

بِسْمِ اللَّهِ





زاویه: به ناحیه‌ای که پس از برخورد دو خط بین آنها ایجاد می‌شود زاویه می‌گوییم.

توجه: محیط دایره :  $2\pi R$  مساحت :  $\pi R^2$

واحد های اندازه گیری زاویه:

درجه: اگر محیط دایره را به ۳۶۰ قسمت مساوی تقسیم کنیم، هر قسمت یک درجه است. این واحد قدیمی است و علمی نیست.

رادیان:



تبدیل درجه و رادیان به یکدیگر

۱-  $30^\circ$  درجه چند رادیان است؟

۲-  $\frac{2\pi}{3}$  رادیان چند درجه است؟

۳-  $1^\circ$  درجه چند رادیان است؟

۴- یک رادیان چند درجه است؟

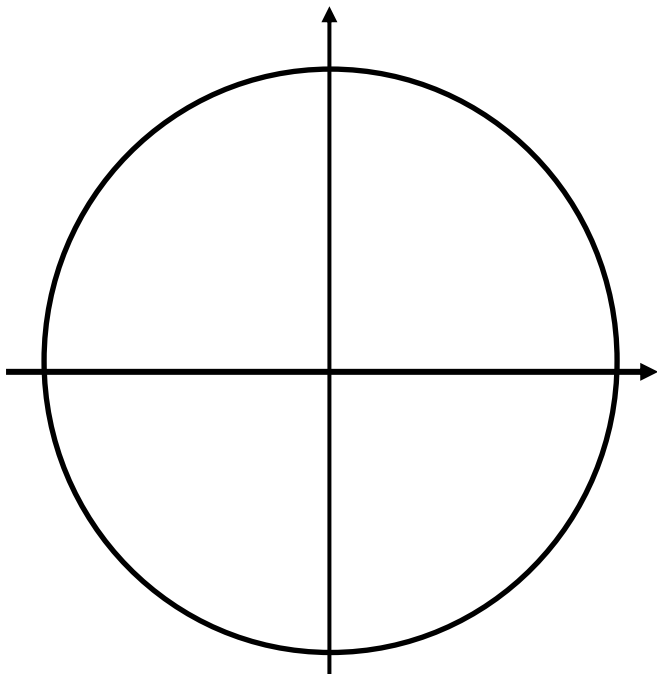
۵-  $2^\circ$  رادیان چند درجه است؟



۶- جدول زیر را پر کنید.

درجه	۱۸۰	۹۰	۴۵	۳۰	۶۰	۲۷۰	۳۶۰
رادیان							

درجه							
رادیان	۱	۲	۳	$\pi$	۴	۵	۶
				$2\pi$			



جهت مثبت:

جهت منفی:

$$\pm \text{زوج } \pi = 0$$

$$\pm \text{فرد } \pi = \pi$$

طول کمان: طول کمان روبرو به زاویه  $\theta$  در دایره به شعاع  $R$  برابر  $R\theta$  است. ( $\theta$  بر حسب رادیان)



مساحت قطاع: مساحت قطاع روبرو به زاویه  $\theta$  در دایره به شعاع  $R$  برابر  $\frac{1}{2}R^2\theta$  است. ( $\theta$  بر حسب رادیان)

۷- درجه در کدام ناحیه مثلثاتی قرار دارد؟

۸-  $\frac{29\pi}{4}$  رادیان در کدام ناحیه مثلثاتی قرار دارد؟

۹-  $\frac{42\pi}{5}$  رادیان در کدام ناحیه مثلثاتی قرار دارد؟



۱۰-  $-\frac{85\pi}{3}$  رادیان در کدام ناحیه مثلثاتی قرار دارد؟

---

---

---

---

۱۱-  $\frac{15\pi}{4}$  رادیان درجه در کدام ناحیه مثلثاتی قرار دارد؟

---

---

---

---

۱۲-  $\frac{1351\pi}{3}$  رادیان درجه در کدام ناحیه مثلثاتی قرار دارد؟

---

---

---

---

۱۳-  $-\frac{1235\pi}{9}$  رادیان درجه در کدام ناحیه مثلثاتی قرار دارد؟

---

---

---

---



۱۴- ۳ رادیان درجه در کدام ناحیه مثلثاتی قرار دارد؟

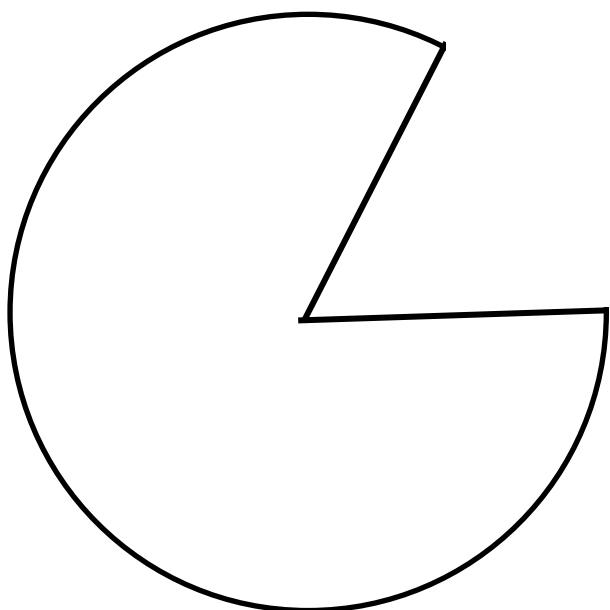
---

---

---

---

۱۵- شعاع قطاع روبرو برابر ۲ و زاویه حاده درون شکل ۴۵ درجه است، محیط شکل روبرو را بیابید.



