

❖ دو طرف را در عبارتی ضرب کنید که از حالت کسری خارج شود.

❖ معادله به دست آمده را حل کنید.

❖ اگر ریشه های مخرج در جواب ها هستند آنها را حذف کنید.

❖ مثال: معادلات زیر را حل کنید.

$$\frac{2x}{x^2-1} + \frac{2}{x+1} = \frac{2-x}{x^2-x}$$

۱- حاصل ضرب جواب های معادله ی $\frac{3}{x^2+x-2} + \frac{x+1}{x^2-4} = \frac{1}{2(x-2)}$ کدام است؟

۱۶ (۴)

-۱۲ (۳)

۱۲ (۲)

-۱۶ (۱)

پاسخ: ()

۲- معادله $\frac{x-1}{x+1} - \frac{x+1}{x-1} = x \left(1 - \frac{x-1}{x+1} \right)$ چند جواب دارد؟

بیشمار (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: ()



۳- در معادله $\frac{t}{t-x} = \frac{x+1}{t}$ به ازای کدام مقادیر t جوابی برای x وجود ندارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بیشمار

پاسخ: ()

۴- به ازای چه مقادیری از a ، معادله $\frac{x-a}{x} - \frac{1}{x+a} = \frac{2x-a}{x^2+x}$ دارای جواب $x = 3$ است؟

- (۱) $a = 1, -2$ (۲) $a = -2$ (۳) $a = 1$ (۴) هیچ مقدار a

پاسخ: ()

۵- کدام گزینه در مورد معادله $\frac{x^2-2}{2x+1} = 2 - \frac{2x+1}{x^2-2}$ درست است؟

- (۱) جواب ندارد. (۲) دو جواب مثبت دارد.
(۳) دو جواب منفی دارد. (۴) دو جواب با علامت های متفاوت دارد.

پاسخ: ()

۶- جواب های معادله ی $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+2}$ چگونه اند؟

(۱) یک جواب مثبت و یک جواب منفی

(۲) فقط یک جواب منفی

(۳) فقط یک جواب مثبت

(۴) معادله جواب حقیقی ندارد.

پاسخ:

۷- حاصل ضرب جواب های معادله ی $\frac{1}{x^2+x-4} + \frac{2}{x^2+x-2} = 1$ کدام است؟

-۱۸ (۴)

-۹ (۳)

۱۸ (۲)

۹ (۱)

پاسخ:



کاربرد های معادلات کسری

الف (همکاری

۸- شیر اولی به تنهایی استخر را در ۳ ساعت و شیر دومی استخر را در ۶ ساعت پر می کند ، اگر هر دو شیر با هن باز باشد چقدر زمان می برد که استخر پر شود؟

پاسخ:

۹- (تمرین کتاب) علی کاری را به تنهایی در ۲ ساعت تمام می کند، اگر رضا با او همکاری کند آن کار را در ۱ ساعت و ۲۰ دقیقه انجام می دهند. حال اگر رضا به تنهایی آن کار را انجام دهد آن کار چقدر طول می کشد؟

پاسخ:

۱۰- (تمرین کتاب) اگر دو ماشین چمن زنی با هم کار کنند، ۱۲ ساعت چمن یک زمین فوتبال را کوتاه می کنند. اگر سرعت کار یکی دو برابر دیگری باشد، ماشین کند تر چند ساعت طول می کشد به تنهایی کار را تمام کند؟

۴۸ (۴)

۳۶ (۳)

۲۴ (۲)

۱۶ (۱)

پاسخ:

۱۱- شیرهای A و B یک استخر را در ۱۵ ساعت پر می کنند، بعد از ۶ ساعت که هر دو شیر باز بوده اند، شیر A را می بندیم شیر B به تنهایی ۱۵ ساعت بعد استخر را پر می کند، شیر A به تنهایی چند ساعت طول می کشد تا استخر را پر کند؟

پاسخ: ()



۱۳- (سراسری ۹۸) سرعت یک قایق موتوری، در آب راکد ۱۰۰ متر در دقیقه است. این قایق ۱۲۰۰ متری در رودخانه را رفته و برگشته است. اختلاف زمان رفت و برگشت ۵ دقیقه است. سرعت آب رودخانه، چند متر در دقیقه است؟

۲۵ (۴)

۲۰ (۳)

۱۵ (۲)

۱۲ (۱)

پاسخ:

۱۴- (سراسری ۹۸) پرنده ای فاصله یک کیلو متر را در جهت باد رفته و برگشته است. اگر سرعت باد ۵ کیلو متر در ساعت و مدت رفت و برگشت ۹ دقیقه باشد، سرعت پرنده در هوای آرام، چند کیلو متر در ساعت است؟

۱۵ (۴)

۱۳/۵ (۳)

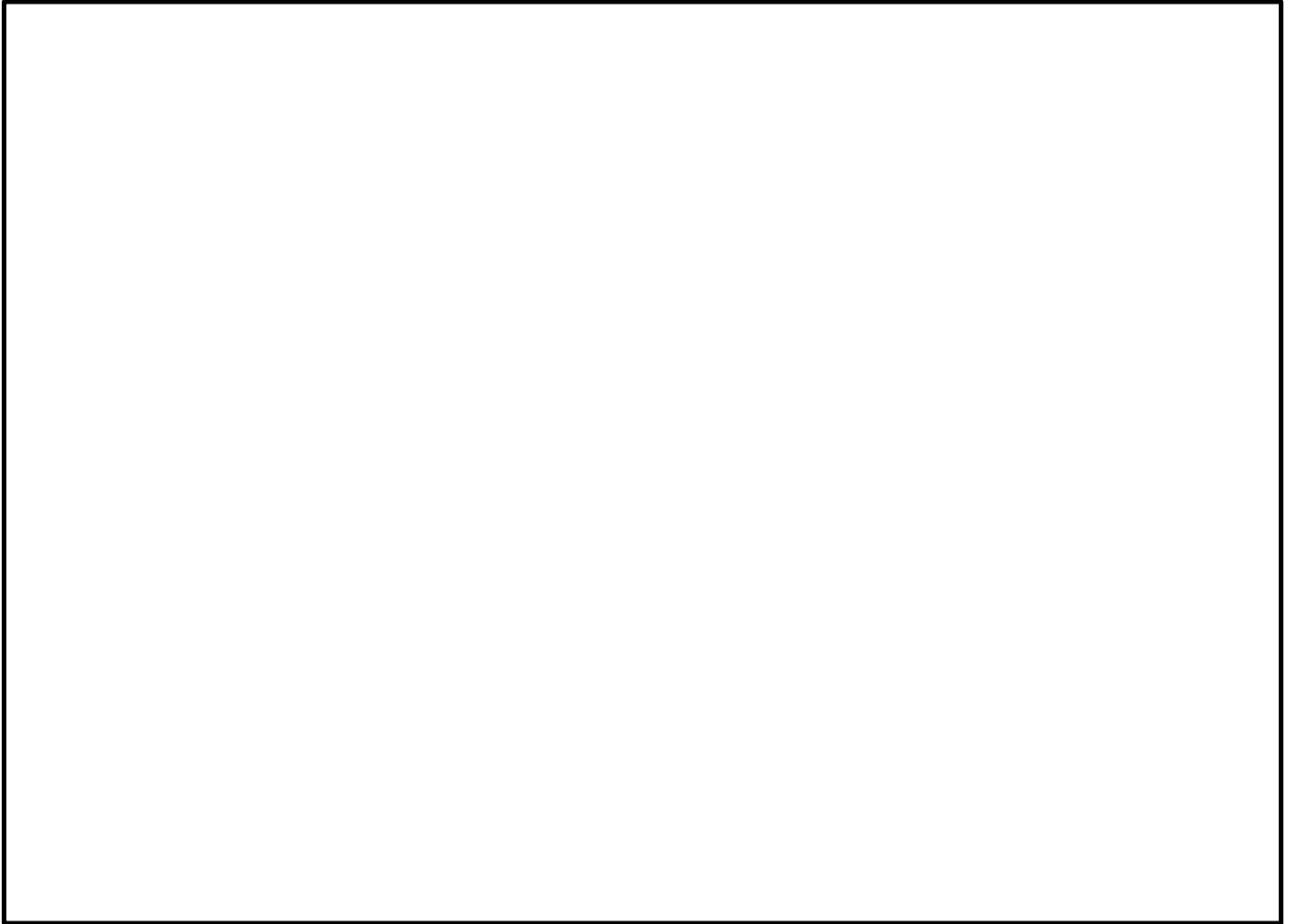
۱۲/۵ (۲)

۱۲ (۱)

پاسخ:



ج) مستطیل طلایی



د) غلظت

۱۵- ۵ کیلوگرم محلول آب و نمک با غلظت ۱۵ درصد را با ۸ کیلوگرم از همان محلول با غلظت ۲۰ درصد

ترکیب می کنیم، غلظت محلول حاصل کدام است؟

پاسخ:



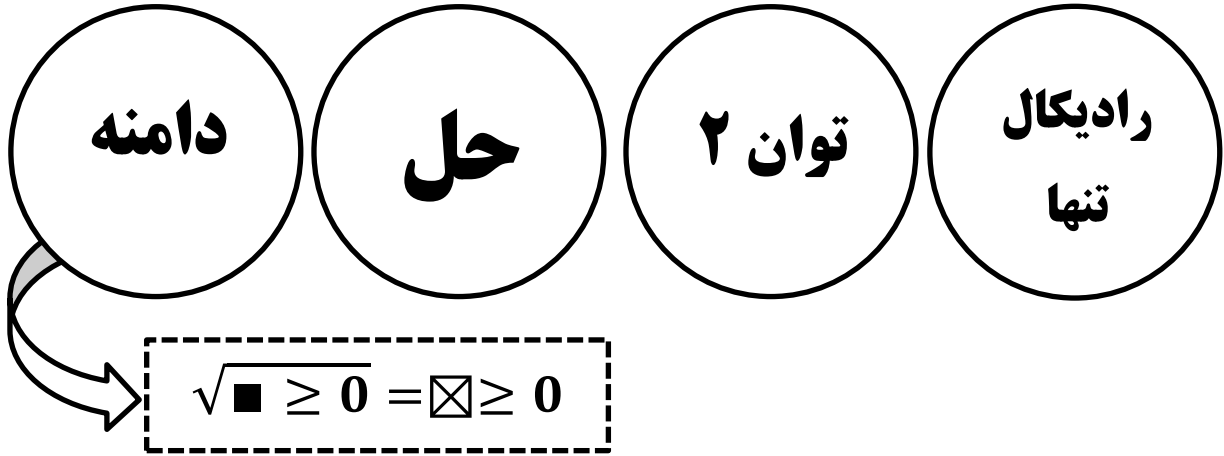
۱۶- ۱۱ کیلوگرم رنگ با غلظت ۴۰ درصد با چهار کیلوگرم رنگ از همان نوع با غلظت ۷۰ درصد مخلوط می‌کنیم با تبخیر چند کیلوگرم آب از این محلول غلظت به ۵۰ درصد می‌رسد؟

۰/۴(۱) ۰/۵(۲) ۰/۶(۳) ۰/۷(۴)

پاسخ:



معادلات رادیکالی



۱۷- معادله ی $2\sqrt{2x-1} - x = 1$ چند جواب دارد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱) صفر

پاسخ: ()

۱۸- (سراسری ۹۸) اگر $1 = 2a + \sqrt{3a + 16}$ باشد، عدد $4a + 9$ کدام است؟

۲۱ (۴)

۱۵ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: ()

۱۹- اگر $3 = \sqrt{4x + 8} - \sqrt{4x - 16}$ باشد، حاصل $\sqrt{4x + 8} + \sqrt{4x - 16}$ کدام است؟

۲۴ (۴)

۳ (۳)

۸ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: ()

۲۰- معادله $3 = \sqrt{4x + 8} - \sqrt{4x - 16}$ چند ریشه دارد؟

صفر (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: ()

۲۱- چند عدد صحیح وجود دارد که تفاضل جذرش از آن برابر نصف آن باشد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)



پاسخ: ()

۲۲- اگر $x = 4$ یکی از جواب های معادله ی $x + a = \sqrt{5x - x^2}$ باشد، کدام گزینه صحیح است؟

(۱) $a = 2$ است. $x = \frac{1}{4}$ (۳) جواب دیگر معادله است.

