =$$

$$(1 + \sin \theta + \cos \theta)^2 =$$



۳۹- اگر $x + y + z = 3$ و $xy + xz + yz = 2$ حاصل $x^2 + y^2 + z^2$ را بیابید.

پاسخ: ()

اتحاد جمله مشترک

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

مثال : عبارت های زیر را تجزیه کنید.

$$x^2 - 4x + 3 =$$

$$x^2 - x - 6 =$$

$$x^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{3})x + \sqrt{6} =$$

$$x^2 - 3yx + 2y^2 =$$

۴۰- در عبارت $(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4)$ ضریب x^2 کدام است؟

پاسخ: ()

۴۱- اگر $x^2 - 3x = 7$ باشد حاصل $(x - 4)(x - 2)(x - 1)(x + 1)$ کدام است؟

پاسخ: ()

اتحاد مکعب دو جمله ای

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

مثال : اتحاد های زیر را بسط دهید.

$$(\sqrt{3} + 1)^3 =$$

$$(\sqrt{3} - 2)^3 =$$

$$(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})^3 =$$

$$(1/0.1)^3 =$$



۴۲- اگر $a + b = 4$ و $ab = 2$ باشد حاصل عبارتهای زیر را بیابید:

$$a^3 + b^3 \quad (2)$$

$$a^2 + b^2 \quad (1)$$

پاسخ: ()

۴۳- ثابت کنید اگر $a + b + c = 0$ باشد $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

۴۴- حاصل $(x + 2)^3 - 6x^2$ را بیابید.



۴۵- اگر $x^2y + xy^2 = 20$ و $x^3 + y^3 = 65$ حاصل xy کدام است؟

۴۶- اگر $a + \frac{3}{a} = 5$ باشد $a^3 + \frac{27}{a^3}$ کدام است؟

۴۷- اگر $x^2 + \frac{1}{x^2} = 18$ باشد $x^3 - \frac{1}{x^3}$ کدام است؟



۴۸- حاصل $x^3 - 4x^2 + x + 2$ به ازای $x = 2 - \sqrt{3}$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) ۲

پاسخ: ()

۴۹- اگر $x = \sqrt[3]{2 + \sqrt{3}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{3}}$ باشد حاصل $x^3 - 3x$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

پاسخ: ()

۵۰- مقدار عددی عبارت $\frac{\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}}{1+\sqrt{5}}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{5}}{4}$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴) $\frac{1+\sqrt{5}}{7}$

پاسخ: ()

اتحاد چاق و لاغر

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

مثال : تجزیه کنید.

$$x^3 + 8 =$$

$$x^3 - 1 =$$

$$x^3 + 1 =$$

$$x^3 + 8y^3 =$$

$$(x + 3)(x^2 - 3x + 9) =$$

$$a^3 + \frac{1}{a^3} =$$

$$x^6 - y^3 =$$

$$x^9 - y^{12} =$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})(x + \sqrt{xy} + y) =$$

$$(t - \frac{1}{t})(t^3 + \frac{1}{t^3} + 1) =$$



$$(x + 2)^2(x^2 - 2x + 4)^2 =$$

$$(x - 2)(x + 2)(x^2 + 2x + 4)(x^2 - 2x + 4) =$$

$$(x - y)(x^2 + xy + y^2)(x^3 + y^3)(x^6 + y^6) =$$

$$25^2 - 24^2 =$$

۵۱- مقدار $(x^2 - 1)(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$ به ازای $x = \sqrt[6]{x}$ کدام است؟

۱ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: ()

۵۲- ضریب x^2 در عبارت $(x - 2)^3 - (2x - 1)^3$ کدام است؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: ()



- ۵۳- اگر a و b اعداد منفی باشد و $ab = 1$ و $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 7$ باشد حاصل $a^3 + b^3$ کدام است؟
- (۱) -۱۸ (۲) -۲۰ (۳) -۲۲ (۴) -۲۴

پاسخ: ()

- ۵۴- اگر $a - b = 5$ و $a^2 + b^2 = 17$ باشد آنگاه $a^3 - b^3$ کدام است؟
- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