(۲) معادله تنها یک جواب دارد. (۴) معادله ۳ جواب دارد.

پاسخ: ()

۲۳- معادله ی $(x^2 + \sqrt{x} + 1)^2 + (x^2 + \sqrt{x} - 1) = 0$ چند ریشه حقیقی دارد؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: ()

۲۴- معادله ی $\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} = 1-x$ چند جواب دارد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: ()

۲۵- معادله ی $\sqrt{x-8} + \sqrt{9+\sqrt{8-x}} = 3$ چند جواب دارد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: ()

۲۶- معادله ی $\sqrt{x^2 - 3x + 2} + \sqrt{x^2 + a} = 0$ به ازای چند مقدار a دارای جواب است؟

۴ (بی شمار)

۲ (۳)

۴ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: ()

۲۷- معادله ی $\sqrt{4-x} + \sqrt{x-2} = x-5$ چند جواب دارد؟

۴ (بی شمار)

۲ (۳)

۴ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: ()

۲۸- (سراسری ۱۴۰۰) فاصله نقطه تلاقی منحنی های $2y = x^2$ و $x = \sqrt{y+3} - \sqrt{y-3}$ با مبدا

مختصات کدام است؟

۴ (۱۵)

۳ (۲۳)

۲ (۶)

۱ (۳)

پاسخ: ()



روابط بین ریشه های معادله درجه دو

- در این مبحث $\Delta > 0$ است.
- اگر α و β ریشه های معادله ی $ax^2 + bx + c = 0$ باشد داریم:

$$\beta = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad \alpha = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} \qquad P = \alpha\beta = \frac{c}{a} \qquad |\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

مثال: اگر α و β ریشه های معادله ی $x^2 - 3x + 1 = 0$ باشد، آنگاه حاصل $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$ را بیابید.

پاسخ: ()

مثال: اگر α و β ریشه های معادله ی $x^2 - 3x + 1 = 0$ باشد، آنگاه حاصل $\frac{\alpha}{3-\beta} + \frac{\beta}{3-\alpha}$ را بیابید.

پاسخ: ()

مثال: اگر α و β ریشه های معادله ی $x^2 - 7x + 2 = 0$ باشد، آنگاه حاصل $\alpha^2(\beta - 2)$ را بیابید.

پاسخ: ()

مثال: اگر α و β ریشه های معادله ی $x^2 - 2x - 1 = 0$ باشد، آنگاه حاصل $\alpha^3 + 5\beta$ را بیابید.

پاسخ: ()

۲۹- در معادله ی درجه دوم $2x^2 + ax + 9 = 0$ ، یک ریشه دو برابر ریشه ی دیگر است، مجموع دو

ریشه مثبت کدام است؟

۵ (۴)

۴/۵ (۳)

۴ (۲)

۳/۵ (۱)

پاسخ: ()

۳۰- در معادله ی $3x^2 - 15x + m = 0$ ، اگر یکی از ریشه ها دو واحد از ریشه دیگر بیش تر باشد، m

کدام است؟



$$\frac{63}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{59}{4} \quad (۳)$$

$$\frac{63}{5} \quad (۲)$$

$$\frac{59}{5} \quad (۱)$$

پاسخ: ()

۳۱- به ازای کدام مقدار m در معادله $x^2 + 8mx + 4m + 8 = 0$ ، یکی از جواب ها، ۳ برابر جواب دیگر است؟

$$-\frac{2}{3} \quad (۴)$$

$$-\frac{2}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{2}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{2}{2} \quad (۱)$$

پاسخ: ()

۳۲- به ازای کدام مقدار m عدد $\sqrt{2}$ واسطه هندسی بین ریشه های معادله $mx^2 - 5x + m^2 - 3 = 0$ است؟

$$-3 \quad (۴)$$

$$3 \quad (۳)$$

$$-1 \quad (۲)$$

$$1 \quad (۱)$$

پاسخ: ()

۳۳- به ازای کدام مقدار m ، مجموع مربعات ریشه های معادله $mx^2 - (m+3)x + 5 = 0$ برابر ۶ است؟

$$\frac{9}{5} \text{ و } -1 \quad (۴)$$

$$-\frac{9}{5} \text{ و } 1 \quad (۳)$$

$$1 \quad (۲)$$

$$-\frac{9}{5} \quad (۱)$$

پاسخ: ()

۳۴- (سراسری ۸۸) اگر a, b ریشه های معادله $x^2 - 10x + 1 = 0$ باشند، حاصل $\log a + \log b - \log(a + b)$ کدام است؟

۱ (۴)

صفر (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

پاسخ: ()

۳۵- اگر α و β ریشه های معادله $4x^2 - 12x + 1 = 0$ باشند، مقدار $\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}}$ چقدر است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: ()

۳۶- اگر α و β ریشه های معادله $x^2 - (\sqrt{2} + 1)x + \sqrt{2} = 0$ باشند، مقدار عبارت $\alpha^6 + \beta^6$ چقدر است؟



۹(۴)

۱۷(۳)

۶۵(۲)

۵(۱)

پاسخ: ()

۳۷- اگر α و β ریشه های معادله $x^2 - 4x + 1 = 0$ ، مقدار عبارت $(\alpha^2 - 4\alpha + 2)(\beta^2 - 4\beta + 4)$

چقدر است؟

۶(۴)

۴(۳)

۳(۲)

۸۱(۱)

پاسخ: ()

۳۸- اگر α و β ریشه های معادله $mx^2 - x + m = 3$ باشند، و داشته باشیم $\alpha < 1 < \beta < 2$ محدوده

 m کدام است؟ $-2 < m < -1$ (۴) $-1 < m < 0$ (۳) $1 < m < 2$ (۲) $0 < m < 1$ (۱)

پاسخ: ()

۳۹- (سراسری ۹۹) معادله درجه دوم $3x^2 + (2m - 1)x + 2 - m = 0$ دارای دو ریشه حقیقی است. اگر

مجموع ریشه ها با معکوس حاصل ضرب آن دو ریشه برابر باشد، مقدار m کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{2}$ (۲) ۳ (۳) -۱ (۴) $-\frac{5}{2}$

پاسخ: ()

۴۰- (۱۴۰۰) فرض کنید $a, b, c \in \{1, 2, \dots, 9\}$ چند معادله درجه دو به صورت $ax^2 + bx - c = 0$ می

توان تشکیل داد به طوری که مجموع ریشه های هر معادله از حاصل ضرب ریشه های همان معادله دو واحد بیشتر

باشد؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴) ۱۸

پاسخ: ()

۴۱- (تجربی ۱۴۰۰) فرض کنید x_1 و x_2 جواب های معادله $(\sqrt[3]{x^2} - 1) = 2\sqrt[3]{x} (\sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + 1)$ باشد

مقدار $x_1 + x_2$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

پاسخ: ()



۴۲- (۱۴۰۰ تجربی) مجموع پول علی و اکرم ۱۰۰ تومان است. اگر علی ۱۰ تومان از پولش را به اکرم بدهد. آنگاه

حاصل ضرب پول های باقی مانده آنها ۴۷۵ تومان خواهد شد. پول اولیه اکرم، کدام است؟

۹۱ (۴)

۸۵ (۳)

۱۵ (۲)

۹ (۱)

پاسخ: ()

۴۳- (۱۴۰۰) فرض کنید $a, b, c \in \{1, 2, \dots, 9\}$ چند معادله درجه دو به صورت $ax^2 + bx - c = 0$ می

توان نوشت که فاصله حاصل ضرب ریشه های هر معادله با جمع ریشه های آن معادله، دو واحد باشد؟

۳۶ (۴)

۳۲ (۳)

۲۸ (۲)

۳۴ (۱)

پاسخ: ()

ساخت معادله درجه دو به کمک ریشه ها

معادله درجه دومی بیابید که ریشه های آن α و β باشد؟

مثال : معادله درجه دومی بیابید که ریشه های آن $3 \pm \sqrt{2}$ باشد؟

مثال : معادله ی درجه دومی بنویسید که ریشه هایش دو واحد از ریشه های معادله $x^2 - 3x + 1 = 0$ بزرگتر باشد؟



توجه: برای آنکه منحنی را k واحد به سمت راست ببریم، x ها را منهای k می کنیم و برای آنکه k واحد به سمت چپ ببریم، x ها را بعلاوه k می کنیم.

مثال: معادله ی درجه دومی بنویسید که ریشه هایش مربع ریشه های معادله $x^2 - 2x - 1 = 0$ باشد؟

توجه: اگر در معادله ای جای a و c را عوض کنیم، ریشه ها معکوس می شود.

معادله قدیم		معادله جدید
$ax^2 + bx + c = 0$	ریشه معکوس $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$	$cx^2 + bx + a = 0$

ریشه ها : α, β	ریشه قرینه $-\alpha, -\beta$	$ax^2 - bx + c = 0$
	ریشه ها $+K$	$a(x - k)^2 + b(x - k) + c = 0$
	ریشه ها $\times K$	$a\left(\frac{x}{k}\right)^2 + b\left(\frac{x}{k}\right) + c = 0$

۴۴- معادله ای که جواب هایش از قرینه ی جواب های معادله ی $x(x + 1) = 3$ ، یک واحد کم تر باشد،

کدام است؟

$x^2 - 3x + 1 = 0$ (۴) $x^2 - 3x - 1 = 0$ (۳) $x^2 - x - 3 = 0$ (۲) $x^2 + x - 3 = 0$ (۱)

پاسخ: ()

۴۵- اگر α, β ریشه های معادله ی $-3x^2 - 4x + 6 = 0$ باشند، مجموعه جواب های کدام معادله به

صورت $\{3\alpha - 1, 3\beta - 1\}$ است؟

$x^2 + 2x - 4 = 0$ (۴) $x^2 + 6x - 13 = 0$ (۳) $x^2 - 6x - 13 = 0$ (۲) $x^2 - 2x - 4 = 0$ (۱)

پاسخ: ()



۴۶- ریشه های معادله درجه دوم $x^2 + ax + b = 0$ یک واحد از ریشه های معادله $3x^2 + 7x + 1 = 0$ بیشتر است، b کدام است؟

$$\frac{4}{3} \text{ (۴)}$$

$$\frac{2}{3} \text{ (۳)}$$

$$-1 \text{ (۲)}$$

$$-2 \text{ (۱)}$$

پاسخ: ()

۴۷- اگر هر یک از ریشه های معادله $3x^2 + ax + b = 0$ ، دو برابر معکوس هر ریشه از معادله $4x^2 - 7x + 3 = 0$ باشد، a کدام است؟

$$-6 \text{ (۴)}$$

$$-8 \text{ (۳)}$$

$$-12 \text{ (۲)}$$

$$-14 \text{ (۱)}$$

پاسخ: ()

۴۸- (سراسری ۹۴) ریشه های کدام معادله، از معکوس ریشه های معادله $2x^2 - 3x - 1 = 0$ ، یک واحد کمتر است؟

$$(۱) \quad x^2 - 3x + 1 = 0 \quad (۲) \quad x^2 + 3x + 1 = 0 \quad (۳) \quad x^2 - 5x + 2 = 0 \quad (۴) \quad x^2 + 5x + 2 = 0$$

پاسخ: ()

۴۹- ریشه های معادله ی $x^2 - 5x - 5 = 0$ ، از مجذور ریشه های معادله ی $x^2 - 3x + k = 0$ یک واحد کمتر باشد، k کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) $-\frac{1}{2}$

پاسخ: ()

۵۰- (۱۴۰۰ تجربی) فرض کنید x_1 و x_2 ریشه های معادله $x^2 - 5 = x$ باشد. $\frac{1}{(x_1+1)^3}$ و $\frac{1}{(x_2+1)^3}$ ریشه های کدام معادله است؟

$$125x^2 + 16x = 1 \quad (1) \quad 125x^2 = 16x + 1 \quad (2)$$

$$125x^2 + 12x = 1 \quad (1) \quad 125x^2 = 12x + 1 \quad (2)$$

پاسخ: ()

۵۱- (۱۴۰۰ تجربی) فرض کنید x_1 و x_2 ریشه های معادله $x^2 - 4 = x$ باشد. $x_1^3 + \frac{1}{x_1}$ و $x_2^3 + \frac{1}{x_2}$ ریشه های کدام معادله است؟



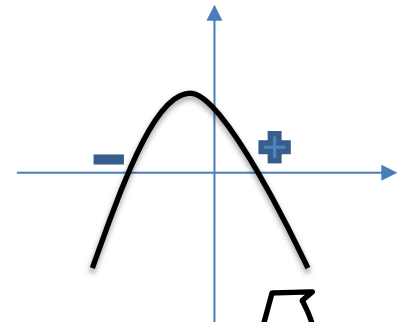
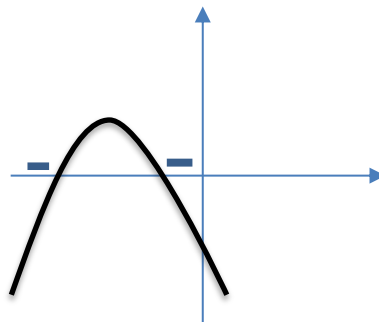
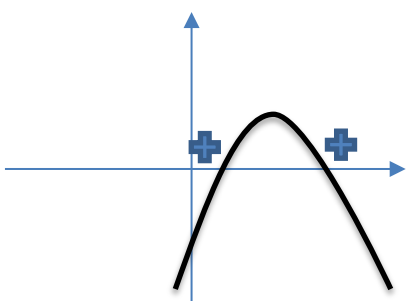
$$4x^2 = 51x + 221 \quad (2) \quad 4x^2 + 51x = 221 \quad (1)$$

$$4x^2 + 51x = 197 \quad (2) \quad 4x^2 = 51x + 197 \quad (1)$$

پاسخ: ()

علامت ریشه ها

$\Delta > 0 \quad S = 0$	دو ریشه قرینه یکدیگر باشند. $\alpha, -\alpha$
$\Delta > 0 \quad P = 1$	دو ریشه معکوس یکدیگر باشند. $\alpha, \frac{1}{\alpha}$
$\Delta > 0 \quad S > 0 \quad p > 0$	دو ریشه مثبت اند
$\Delta > 0 \quad S < 0 \quad p > 0$	دو ریشه منفی اند
$p < 0$	دو ریشه مختلف علامه‌اند (نیازی به بررسی دلتا نیست)



وقتی دو ریشه مختلف علامت است، سهمی از چهار ناحیه می‌گذرد.



۵۲- به ازای کدام مقدار m ، ریشه های حقیقی معادله $mx^2 + 3x + m = 2$ معکوس یکدیگرند؟

۲ (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

پاسخ: ()

۵۳- در صورتی که منحنی تابع $y = 2x^2 + ax + a - \frac{3}{4}$ ، محور x ها را در طرفین محور y ها قطع کند، آن گاه حدود تغییرات a چگونه است؟

$a > \frac{3}{4}$ (۴)

$a < \frac{3}{4}$ (۳)

$2 < a < 6$ (۲) $a < 2$ یا $a > 6$ (۱)

پاسخ: ()

۵۴- به ازای کدام مقدار a نمودار $f(x) = ax^2 + (a + 3)x - 1$ محور طول ها را در دو نقطه با طول منفی قطع می کند؟

$-3 < a < 0$ (۴)

$a > -1$ (۳)

$a < -3$ (۲)

$a < -9$ (۱)

پاسخ: ()



۵۵- (سراسری ۹۹) معادله درجه دوم $2x^2 + mx + m + 6 = 0$ دارای دو ریشه مثبت است. بازه

مقادیر m کدام است؟

(۴) $(-6, -4)$

(۳) $(-6, 0)$

(۲) $(-4, -2)$

(۱) $(-4, 0)$

پاسخ: ()

۵۶- به ازای کدام مجموعه مقادیر a ، معادله ی $(x - 1)(ax^2 + ax + a + 1) = 0$ ، دو جواب مثبت

و یک جواب منفی دارد؟

(۴) $-1 < a < 0$

(۳) $0 < a < 1$

(۲) $a > -1$

(۱) $a > 1$

پاسخ: ()

۵۷- (سراسری ۹۴ خارج) به ازای کدام مقادیر a ، معادله ی $x^3 + (a - 1)x^2 + (4 - a)x = 4$ دارای سه

ریشه حقیقی متمایز مثبت است؟

(۴) $a > 4$

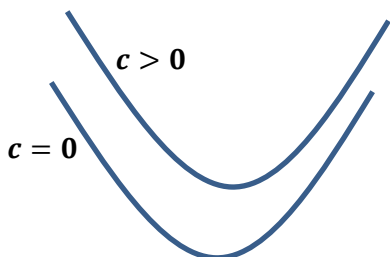
(۳) $a < 4$

(۲) $a > -4$

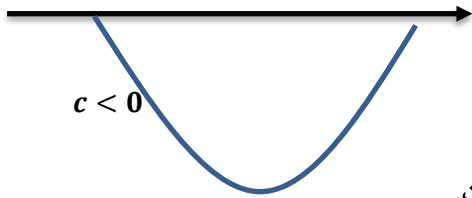
(۱) $a < -4$

ضرایب معادله درجه دو

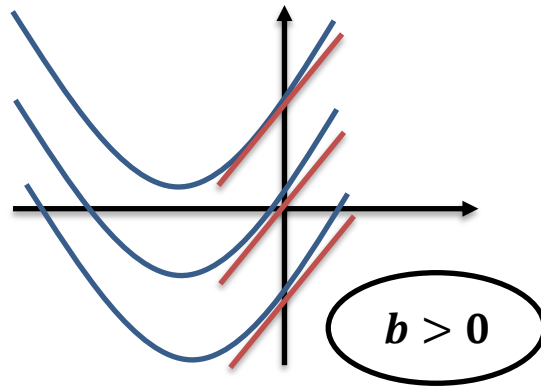
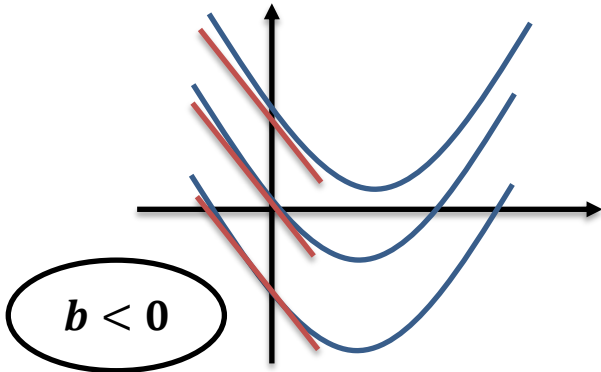
- **علامت a :** تقعر رو به بالا $a > 0$ و تقعر رو به پایین $a < 0$ است.
- **علامت c :** محل برخورد با محور y هاست که اگر بالای محور x ها باشد مثبت است و اگر زیر محور x ها باشد منفی است.
- **علامت دلتا و تعداد ریشه ها:** ریشه محل برخورد با محور x هاست اگر دو ریشه داشته باشد دلتا مثبت، اگر یک ریشه داشته باشد (بر محور x ها مماس باشد) دلتا صفر و اگر ریشه نداشته باشد دلتا منفی است.



✓ c محل برخورد منحنی با محور عرض ها یا همان محور y ها است.



✓ b شیب خط مماس در محل برخورد با محور عرض ها یا همان محور y ها است.



✓ سهمی $y = ax^2 + bx + c$ در چه ناحیه هایی قرار می گیرد:

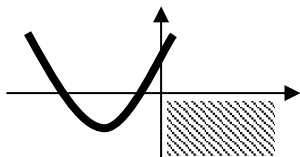
از چهار ناحیه ها بگذرد:
دو ریشه مختلف علامه دارد

از همه ناحیه ها بجز ناحیه دوم بگذرد:
دو ریشه مثبت و دهانه رو به پایین

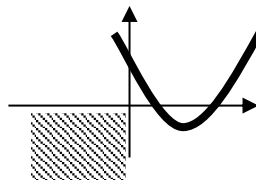
از همه ناحیه ها بجز ناحیه اول بگذرد:
دو ریشه منفی و دهانه رو به پایین



از همه ناحیه ها بجز ناحیه چهارم بگذرد:
دو ریشه منفی و دهانه رو به بالا



از همه ناحیه ها بجز ناحیه سوم بگذرد:
دو ریشه مثبت و دهانه رو به بالا



۵۸- به ازای چه مقادیری از m سهمی به معادله $y = (m - 2)x^2 + 2x + 1 - m$ فقط از ناحیه ی

دوم محور های مختصات عبور نمی کند؟

$1 \leq m < 2$ (۴)

$m > 2$ (۳)

$m < 2$ (۲)

$m > 1$ (۱)

پاسخ: ()

۵۹- به ازای کدام مقادیر a منحنی به معادله $y = (a - 3)x^2 + ax - 1$ از ناحیه ی اول محورهای

مختصات نمی گذرد؟

$0 < a < 3$ (۴)

$2 < a < 3$ (۳)

$0 < a \leq 2$ (۲)

$a \leq 2$ (۱)

پاسخ: ()



معادله اصلی (دو مجذور)	$x^2 = t$ \implies	معادله کمکی
$ax^2 + bx^2 + c = 0$		$at^2 + bt + c = 0$
دو ریشه ایجاد می کند		هر ریشه مثبت
یک ریشه ایجاد می کند		هر ریشه صفر
ریشه ایجاد نمی کنند		ریشه های منفی
چهار ریشه		دو ریشه مثبت

۶۰- هر یک از معادلات زیر چند ریشه دارد.