پاسخ: ()

۵۵- ثابت کنید $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} = \sqrt[3]{\frac{10-7\sqrt{2}}{10+7\sqrt{2}}}$

پاسخ:

- ۵۶- اگر $18 = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3}$ مقدار $x^3 - \frac{1}{x^3}$ چقدر است؟
- (۱) ± 52 (۲) ± 76 (۳) ± 46 (۴) ± 72

پاسخ: ()



۵۷- مقدار عددی عبارت $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x}$ به ازای $x = \frac{1-\sqrt{3}}{2}$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۳)$$

$$۲ \quad (۲)$$

$$\sqrt{3} \quad (۱)$$

پاسخ: ()



تجزیه: یعنی تبدیل عبارت به حاصل ضرب چند پرانتز

مدل اول : اتحاد مزدوج

$$4a^2 - 1 =$$

$$a^4 - b^4 =$$

$$a^6 - b^6 =$$

$$a^2 + b^2 - c^2 + 2ab =$$

$$a^4 + b^4 =$$

$$a^4 + a^2b^2 + b^4 =$$

$$(7x - 1)^2 - (3x + 5)^2 =$$

$$x^5 - 16x =$$

$$a^2 + b^2 + 2ab - 4 =$$

$$4(2x - 3y)^2 - 9(3x - 2y)^2 =$$

مدل دوم : اتحاد مربع کامل

$$4x^2 + 4x + 1 =$$

$$\frac{x^2}{4} - x + 1 =$$



$$x^2 + x + \frac{1}{4} =$$

$$\frac{1}{9}x^2 - \frac{2}{3}x + 1 =$$

مدل سوم : اتحاد جمله مشترک

$$x^2 - x - 6 =$$

$$x^4 + 3x^2 + 2 =$$

$$x^4 - 5x^2 + 4 =$$

$$x^4 + 3x^2 + 4 =$$

مدل چهارم: ac

$$3x^2 + 2x - 1 =$$

$$5x^2 - 3x - 2 =$$

$$6x^2 - 5x + 1 =$$

$$5x^2 + 7x - 2 =$$

مدل پنجم : اتحاد چاق و لاغر

$$a^9 - b^9 =$$

$$a^6 - b^6 =$$

مدل ششم : دسته بندی

$$x^3 - x^2 + x - 1 =$$

$$3x^3 + 2x^2 - 3x - 2 =$$

مدل هفتم: تجزیه درجه ۳ به کمک ریشه حدسی

$$x^3 - 1 =$$

$$x^3 + 4x - 5 =$$



$$x^3 - 13x^2 + 10x + 24 =$$

$$x^3 + 3x - 4 =$$

اتحاد اویلر (اختیاری)

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc)$$

در نتیجه اگر $a + b + c = 0$ آنگاه $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

تعمیم چاق و لاغر (اختیاری)

$$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{(n-3)}b^2 + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$$

$$a^n + b^n = (a + b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{(n-3)}b^2 - \dots - ab^{n-2} + b^{n-1})$$

اگر بین دو عبارت جمع باشد حتماً بایستی n زوج باشد.

تعمیم لاگرانژ (اختیاری)

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (ax + by)^2 + (ay - bx)^2$$



ساده کردن کسر ها:

مثال: حاصل کسر های زیر را بیابید.

$$۱) \frac{x}{x+1} - \frac{x+2}{x-1} =$$

$$۲) \frac{x}{x^2+1} + \frac{1}{x^3+x} =$$

$$۳) \frac{3x^2+2x-1}{x^2-1} \div \frac{3x-1}{x-1} =$$

۵۸- اگر $a = \sqrt[3]{2} - 1$ حاصل $\left(\frac{a^2+1}{a^2-a+1}\right)^9$ کدام است؟

۱۰ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: ()



۵۹- حاصل $\frac{a^6 - a^4 - a^2 + 1}{a^3 - a^2 - a + 1}$ به ازای $a = \sqrt{2}$ کدام است؟

۱۰ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: ()