(ب) $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$

(الف) $x^4 + x^2 - 2 = 0$

پاسخ:

۶۱- اگر معادله $x^4 - (m+1)x^2 + m = 2$ چهار ریشه حقیقی بدهد حدود m چند است؟

(۴) $m > 2$

(۳) $m > 0$

(۲) $-1 < m < 0$

(۱) $m > -1$

پاسخ: ()

۶۲- اگر معادله $x^4 - 2mx^2 + m^2 - 4 = 0$ جواب حقیقی نداشته باشد؛ حدود m کدام است؟

(۴) $-2 < m < 0$

(۳) $m < -2$

(۲) $2 < m < 0$

(۱) $m > 2$

پاسخ: ()

۶۳- (سراسری ۱۴۰۰ ریاضی) اگر مجموع و حاصل ضرب ریشه های معادله ی $x^4 - 7x^2 - 5 = 0$ به ترتیب S و P باشد حاصل $3S + 2P^2 - 3SP$ کدام است؟

- (۱) $59 - 7\sqrt{69}$ (۲) $7 + \sqrt{69}$ (۳) 50 (۴) $59 + 7\sqrt{69}$

پاسخ: ()

۶۴- (سراسری ۸۸ خارج) به ازای کدام مقادیر m ، از معادله ی $x - 2\sqrt{x} + m - 1 = 0$ دو جواب متمایز برای x حاصل می شود؟

- (۱) $m \geq 1$ (۲) $m < 2$ (۳) $1 \leq m < 2$ (۴) هیچ مقدار m

پاسخ: ()

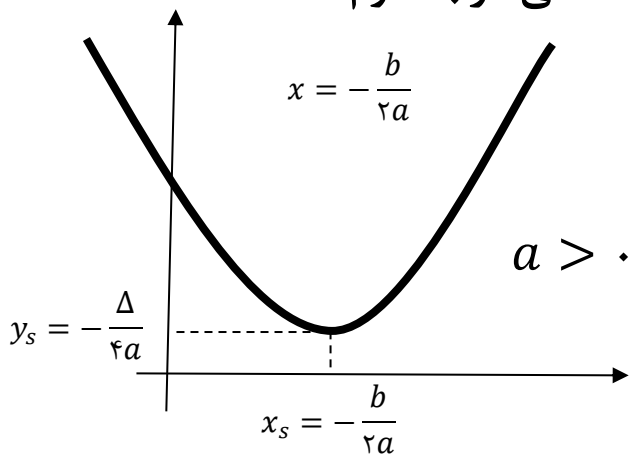
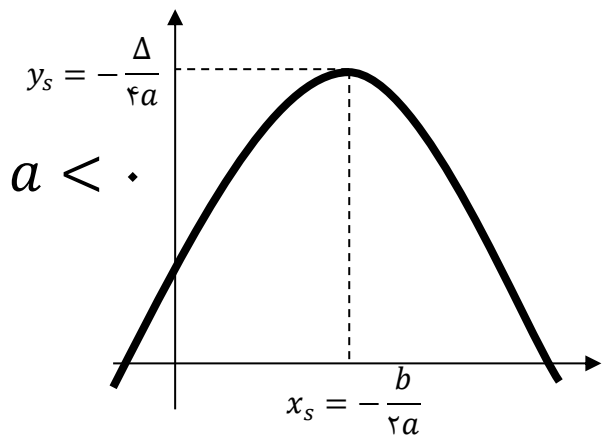
۶۵- (سراسری ۸۸) به ازای کدام مقادیر m ، از معادله ی $mx - 3\sqrt{x} + m - 2 = 0$ فقط یک جواب برای x حاصل می شود؟

- (۱) $-\frac{3}{2} < m < 2$ (۲) $0 < m \leq 2$ (۳) $\frac{3}{2} < m < \frac{5}{2}$ (۴) $2 < m < \frac{3}{2}$

پاسخ: ()



منحنی درجه دوم



نکته: محور تقارن آن خط عمودی $x = -\frac{b}{2a}$ است.

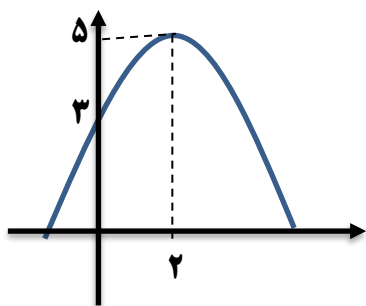
نکته: اگر راس (ماکسیمم یا مینیمم) یک سهمی (x_1, y_1) باشد معادله ی آن به صورت زیر است:

$$y = a(x - x_1)^2 + y_1$$

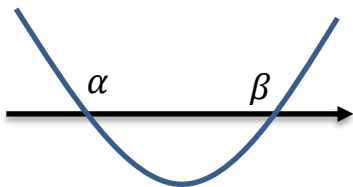
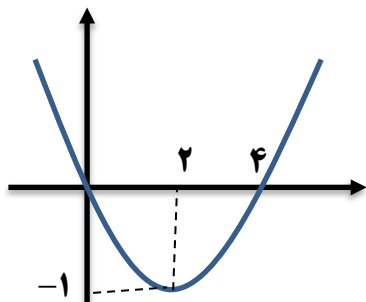
مثال: اگر راس سهمی $(4, -2)$ باشد معادله به صورت ----- است.

مثال: ضابطه سهمی های زیر را بیابید.

مثال ۱



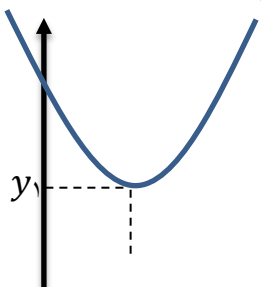
مثال ۲



ریشه $y = a(x^2 - Sx + p)$

اگر راس (x_1, y_1) باشد $y = a(x - x_1)^2 + y_1$

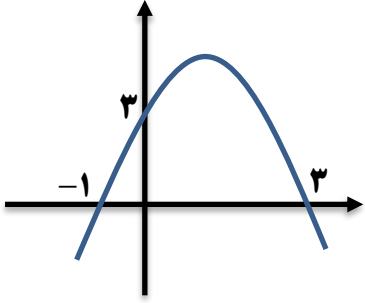
تشخیص معادله به کمک نمودار




 x_1

جایگذاری نقطه در معادله $y = ax^2 + bx + c$

مثال ۳



۶۶- نمودار تابع $f(x) = ax^2 + 4x + (a + 1)$ ماکزیمی به عرض -2 دارد. $f(-1)$ کدام است؟

- (۱) -1 (۲) -5 (۳) -11 (۴) -8

پاسخ: ()

۶۷- اگر بیشترین مقدار تابع $f(x) = (k + 3)x^2 - 4x + k$ بر روی محور x ها باشد، آنگاه مقدار k

کدام است؟

- (۱) -4 (۲) -1 (۳) 1 (۴) 4

پاسخ: ()

۶۸- اگر سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ محور x ها را در نقطه ی 1 و -3 قطع کند و محور y ها را

در نقطه ی -1 قطع کند. آنگاه کمترین مقدار تابع کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $-\frac{2}{3}$ (۴) $-\frac{4}{3}$

پاسخ: ()



۶۹- (سراسری ۹۹) فرض کنید نقاط $(-۲, ۵)$ ، $(۰, ۵)$ و $(۱, ۱۱)$ بر سهمی $y = ax^2 + bx + c$ واقع باشند، این سهمی، از کدام یک از نقاط زیر می گذرد؟

- (۱) $(-۱, ۳)$ (۲) $(-۱, ۴)$ (۳) $(۲, ۹)$ (۴) $(۲, ۱۵)$

پاسخ: ()

۷۰- (سراسری ۹۹) فرض کنید $A(-۱, ۹)$ رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ گذرا بر نقطه $(۳, ۱)$ باشد. این سهمی، از کدام یک از نقاط زیر می گذرد؟

- (۱) $(۵, -۷)$ (۲) $(۵, -۹)$ (۳) $(۲, ۵)$ (۴) $(۱, ۵)$

پاسخ: ()

۷۱- (سراسری ۱۴۰۰) سهمی $y = -x^2 + ۲x + ۱$ خط راست گذرا از نقطه $(۱, ۰)$ با عرض از مبدا -۱ را در نقاط A و B قطع می کند. اگر M وسط پاره خط AB باشد، فاصله رأس سهمی از نقطه M کدام کدام مضرب $\sqrt{۲۶}$ است؟

- (۱) ۲ (۲) $\sqrt{۲}$ (۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ (۴) $\frac{۱}{۲}$



پاسخ: ()

۷۲- (سراسری ۸۵) منحنی توابع، با ضابطه ی $f(x) = -x^2 + bx + 3$ بر خط به معادله ی $y = 7$ مماسند.

فاصله ی دو نقطه ی تماس کدام است؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

پاسخ: ()

۷۳- اگر راس یک سهمی روی نیمساز ربع اول باشد و محور x ها را در دو نقطه، به طول های $1-$ و 3 قطع کند،

آنگاه این سهمی محور y ها را در نقطه ای با کدام عرض قطع می کند؟

- $\frac{3}{4}$ (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) ۳ (۳) -3 (۴)

پاسخ: ()

بهینه سازی

۷۴- (تمرین کتاب) یک ماهیگیر می خواهد کنار رودخانه ای محوطه ای مستطیل شکل را فنس کشی کند. او تنها هزینه ۱۰۰ متر فنس کشی را در اختیار دارد. بیشترین مساحتی که می توانیم محصور کنیم کدام است؟

۲۵۰۰ (۴)

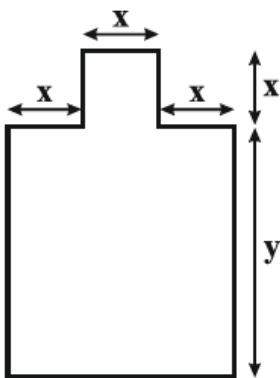
۲۲۵۰ (۳)

۱۵۰۰ (۲)

۱۲۵۰ (۱)

پاسخ: ()

۷۵- پنجره ای به شکل مقابل است. اگر محیط پنجره ۱۶ متر باشد، مقدار x چقدر باشد تا پنجره حداکثر نوردهی را داشته باشد؟



۱ (۲)

$\frac{12}{11}$ (۱)

۲ (۴)

$\frac{24}{11}$ (۳)

پاسخ: ()

۷۶- پنجره ای به شکل مستطیل با یک مثلث متساوی الاضلاع در بالای آن می باشد. اگر محیط آن پنجره

۶ متر باشد، ابعاد مستطیل را طوری بیابید که پنجره حداکثر نوردهی را داشته باشد؟ $(\frac{\sqrt{3}}{4} = 0.433)$

$\frac{3}{4}, \frac{1}{5}$ (۴)

$\frac{2}{5}, \frac{3}{2}$ (۳)

$\frac{3}{4}, \frac{3}{2}$ (۲)

$\frac{3}{4}, \frac{3}{5}$ (۱)

پاسخ: ()



۷۷- کمترین فاصله مبدا مختصات از نقاط منحنی $y = \sqrt{x+8}$ کدام است؟

پاسخ: ()

۷۸- کمترین فاصله نقطه $(0,1)$ از نقاط منحنی $y = x^2$ کدام است؟

پاسخ: ()

۷۹- بیشترین محیط مستطیلی را بیابید که دو راس آن روی محور طول ها و دو راس دیگر روی منحنی $y = 8 - x^2$ باشد کدام است.

پاسخ: ()

۸۰- بیشترین مساحت مستطیلی را بیابید که دو ضلع آن روی محورهای مختصات و راس دیگر روی خط $y = -2x + 3$ باشد کدام است.

پاسخ: ()

توان های گویا و عبارت های جبری
چند خاصیت اصلی توان رسانی



$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	$a^n \times a^m = a^{n+m}$
$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$	$a^n \times b^n = (ab)^n$
$(a^n)^m = a^{nm}$	$a^{-1} = \frac{1}{a}$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a^n}$

مثال: حاصل عبارتهای زیر را بیابید.

$4^{-1} =$	$4^{\frac{1}{2}} =$
$(2^3)^2 =$	$8^{\frac{2}{3}} =$
$2^{3^2} =$	$4^{-\frac{1}{2}} =$
$8^{-\frac{1}{3}} =$	$16^{-\frac{2}{4}} =$
$(0.25)^{-\frac{1}{2}} =$	$(0.5)^{-0.5} =$

چند خاصیت اصلی رادیکالها

$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$	
$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$	
$\sqrt[n]{a \pm b} \neq \sqrt[n]{a} \pm \sqrt[n]{b}$	

مثال: حاصل عبارتهای زیر را بیابید.

$\sqrt{16} =$	$\sqrt{16 \times 25} =$
$\sqrt[3]{-8} =$	$\sqrt[3]{-\frac{8}{27}} =$
$\sqrt{(-2)^2} =$	$\sqrt{16 \times 5} =$
$\sqrt[3]{-27 \times 3} =$	$\sqrt{8} =$

مثال: در هر مورد مقدار x را بیابید.

۱) $2^2 \times (2^3)^2 \times 2^{2^x} = 2^x$
۲) $2\sqrt[3]{2} = 2^x$



$$۳) \sqrt{2^4 \sqrt{2}} = 2^x$$

$$۴) \sqrt[3]{2 \sqrt{2} \sqrt[3]{2}} = 2^x$$

$$۵) \sqrt{27 \sqrt{3 \sqrt{9 \sqrt{3}}}} = 3^x$$

مثال: حاصل $\frac{(-0.2)^{-3} \times \sqrt[3]{25}}{\sqrt{(0.04)^{-5}} \times \sqrt[3]{0.2}}$ را بیابید.

مثال: اگر $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt[3]{4\sqrt{2}}} = \frac{1}{2^x}$ باشد x را بیابید.

چند خاصیت دیگر رادیکالها

$m\sqrt[n]{\sqrt{a}} = nm\sqrt{a}$	
$m\sqrt[n]{\sqrt{a}} = n\sqrt[m]{\sqrt{a}}$	
نامنفی = نامنفی زوج	دلخواه = دلخواه فرد

مثال: حاصل عبارتهای زیر را بیابید.

$\sqrt{4} =$	$\sqrt{-4} =$
$\sqrt[3]{-8} =$	$\sqrt[3]{8} =$

$(\sqrt[3]{x})^3 = x$	$\sqrt[3]{x^3} = x$
$(\sqrt{x})^2 = x$	$\sqrt{x^2} = x $

اگر توان زوج درون رادیکال باشد و عدد زوجی را از توان و فرجه ساده کنیم ، قدرمطلق ایجاد می شود.

مثال: حاصل عبارتهای زیر را بیابید.



$\sqrt{2^2} =$	$\sqrt{-2^2} =$
$\sqrt{2^2} =$	$\sqrt{(-2)^2} =$
$\sqrt[3]{(-3)^3} =$	$\sqrt{(-3)^2} =$
$\sqrt{x^2 + 2x + 1} =$	$\sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} =$

- اگر درون قدرمطلق مثبت باشد خودش خارج می شود و اگر درون قدرمطلق منفی باشد قرینه آن خارج می شود.

مثال: حاصل عبارتهای زیر را بیابید.

$\sqrt[4]{x^4} =$	$(\sqrt[4]{x})^4 =$
$\sqrt[4]{x^2} =$	$\sqrt[4]{x^3} =$
$\sqrt[6]{x^2} =$	$\sqrt{(\sqrt[3]{-2})^2} =$



$\sqrt{x^2} \times \sqrt{x} =$	$\sqrt{x^2} \times \sqrt{-x} =$
$\sqrt{x^3} =$	$\sqrt{-x^3} =$

۸۱- مقدار عددی عبارت های زیر را محاسبه کنید.

$\sqrt[3]{0.008} =$	$\sqrt[4]{0.0016} =$
$(\sqrt[3]{7})^6 =$	$(\sqrt[3]{2\sqrt{2}})^6 =$
$(\sqrt[4]{2^5\sqrt{3}})^2 =$	$\sqrt[6]{\frac{64}{729}} =$
$\sqrt[3]{-\frac{8}{27}} =$	$\sqrt[6]{9} \times \sqrt[6]{81} =$
$\frac{\sqrt[5]{2}}{\sqrt[5]{256}} =$	$\sqrt[5]{2^7 \times 5} =$
$\sqrt{(-3)^6 \times 7} =$	$\sqrt[3]{\sqrt{27}} =$



$\sqrt[3]{\sqrt[2]{-3}} =$	$\sqrt[2]{9\sqrt[3]{27}} =$
$\sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} + \sqrt{2} =$	$\sqrt{-x^9} =$
$(-32)^{\frac{1}{5}} =$	$\left(\frac{1}{32}\right)^{\frac{9}{4}} =$
$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{4}} =$	$\sqrt{\frac{24\sqrt{2}\sqrt{3}}{\sqrt[3]{4}\sqrt{6}}} =$

۸۲- اگر $a = 2/25$ مقدار عبارت $\left(\frac{a^{\frac{1}{2}} \times a^{2/5}}{(a^{\frac{3}{4}})^7}\right)^{-1}$ را حساب کنید؟

پاسخ:

۸۳- ساده کنید.

الف) $a^{-\frac{1}{5}}\sqrt{a\sqrt{a}}$

پاسخ:

ب) $\frac{a\sqrt{b\sqrt{a\sqrt{b}}}}{b\sqrt{a\sqrt{b\sqrt{a}}}}$

پاسخ:

۸۴- اگر $a \leq 1$ عبارت $\sqrt{(1-a)^3}$ برابر کدام است؟

(۱) $(a-1)\sqrt{a-1}$ (۲) $(1-a)\sqrt{1-a}$

(۳) $(a-1)\sqrt{1-a}$ (۴) $(1-a)\sqrt{a-1}$

پاسخ: ()

۸۵- حاصل $\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{4}$ کدام است؟

(۴) $5\sqrt[3]{2}$

(۳) $\sqrt[3]{112}$

(۲) $4\sqrt[3]{2}$

(۱) $\sqrt[3]{58}$

پاسخ: ()



۸۶- اگر $a < 0$ ، حاصل عبارت حاصل $\sqrt{-3a^3} - \sqrt[3]{a^3} - \sqrt[4]{a^4}$ کدام است؟

(۱) $a\sqrt{3a}$ (۲) $a(2 - \sqrt{3a})$ (۳) $-a\sqrt{-3a}$ (۴) $a\sqrt{-3a}$

پاسخ: ()

۸۷- اگر $\left(\frac{1}{x}\right)^3 = 0.064$ مقدار x کدام است؟

(۱) ۲۵۰ (۲) $2/5$ (۳) 0.6 (۴) ۲۵

پاسخ: ()

۸۸- حاصل $\left(\frac{\sqrt[2]{4}}{2^5\sqrt{8}} + \frac{\sqrt[5]{4}}{3^3\sqrt{2}}\right)^6$ مقدار x کدام است؟

(۱) 2^{-2} (۲) 2^{-16} (۳) 2^{-32} (۴) 2^4

پاسخ: ()

۸۹- کدام گزینه درست است؟

(۱) $\sqrt[3]{11} < \sqrt{5} < 2\sqrt[4]{2}$ (۲) $\sqrt[3]{11} < 2\sqrt[4]{2} < \sqrt{5}$
 (۳) $\sqrt{5} < \sqrt[3]{11} < 2\sqrt[4]{2}$ (۴) $\sqrt{5} < 2\sqrt[4]{2} < \sqrt[3]{11}$



پاسخ: ()

۹۴- معادله ی $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}} \times \sqrt{\sqrt{\sqrt{x}}} = 10$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

پاسخ: ()

۹۵- اگر $a = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$ ، $b = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$ و $c = \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{5}}$ ، کدام درست است؟

- (۱) $a > b > c$ (۲) $b > a > c$ (۳) $c > a > b$ (۴) $c > b > a$

پاسخ: ()

۹۶- اگر $0 < a < 1$ ، کدام درست است؟

- (۱) $a^{\frac{2}{3}} < a^{\frac{2}{4}} < a$ (۲) $a^{\frac{2}{4}} < a^{\frac{2}{3}} < a$ (۳) $a < a^{\frac{2}{4}} < a^{\frac{2}{3}}$ (۴) $a < a^{\frac{2}{3}} < a^{\frac{2}{4}}$

پاسخ: ()

۹۷- حاصل عبارت تعریف شده $\frac{\sqrt{x\sqrt{x}}}{\sqrt[3]{x\sqrt{x}}}$ اگر همواره کدام است؟

$\sqrt[6]{x^5}$ (۴)

$\frac{1}{\sqrt[6]{x}}$ (۳)

$\sqrt[6]{x}$ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: ()

۹۸- ریشه هفتم عبارت $\sqrt[7]{250} - \sqrt[7]{4}$ کدام است؟

$4\sqrt[7]{2}$ (۴)

$\sqrt[7]{2}$ (۳)

$\sqrt[7]{2}$ (۲)

$\sqrt[7]{2}$ (۱)

پاسخ: ()

۹۹- اگر $\sqrt[3]{\sqrt{b}} = \sqrt[6]{2\sqrt{4}}$ و $2^a = \sqrt[3]{3}$ باشد، حاصل عبارت $A = \frac{(2^{a+1})^b}{b^a}$ کدام است؟

$\frac{19}{3}$ (۴)

$\frac{48}{\sqrt{3}}$ (۳)

$\frac{19}{\sqrt{3}}$ (۲)

$\frac{2\sqrt{3}}{9}$ (۱)

پاسخ: ()

۱۰۰- اگر $x^{\frac{5}{2}} = 32$ باشد، حاصل $x^{\frac{2}{3}}$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: ()

۱۰۱- عبارت $\sqrt[4]{-x^5}$ با کدام عبارت برابر است؟



$x\sqrt[4]{-x} \quad (۴)$

$-x\sqrt[4]{-x} \quad (۳)$

$x\sqrt[4]{x} \quad (۲)$

$-x\sqrt[4]{x} \quad (۱)$

پاسخ: ()

۱۰۲- حاصل $\sqrt[7]{8}\sqrt[4]{4}$ کدام است؟

$\sqrt[4]{8} \quad (۴)$

$۲\sqrt[4]{۲} \quad (۳)$

$\sqrt[4]{۲} \quad (۲)$

$\sqrt[4]{۲} \quad (۱)$

پاسخ: ()

۱۰۳- حاصل $\frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[5]{۲۷}} - \frac{\sqrt[5]{9}}{\sqrt[۳]{۳}}$ کدام است؟

$\text{صفر} \quad (۴)$

$۳ \quad (۳)$

$۲۷ \quad (۲)$

$۹ \quad (۱)$

پاسخ: ()