۶۰- ساده شده ی عبارت $\frac{2}{\sqrt{x}-2} - \frac{2}{\sqrt{x}+2} - \frac{2x}{x-4}$ کدام است؟

پاسخ: ()

۶۱- اگر $a - \frac{1}{a} = 3$ باشد حاصل $\frac{a^6 - a^4 + a^2 - 1}{a^4 - a^2}$ کدام است؟

۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

پاسخ: ()

§۳ گویا کردن: از بین بردن رادیکال مخرج

مدل اول: مخرج تک رادیکال

$$\frac{1}{\sqrt{a}} =$$

$$\frac{1}{\sqrt[m]{a^n}} =$$

۶۲- گویا کنید.

$\frac{1}{\sqrt{2}} =$
$\frac{3 - \sqrt{3}}{\sqrt{3}} =$
$\frac{1}{\sqrt[4]{2}} =$
$\frac{1}{\sqrt[3]{5}} =$
$\frac{1}{\sqrt[5]{2}} =$
$\frac{1}{\sqrt[3]{4}} =$
$\frac{1}{\sqrt[4]{8}} =$



مدل اول: مخرج دو عبارت (ضربدر مزدوج / ضربدر چاق)

گویا کنید. -۶۳

$$\frac{1}{\sqrt{2}-1} =$$

$$\frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}+2} =$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-3} =$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{2}-1} =$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{6}-\sqrt[3]{2}} =$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{2}+1} =$$

$$\frac{1}{(\sqrt{3}-1)^3} =$$

$$\frac{1}{1+\sqrt{3}+\sqrt{2}} =$$



۶۴- حاصل $(2\sqrt{2} - \sqrt{7})^{-3} \times (2\sqrt{2} + \sqrt{7})^{-4}$ کدام است؟

۱ (۴)

۱ (۳)

$2\sqrt{2} - \sqrt{7}$ (۲)

$2\sqrt{2} + \sqrt{7}$ (۱)

پاسخ: ()

۶۵- حاصل $\frac{1}{\sqrt[3]{2}-1} \times \sqrt[3]{2}(\sqrt[3]{2} + 1)$ کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

$\sqrt[3]{4}$ (۲)

$\sqrt[3]{2}$ (۱)

پاسخ: ()

۶۶- ساده شده ی عبارت $\sqrt[3]{-3\frac{3}{8}} + \sqrt{(1 + \sqrt{2})^2 - 4\sqrt{2}} - \left(\frac{1}{4}\right)^{0.25}$ کدام است؟

$-1/5$ (۴)

$-1/75$ (۳)

$-2/25$ (۲)

$-2/5$ (۱)

پاسخ: ()



۶۷- ساده شده ی عبارت $\frac{2}{1+\sqrt{5}} - \left(\frac{4}{5}\right)^{-\frac{1}{2}} + \left(\frac{1}{4}\right)^{0/5}$ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

(۱) صفر

پاسخ: ()

۶۸- اگر $\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} = a\sqrt{6} + b\sqrt{2}$ که در آن a و b عددهایی گویا هستند، مقدار $a + b$ را پیدا کنید.

پاسخ:

۶۹- عبارت $4x^3 - 6x^2 + 2x$ را تجزیه کنید.

پاسخ:



۷۰- اگر $5 = 3x + \frac{1}{2x}$ باشد حاصل $9x^2 + \frac{1}{4x^2}$ را بیابید.

پاسخ: ()

۷۱- ساده شده ی عبارت $\sqrt[3]{7 + 5\sqrt{2}} + \sqrt[3]{7 - 5\sqrt{2}}$ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

(۱) صفر

پاسخ: ()

رادیکالهای مرکب

$$\sqrt{A \pm \sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A+C}{2}} \pm \sqrt{\frac{A-C}{2}}$$

که در آن $A^2 - B = C^2$

دلیل:



۷۲- عبارت های زیر را ساده کنید.

الف) $\sqrt{11 + 2\sqrt{6}} =$

ب) $\sqrt{9 - 4\sqrt{5}} =$

ج) $\sqrt{3 - \sqrt{5}} =$

د) $\sqrt{7 - \sqrt{13}} =$