۱۰۴- اگر $\sqrt{\sqrt{۳}} = \sqrt[۳]{۳\sqrt{x}}$ باشد، حاصل x کدام است؟

$\frac{\sqrt[۳]{۳}}{۳} \quad (۴)$

$\frac{\sqrt[۳]{۳}}{۳} \quad (۳)$

$۳\sqrt[۳]{۳} \quad (۲)$

$۳\sqrt[۳]{۳} \quad (۱)$

پاسخ: ()

۱۰۵- اگر $\sqrt[۳]{x\sqrt{x}} = ۳$ باشد، حاصل $\sqrt{x\sqrt[۳]{x}}$ کدام است؟



$3\sqrt[3]{3}$ (۴)

$3\sqrt{3}$ (۳)

$\sqrt{3}$ (۲)

$\sqrt[3]{3}$ (۱)

پاسخ: ()

۱۰۶- اگر $\sqrt[3]{3\sqrt[3]{3}\sqrt[3]{3}} = 3^a$ باشد، کدام است a ؟

$3\sqrt[3]{3}$ (۴)

$3\sqrt{3}$ (۳)

$\sqrt{3}$ (۲)

$\sqrt[3]{3}$ (۱)

پاسخ: ()

۱۰۷- حاصل $\frac{\sqrt{2} + \sqrt[3]{2}}{1 + \sqrt[6]{2}}$ کدام است؟

$\sqrt{2}$ (۴)

$\sqrt[6]{2}$ (۳)

$\sqrt[3]{2}$ (۲)

$\sqrt[3]{2}$ (۱)

پاسخ: ()

۱۰۸- حاصل $\left(\sqrt[3]{5 + \left(-\frac{1}{\sqrt[3]{3}}\right)^4 + (-\sqrt{2})^2}\right)^{-\frac{2}{3}} + \left(\sqrt[2]{\frac{1}{4}}\right)^3$ کدام است؟

پاسخ: ()



اتحاد مربع دو جمله ای

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

مثال : اتحاد های زیر را بسط دهید.

$$(2 - \sqrt{3})^2 =$$

$$(x + 2y)^2 =$$

۱۰۹- اگر $a + \frac{1}{a} = 5$ باشد حاصل عبارتهای زیر را بیابید:

$$\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}} \quad (2)$$

$$a^2 + \frac{1}{a^2} \quad (1)$$

پاسخ: ()

۱۱۰- اگر $a + b = 2\sqrt{ab}$ باشد حاصل $\frac{a^2 + b^2 + 3ab}{a^2 + b^2 - ab}$ را بیابید.

پاسخ: ()

۱۱۱- اگر $a + b = 3$ و $a^2b + ab^2 = -30$ باشد، حاصل عبارت $a^2 - ab + b^2$ کدام است؟

۴۰ (۱) ۵۰ (۲) ۲۸ (۳) ۳۹ (۴)

پاسخ: ()

۱۱۲- اگر $a + \frac{3}{2a} = 4$ باشد، حاصل $4a^2 + \frac{9}{a^2}$ کدام است؟

۴۰ (۱) ۵۰ (۲) ۴۲ (۳) ۵۲ (۴)

پاسخ: ()

۱۱۳- اگر $x^2 + 2x - 1 = 0$ ، آنگاه مقدار $x^4 + 12x$ کدام است؟

۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴)

پاسخ: ()



اتحاد مزدوج

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

مثال : عبارت های زیر را محاسبه کنید.

$$100^2 - 99^2 =$$

$$(3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5}) =$$

$$\left(\sqrt{5 - \sqrt{3}} + \sqrt{5 + \sqrt{3}}\right)^2 =$$

$$\sqrt[3]{4 - \sqrt{3}} \times \sqrt[3]{4 + \sqrt{3}} =$$

$$(1 + \sqrt{a})(1 - \sqrt{a}) =$$

$$(1 - \sqrt[3]{a})(1 + \sqrt[3]{a})(1 + \sqrt{a})(1 + a) =$$

$$(x^2 - 1)(x^2 + 1) =$$

$$(x - 1)^2(x + 1)^2 =$$

$$(2 - \sqrt{5})\sqrt{9 + 4\sqrt{5}} =$$

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} =$$

$$\sqrt{28 - 10\sqrt{3}} + \sqrt{28 + 10\sqrt{3}} =$$

$$\sqrt{2\sqrt{2} + 1} \times \sqrt[4]{9 - 4\sqrt{2}} =$$

$$\sqrt[6]{4 - 2\sqrt{3}} \times \sqrt[3]{1 + \sqrt{3}} \times \sqrt[3]{4} =$$

۱۱۴- اگر $\sqrt{x-2} + \sqrt{x+1} = 27$ باشد، حاصل $\sqrt{x-2} - \sqrt{x+1}$ کدام است؟



$-4 \quad (4)$

$-3 \quad (3)$

$-2 \quad (2)$

$-1 \quad (1)$

پاسخ: ()

۱۱۵- (۹۵) اگر $\alpha = \sqrt[4]{3\sqrt{2}-4}$ و $\beta = \sqrt[4]{3\sqrt{2}+4}$ حاصل عبارت $(\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta)(\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta)$ کدام است؟

$7\sqrt{2} \quad (4)$

$6\sqrt{2} \quad (3)$

$8 \quad (2)$

$6 \quad (1)$

پاسخ: ()

۱۱۶- (سراسری ۹۳) حاصل عبارت $(\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{3})\sqrt[4]{2\sqrt{2}}$ کدام است؟

$2\sqrt{3} \quad (4)$

$1 + \sqrt{2} \quad (3)$

$1 \quad (2)$

$\sqrt{3} \quad (1)$

پاسخ: ()



$$(2 - \sqrt{2} - \sqrt{5})^2 =$$

۱۱۹- اگر $x + y + z = 3$ و $xy + xz + yz = 2$ حاصل $x^2 + y^2 + z^2$ را بیابید.

پاسخ: ()

اتحاد جمله مشترک

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

مثال : عبارت های زیر را تجزیه کنید.

$$x^2 - 4x + 3 =$$

$$x^2 - x - 6 =$$

$$x^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{3})x + \sqrt{6} =$$

۱۲۰- در عبارت $(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4)$ ضریب x^2 کدام است؟

پاسخ: ()

۱۲۱- اگر $x^2 - 3x = 7$ باشد حاصل $(x + 1)(x - 1)(x - 2)(x - 4)$ کدام است؟

پاسخ: ()

اتحاد مکعب دو جمله ای

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

مثال : اتحاد های زیر را بسط دهید.



$$(\sqrt{3} + 1)^3 =$$

$$(\sqrt{3} - 1)^3 =$$

$$(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})^3 =$$

۱۲۲- اگر $a + b = 4$ و $ab = 2$ باشد حاصل عبارتهای زیر را بیابید:

$$a^3 + b^3 \quad (۲)$$

$$a^2 + b^2 \quad (۱)$$

پاسخ: ()

۱۲۳- حاصل $((x + 2)^3 - 6x^2)^2$ را بیابید.



۱۲۴- اگر $x^2y + xy^2 = 20$ و $x^3 + y^3 = 65$ حاصل xy کدام است؟

۱۲۵- اگر $a + \frac{3}{a} = 5$ باشد $a^3 + \frac{27}{a^3}$ کدام است؟

۱۲۶- اگر $x^2 + \frac{1}{x^2} = 18$ باشد $x^3 - \frac{1}{x^3}$ کدام است؟

۱۲۷- حاصل $x^3 - 4x^2 + x + 2$ به ازای $x = 2 - \sqrt{3}$ کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

-۲ (۲)

-۱ (۱)

پاسخ: ()



۱۲۸- اگر $x = \sqrt[3]{2 + \sqrt{3}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{3}}$ باشد حاصل $x^3 - 3x$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

پاسخ: ()

۱۲۹- مقدار عددی عبارت $\frac{\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}}{1+\sqrt{5}}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{5}}{4}$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴) $\frac{1+\sqrt{5}}{7}$

پاسخ: ()

اتحاد چاق و لاغر

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

مثال : تجزیه کنید.

$$x^3 + 8 =$$



$$x^r - 1 =$$

$$x^r + 1 =$$

$$(x + 3)(x^r - 3x + 9) =$$

$$a^r + \frac{1}{a^r} =$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})(x + \sqrt{xy} + y) =$$

$$\left(t - \frac{1}{t}\right)\left(t^r + \frac{1}{t^r} + 1\right) =$$

۱۳۰- مقدار $(x^r - 1)(x^r + x + 1)(x^r - x + 1)$ به ازای $x = \sqrt[r]{x}$ کدام است؟

۱ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: ()

۱۳۱- ضریب x^2 در عبارت $(x - 2)^3 - (2x - 1)^3$ کدام است؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: ()



۱۳۲- اگر a و b اعداد منفی باشد و $ab = 1$ و $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 7$ باشد حاصل $a^3 + b^3$ کدام است؟

-۲۴ (۴)

-۲۲ (۳)

-۲۰ (۲)

-۱۸ (۱)

پاسخ: ()

۱۳۳- اگر $a - b = 5$ و $a^2 + b^2 = 17$ باشد آنگاه $a^3 - b^3$ کدام است؟

-۴ (۴)

-۳ (۳)

-۲ (۲)

-۱ (۱)

پاسخ: ()

۱۳۴- اگر $18 = x^2 + \frac{1}{x^2}$ مقدار $x^3 - \frac{1}{x^3}$ چقدر است؟

± 72 (۴)

± 46 (۳)

± 76 (۲)

± 52 (۱)

پاسخ: ()

۱۳۵- مقدار عددی عبارت $\frac{1}{x} - \frac{1}{x-1}$ به ازای $x = \frac{1-\sqrt{3}}{2}$ کدام است؟

$\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

۲ (۲)

$\sqrt{3}$ (۱)

پاسخ: ()

تجزیه: یعنی تبدیل عبارت به حاصل ضرب چند پرانتز

مدل اول : اتحاد مزدوج

$$4a^2 - 1 =$$

$$a^4 - b^4 =$$

$$a^6 - b^6 =$$

$$a^2 + b^2 - c^2 + 2ab =$$

$$a^4 + b^4 =$$

$$a^4 + a^2b^2 + b^4 =$$

$$(7x - 1)^2 - (3x + 5)^2 =$$

$$x^5 - 16x =$$

$$a^2 + b^2 + 2ab - 4 =$$

مدل دوم : اتحاد مربع کامل

$$4x^2 + 4x + 1 =$$



$$\frac{x^2}{4} - x + 1 =$$

$$x^2 + x + \frac{1}{4} =$$

$$\frac{1}{9}x^2 - \frac{2}{3}x + 1 =$$

مدل سوم : اتحاد جمله مشترک

$$x^2 - x - 6 =$$

$$x^2 + 3x^2 + 2 =$$

$$x^2 - 5x^2 + 4 =$$

$$x^2 + 3x^2 + 4 =$$

مدل چهارم : دسته بندی

$$x^3 - x^2 + x - 1 =$$

$$3x^3 + 2x^2 - 3x - 2 =$$

ساده کردن کسر ها:

مثال: حاصل کسر های زیر را بیابید.



$$۱) \frac{x}{x+1} - \frac{x+2}{x-1} =$$

$$۲) \frac{x}{x^2+1} + \frac{1}{x^3+x} =$$

$$۳) \frac{3x^2+2x-1}{x^2-1} \div \frac{3x-1}{x-1} =$$

۱۳۶- اگر $a = \sqrt[3]{2} - 1$ حاصل $\left(\frac{a^3+1}{a^2-a+1}\right)^9$ کدام است؟

۱۰ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: ()

۱۳۷- حاصل $\frac{a^6-a^4-a^2+1}{a^3-a^2-a+1}$ به ازای $a = \sqrt{2}$ کدام است؟

۱۰ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)



پاسخ: ()

۱۳۸- ساده شده ی عبارت $\frac{2}{\sqrt{x}-2} - \frac{2}{\sqrt{x}+2} - \frac{2x}{x-4}$ کدام است؟

پاسخ: ()

۱۳۹- اگر $a - \frac{1}{a} = 3$ باشد حاصل $\frac{a^6 - a^4 + a^2 - 1}{a^4 - a^2}$ کدام است؟

۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

پاسخ: ()

§۳ گویا کردن: از بین بردن رادیکال مخرج

مدل اول: مخرج تک رادیکال

$$\frac{1}{\sqrt{a}} =$$

$$\frac{1}{\sqrt[m]{a^n}} =$$

۱۴۰- گویا کنید.

$\frac{1}{\sqrt{2}} =$
$\frac{3 - \sqrt{3}}{\sqrt{3}} =$
$\frac{1}{\sqrt[4]{2}} =$
$\frac{1}{\sqrt[3]{5}} =$

مدل دوم: مخرج دو عبارت (ضربدر مزدوج / ضربدر چاق)

۱۴۱- گویا کنید.

$\frac{1}{\sqrt{2} - 1} =$
$\frac{\sqrt{3} - 2}{\sqrt{3} + 2} =$



$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-3} =$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{2}-1} =$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{2}+1} =$$

$$\frac{1}{(\sqrt{3}-1)^3} =$$

۱۴۲- حاصل $(2\sqrt{2}-\sqrt{7})^{-3} \times (2\sqrt{2}+\sqrt{7})^{-4}$ کدام است؟

۱ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲) $2\sqrt{2}-\sqrt{7}$

۱ (۱) $2\sqrt{2}+\sqrt{7}$

پاسخ: ()

۱۴۳- حاصل $\frac{1}{\sqrt[3]{2}-1} \times \sqrt[3]{2}(\sqrt[3]{2}+1)$ کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲) $\sqrt[3]{4}$

۱ (۱) $\sqrt[3]{2}$

پاسخ: ()

۱۴۴- ساده شده ی عبارت $\sqrt[3]{-3\frac{3}{8}} + \sqrt{(1+\sqrt{2})^2 - 4\sqrt{2}} - \left(\frac{1}{4}\right)^{0.25}$ کدام است؟

۱/۵ (۴)

۱/۷۵ (۳)

۲/۲۵ (۲)

۲/۵ (۱)

پاسخ: ()

۱۴۵- ساده شده ی عبارت $\frac{2}{1+\sqrt{5}} - \left(\frac{4}{5}\right)^{-\frac{1}{2}} + \left(\frac{1}{4}\right)^{0.5}$ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: ()

۱۴۶- ساده شده ی عبارت $\sqrt[3]{7+5\sqrt{2}} + \sqrt[3]{7-5\sqrt{2}}$ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: ()



آمار توصیفی (معیار های گرایش به مرکز)

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \quad \text{میانگین :}$$

$$\bullet \quad \text{تعداد} \times \text{میانگین} = \text{مجموع داده ها} \Leftrightarrow \text{میانگین} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}}$$

مثال: میانگین اعداد زبر را محاسبه کنید.

۱۷, ۱۷, ۱۸, ۱۹, ۲۰

۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۸, ۱۹

$$\text{نکته: دنباله های حسابی :} \quad \frac{\text{جمله آخر} + \text{جمله اول}}{۲} = \text{میانگین}$$

۱۲, ۱۴, ۱۵, ۱۸, ۲۰



میانه (چارک دوم) : عدد وسطی (برای محاسبه میانه ابتدا اعداد را از کوچک به بزرگ مرتب کنید).
اگر تعداد فرد باشد عدد وسطی است و اگر تعداد زوج باشد میانگین دو تا وسطی است.

۱, ۵, ۹, ۱۱, ۱۷, ۱۹, ۲۲

۱, ۵, ۹, ۱۵, ۱۷, ۲۰

۱۴۷- در داده های ۶, ۶, ۵, ۶, ۱۲, ۴۰, ۱۵, ۵ میانه کدام است؟

۶ (۱) ۹ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴)

پاسخ: ()

۱۴۸- (سراسری تجربی ۸۶) داده های آماری زیر داده شده اند، میانگین آنها کدام است؟

۸۰, ۸۰, ۸۱, ۸۲, ۸۲, ۸۵, ۸۶, ۸۷, ۹۰, ۹۱, ۹۲, ۹۳, ۹۳, ۹۴, ۹۵, ۹۵, ۱۰۱, ۱۰۱, ۱۰۲, ۱۰۲

۹۰/۵ (۱) ۹۰/۶ (۲) ۹۰/۷ (۳) ۹۰/۸ (۴)

پاسخ: ()

۱۴۹- (سراسری تجربی ۸۸) میانگین داده های زیر کدام است؟

$a + 3, a + 6, a + 9, \dots, a + 105$

$2a + 108$ (۱) $a + 54$ (۲) $35a + 108$ (۳) $35a + 54$ (۴)

پاسخ: ()

۱۵۰- (سراسری تجربی ۹۱) میانگین ۵۰ داده ی زیر کدام است؟



داده	۱۱۰	۱۱۶	۱۲۲	۱۲۸	۱۳۴
تعداد	۵	۸	۱۵	۱۲	۱۰

$$۱۲۴/۰.۶(۴)$$

$$۱۲۴/۰.۴(۳)$$

$$۱۲۳/۶۸(۲)$$

$$۱۲۳/۶۲(۱)$$

پاسخ: ()

۱۰۱- میانگین ۹ داده ی آماری برابر ۲۰ می باشد، کدام داده آماری به این مجموعه اضافه شود تا میانگین آنها برابر ۲۵ شود؟

$$۷۵(۴)$$

$$۷۰(۳)$$

$$۵۵(۲)$$

$$۵۰(۱)$$

پاسخ: ()

۱۰۲- میانگین ۱۰ داده آماری برابر $۳۲/۵$ است. اگر دو داده ۳۵ و ۴۰ را از آن داده ها کنار گذاریم، میانگین ۸ داد حاصل کدام است؟

$$۳۲(۴)$$

$$۳۱/۷۵(۳)$$

$$۳۱/۵(۲)$$

$$۳۱/۲۵(۱)$$

پاسخ: ()

۱۰۳- اگر میانگین داده های $x_1, x_2, \dots, x_n + 1$ برابر با میانگین داده های $x_1, x_2, \dots, x_n - 1$ باشد، در این صورت میانگین داده های x_1, x_2, \dots, x_n کدام است؟

$$صفر(۴)$$

$$۴۵(۳)$$

$$۹(۲)$$

$$\frac{۹}{۲}(۱)$$

پاسخ: ()

۱۵۴- مجموع هفت عدد متوالی برابر ۱۴۷ است. میانگین این اعداد، چقدر از میانه ی آنها بیشتر است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

پاسخ: ()

چارک ها

۱، ۲، ۴، ۴، ۵، ۶، ۷، ۷، ۹، ۱۱، ۱۳، ۱۶، ۱۷

۱۵۵- (سراسری ریاضی ۸۷) در داده‌های آماری زیر ، داده‌های کمتر از چارک اول و بیشتر از چارک سوم را حذف

می کنیم. میانگین داده‌های باقیمانده کدام است؟

۴۲/۷ (۱) ۴۲/۹ (۲) ۴۳/۲ (۳) ۴۳/۴ (۴)

۳۱، ۳۴، ۳۵، ۳۷، ۳۸، ۳۸، ۳۹، ۴۰، ۴۰، ۴۴، ۴۵، ۴۵، ۴۶، ۵۲، ۵۳، ۵۶، ۵۶، ۵۷

پاسخ: ()



۱۵۶- (سراسری تجربی ۹۴) در داده های آماری به زیر، تفاضل میانه از میانگین داده های بین چارک اول و سوم، کدام است؟

۵۰, ۵۱, ۵۱, ۵۲, ۵۴, ۵۴, ۵۶, ۵۷, ۵۹, ۵۹, ۶۰, ۶۰, ۶۲, ۶۳, ۶۳, ۶۵, ۶۵, ۶۶, ۷۱, ۷۱, ۷۲, ۷۲, ۷۴, ۷۷, ۷۸

۱/۵(۴)

۱(۳)

۰/۵(۲)

(۱) صفر

پاسخ: ()

۱۵۷- در داده آماری میانگین داده های بزرگتر از چارک سوم و کوچکتر از چارک اول به ترتیب ۳۰ و ۲۲ می باشد، اگر میانگین تمام داده ها ۲۷/۵ باشد، آنگاه میانگین داده های بین چارک اول و سوم کدام است؟

۲۹/۵ (۴)

۲۹(۳)

۲۸/۵(۲)

(۱) ۲۸

پاسخ: ()

شاخص‌های پراکندگی

دامنه تغییرات : $Max - min$

۱۲, ۱۴, ۱۵, ۱۸, ۲۰

• اعداد زمانی پراکنده تر هستند که از میانگین دورتر باشند.

• واریانس:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

• برای محاسبه واریانس ابتدا باید میانگین را حساب کنید.

• هرچه واریانس بیشتر باشد اعداد پراکنده تر هستند.

• مثال : واریانس اعداد ۱, ۲, ۳ را محاسبه کنید.



- مثال : واریانس اعداد ۱,۳,۴,۵,۷ را محاسبه کنید.

محاسبه واریانس دو روش دارد:

- روش اول:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

- روش دوم:

$$\sigma^2 = \frac{\overbrace{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}^{\text{مجموع مجذورات}}}{n} - \left(\underbrace{\bar{x}}_{\text{میانگین}} \right)^2$$

- اگر واریانس برابر صفر باشد همه اعداد با هم برابر هستند.

- مثال : واریانس اعداد ۱,۲,۳ را محاسبه کنید.

$$\bar{x} \rightarrow \sigma^2 \rightarrow \sigma \rightarrow \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

- مثال : واریانس، انحراف معیار، ضریب تغییرات اعداد ۱,۵,۷,۱۱ را محاسبه کنید.

- هرچه ضریب تغییرات کوچکتر باشد آدم معقول تر و منظم تر و جنس مورد نظر بهتر است.

۱۵۸- مجموع مجذورات ۱۰ داده آماری برابر ۳۴۰ و میانگین این داده‌ها برابر ۵ است. واریانس این داده‌ها کدام است؟

۳(۴)

۴(۳)

۱۶(۲)

۹(۱)

پاسخ: ()

۱۵۹- (سراسری ریاضی ۹۲) در ۱۲ داده ی آماری مجموع تمام داده ها ۷۲ و مجموع مجذورات آنها ۴۸۰ می باشد.

ضریب تغییرات این داده ها کدام است؟

$\frac{2}{5}$ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۳)

$\frac{2}{9}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)



پاسخ: ()

۱۶۰- (سراسری تجربی ۸۷) دو نفر در یک آزمایشگاه، در ۵ روز متوالی، هم زمان شروع به کار کردند. امتیازات دقت کاری آنان، مطابق جدول زیر است. دقت کاری کدام بیش تر است؟

نفر اول	۷	۹	۸	۹	۷
نفر دوم	۱۰	۸	۶	۷	۹

(۱) نفر اول (۲) نفر دوم (۳) یکسان (۴) نیاز به اطلاعات بیش تر

پاسخ: ()

۱۶۱- (سراسری ریاضی ۹۳) نمرات آزمون مهارت فنی دو کارگر A و B به صورت زیر است، دقت کاری کدام بیش تر است؟

A	۱۵، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۹
B	۱۶، ۱۴، ۱۷، ۱۴، ۱۷، ۱۸

(۱) A (۲) B (۳) یکسان (۴) غیر قابل پیش بینی

پاسخ: ()

۱۶۲- (سراسری تجربی ۹۸) نمرات مهارت برای کارگر (A): ۱۶، ۱۵، ۱۴، ۱۳ و ۱۲ و برای کارگر (B): ۱۶/۵، ۱۶، ۱۵/۵، ۱۳ و ۱۱/۵ بوده است. دقت عمل کدام بیشتر است؟

(۱) A (۲) B (۳) یکسان (۴) غیر قابل پیش بینی

پاسخ: ()

۱۶۳- (سراسری تجربی ۹۸) در یک کارگاه، دو گروه مشغول کار هستند، میانگین نمرات مسئولیت پذیری و واریانس در گروه اول به ترتیب ۸۰ و ۲۵ و در گروه دوم ۷۲ و ۱۶ است می باشد. کدام گروه بهتر است؟

- (۱) گروه اول (۲) گروه دوم (۳) یکسان (۴) اظهار نمی توان کرد.

پاسخ: ()

۱۶۴- (سراسری ۹۹) ضریب تغییرات داده های آماری به صورت جدول زیر، کدام است؟

داده	۱۰, ۱۰, ۱۰, ۱۰, ۱۰, ۱۱, ۱۱, ۱۱, ۱۱, ۱۴, ۱۴, ۱۴, ۱۴, ۱۴, ۱۴		
۰/۱۸(۴)	۰/۱۷(۳)	۰/۱۵(۲)	۰/۱۲(۱)

پاسخ: ()

۱۶۵- (۹۹) داده های آماری ۵, ۷, ۸, ۸, ۸, ۱۰, ۱۰ مفروض اند. ضریب تغییرات داده ها، کدام است؟ $\left(\sqrt{\frac{2}{7}} \cong 0/534\right)$



۰/۳۰(۴)

۰/۲۵(۳)

۰/۲۰(۲)

۰/۱۵(۱)

پاسخ: ()

x	$x + b$	ax
\bar{x}		
σ^2		
σ		
$\sigma = \bar{x}$		

۱۶۶- (سراسری ریاضی ۸۶) اگر ۲۰ داده های آماری را دو برابر کرده و سپس ۷ واحد از هر کدام کم کنیم، ضریب تغییرات داده های جدید، ۱/۵ برابر ضریب تغییرات داده های قبلی می شود. مجموع داده های قبلی کدام است؟

۴۲۰(۴)

۳۵۰(۳)

۲۸۰(۲)

۲۱۰(۱)

پاسخ: ()



۱۶۷- (سراسری تجربی ۹۲) در ۱۵۰ داده ی آماری با میانگین ۱۲، به دو برابر هر یک از داده ها ۳ واحد اضافه می کنیم تا داده های جدیدی حاصل شود. ضریب تغییرات داده های جدید چند برابر ضریب تغییرات داده های قبلی است؟

$$\frac{8}{9}(4)$$

$$\frac{7}{8}(3)$$

$$\frac{5}{6}(2)$$

$$\frac{7}{9}(1)$$

پاسخ: ()

۱۶۸- انحراف معیار $2x + 3, 2y + 3, 2z + 3$ برابر ۴ است. واریانس $1 - \frac{z}{2}, 1 - \frac{y}{2}, 1 - \frac{x}{2}$ چقدر است؟

$$\frac{1}{16}(4)$$

$$\frac{1}{4}(3)$$

$$1(2)$$

$$\frac{1}{2}(1)$$

پاسخ: ()

سوالات اضافی

۱۶۹- (سراسری ریاضی ۸۹) پانزده داده ی آماری با واریانس ۱۲ و ده داده ی آماری دیگر با واریانس $7/6$ را با هم ترکیب می کنیم. اگر میانگین هر دو گروه یکسان باشد، انحراف معیار ۲۵ داده ی حاصل کدام است؟

$$3/5(4)$$

$$3/25(3)$$

$$3/2(2)$$

$$3/1(1)$$



پاسخ: ()

۱۷۰- (سراسری تجربی ۹۳) در ۲۵ داده آماری میانگین و انحراف معیار به ترتیب ۳۰ و ۸ می باشد. اگر داده های ناچور ۱۰، ۱۵، ۴۵ و ۵۰، از بین آنها حذف شوند، واریانس داده های باقیمانده، کدام است؟

$$۱۶/۶۶(۴)$$

$$۱۵/۳۳(۳)$$

$$۱۴/۸۱(۲)$$

$$۱۴/۷۲(۱)$$

پاسخ: ()

۱۷۱- اختلاف مقادیر ۷ داده از میانگین آنها اعداد صحیح متمایز و متوالی هستند، انحراف معیار داده ها چقدر است؟

$$۴(۴)$$

$$۲\sqrt{۲}(۳)$$

$$۲(۲)$$

$$\sqrt{۲}(۱)$$

پاسخ: ()

۱۷۲- قدرمطلق اختلاف از میانگین شش داده، برابر ۳، ۳، ۳، ۲، ۲، ۱ است. اگر مجموع این داده ها ۱۸ باشد، ضریب تغییرات داده ها کدام است؟

$$\sqrt{\frac{3}{2}}(4)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{3}(3)$$

$$\frac{\sqrt{6}}{6}(2)$$

$$\sqrt{\frac{2}{3}}(1)$$

پاسخ: ()

۱۷۳- میانگین و واریانس داده های x_1, x_2, \dots, x_6 به ترتیب ۱۵ و ۵ می باشد، اگر به این داده ها دو عدد ۱۰ و ۲۰ را اضافه کنیم، ضریب تغییرات داده های جدید چند برابر ضریب تغییرات داده های اولیه می شود؟

$$\sqrt{\frac{5}{2}}(4)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}(3)$$

$$\sqrt{2}(2)$$

$$\frac{3}{2}(1)$$

پاسخ: ()

آمار : مجموعه از اعداد، ارقام و اطلاعات است.

علم آمار :

مرحله (۱) روش های جمع آوری اعداد، ارقام و اطلاعات از طریق مشاهده، پرسش، اطلاعات سازمانها، آزمایش
مرحله (۲) سازماندهی و نمایش به صورت جدول یا نمودار
مرحله (۳) تحلیل و تفسیر داده مانند بررسی شاخص های مرکزی و پراکنندگی
مرحله (۴) نتیجه گیری، قضاوت و پیش بینی که این مرحله به کمک علم هایی دیگر و احتمال انجام می شود. هرچقدر مرحله (۱) دقیق تر و کامل تر باشد و از روش مناسب تری برای پیش بینی استفاده شود، تصمیم گیری بهتر و دقیق تر است.

★ **جامعه آماری**: مجموعه ای از اشیا و یا افراد که می خواهیم اطلاعات مربوط به مشخصه ی خاصی از آن ها را بررسی کنیم. هر یک از

افراد یا اشیا را عضو جامعه می نامیم. تعداد اعضای جامعه را اندازه یا حجم جامعه آماری می گوئیم.

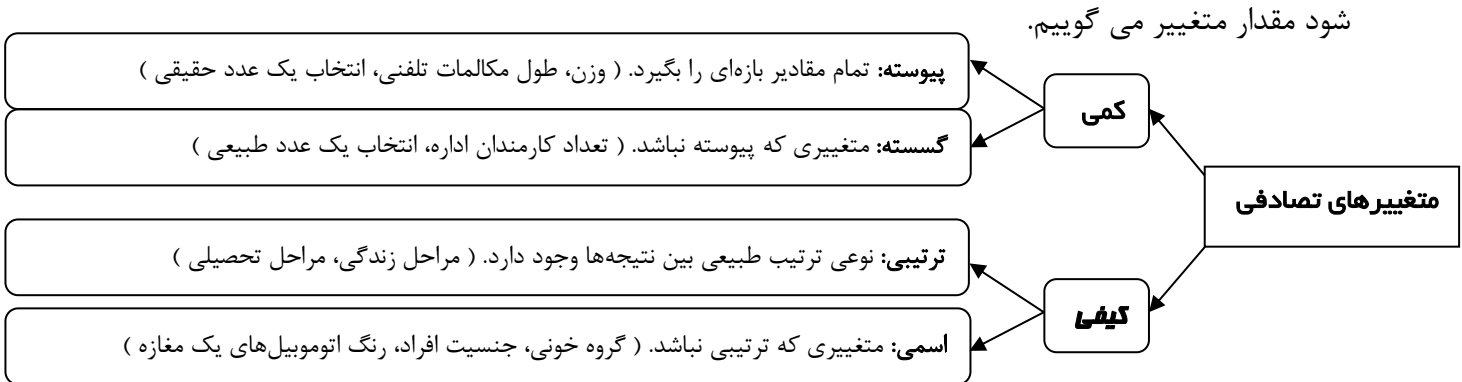


بررسی تمام اعضای جامعه معمولاً غیر ممکن و یا دشوار است لذا بخشی یا زیر مجموعه‌ای از اعضای جامعه را مورد مطالعه قرار می‌دهیم که به این زیر مجموعه نمونه می‌گوییم و تعداد اعضای آن را **اندازه** و یا **حجم نمونه** می‌نامیم. اگر نمونه برابر جامعه آماری باشد این امر را **سرشماری** می‌گوییم.

✚ در انتخاب نمونه بایستی به موارد زیر توجه کرد:

(۱) امکان پذیر بودن انتخاب هر عضو
(۲) اعضا دارای شانس یکسان باشند

✚ **متغیر تصادفی** موضوع یا ویژگی را که روی یک نمونه یا جامعه بررسی می‌کنیم به عددی که به هر عضو نسبت داده می‌شود مقدار متغیر می‌گوییم.



✚ **توجه:** برخی از متغیرها می‌توانند هم کمی و هم کیفی باشند مانند میزان بارندگی.

✚ کاربرد های علم آمار:

(۱) پردازش تصاویر: به هر تصویری جدولی از اعداد نسبت داده می‌شود، با توجه به تحلیل آن میران مخدوش بودن آن عکس‌ها را بررسی کرد.
(۲) میزان چاقی به کمک شاخص توده: $BMI = \frac{(\text{وزن})^2}{\text{قد}}$ هر چقدر این شاخص بیشتر شود شخص چاق تر است، وزن طبیعی زمانی رخ می‌دهد که این شاخص در بازه [۱۸/۵, ۲۵] باشد.
(۳) علم کشاورزی: برای تشخیص میزان استفاده از کودها و مواد مورد نیاز زمین کشاورزی برای بیشترین بازدهی ممکن
(۴) محیط زیست: شناخت و عوامل موثر بر زیستگاه‌های مطلوب برای موجودات مختلف

۱۷۴- نوع متغیرهای تصادفی زیر را مشخص کنید.

	گروه خونی		نوع آلاینده‌گی هوا
	مراحل برداشت محصول		طول مکالمات تلفنی
	رنگ مو		نژاد افراد مختلف
	شدت جریان		زمان تاثیر دارو
	درجه در ارگان نظامی		شاخص توده