---

---

---

---

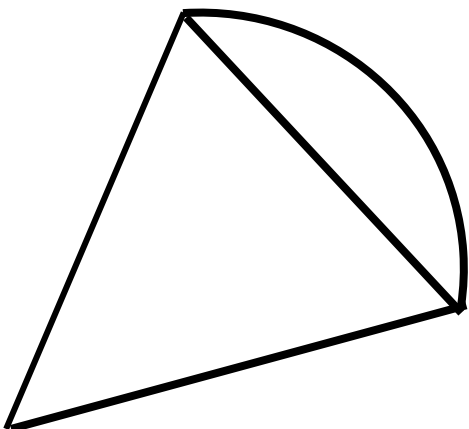
---

---

---

---

۱۶- شعاع قطاع روبرو برابر R و زاویه  $\theta$  رادیان است، مساحت قسمت سایه زده را بیابید.



---

---

---

---

---

---

---

---



۱۷- حول یک دایره چند دایره شبیه خودش می توان قرار داد؟

---

---

---

---

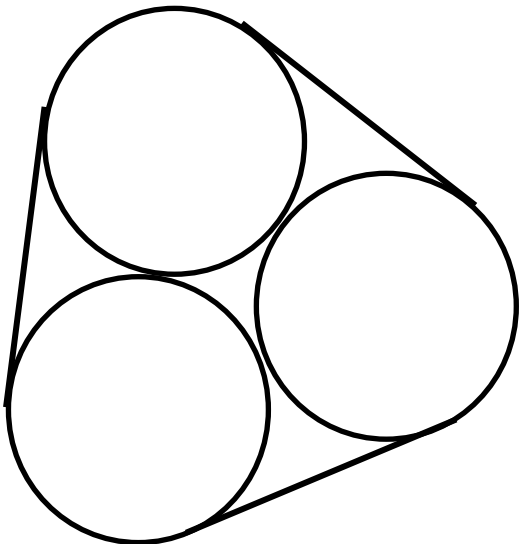
---

---

---

---

۱۸- سه دایره به شعاع ۳ سانتی متر به صورت روبرو بر هم مماسند و نخ دور آنها می پیچیم طول نخ را بیابید.



---

---

---

---

---

---

---

---

۱۹- سوال چالشی: حداکثر چند دایره به شعاع یک روی محیط دایره به شعاع ۱۰ می توان قرار داد.

---

---

---

---

---

---

---

---





۲۰- مساحت جانبی مخروط به شعاع قاعده  $R$  و مولد  $L$  را بیابید.

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

۲۱- چه مدت زمان طول می کشد تا عقربه دقیقه شمار ساعت، به اندازه  $\frac{8\pi}{3}$  رادیان دوران می کند؟  
(۱) یک ساعت (۲) یک ساعت و ۱۰ دقیقه (۳) یک ساعت و ۲۰ دقیقه (۴) یک ساعت و ۳۰ دقیقه

پاسخ: ( )

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

۲۲- انتهای کمان زاویه  $\frac{17\pi}{5}$  رادیان در کدام ربع دایره مثلثاتی واقع است؟  
(۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

پاسخ: ( )

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---



۲۳- حلقه ای فلزی به شعاع ۱۸ سانتی متر را از دو نقطه برش داده ایم، به طوری که زاویه مرکزی روبروی کمان جداشده، ۵۰ درجه است. با فرض  $\pi = ۳/۱۴$ ، طول کمان جدا شده کدام است؟

۲۱/۹۸(۴)

۷/۸۵(۳)

۱۵/۷(۲)

۳۱/۴(۱)

پاسخ: ( )

۲۴- طول برف پاک کن یک اتومبیل ۷۵ سانتی متر است. اگر این برف پاک کن در هر حرکت کامل ۱۲۰ درجه طی کند، مسافتی که انتهای تیغه برف پاک کن در هر حرکت می پیماید تقریباً چند سانتی متر است؟

( $\pi = ۳/۱۴$ )

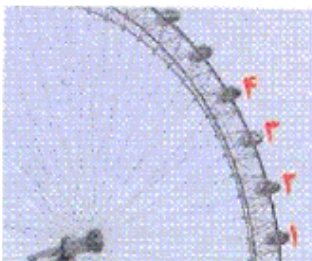
۱۲۰(۴)

۱۰۴/۷(۳)

۷۸/۵(۲)

۱۵۷(۱)

پاسخ: ( )



۲۵- چرخ و فلکی دارای ۶۰ کابین است، شخصی در حالت اولیه در وضعیت

کابین ۳ قرار دارد بعد از دورانی به اندازه ی  $\frac{۱۷۹\pi}{۶}$  رادیان در خلاف جهت عقربه

های ساعت در موقعیت کدام کابین نسبت به حالت اولیه قرار می گیرد؟

۵۶(۴)

۵۷(۳)

۵۸(۲)

۵۹(۱)

پاسخ: ( )



۲۶- دو چرخ دنده  $A$  و  $B$  توسط نواری لاستیکی به هم وصل شده اند. شعاع چرخ دنده  $A$ ،  $20$  سانتی متر و شعاع چرخ دنده  $B$  برابر  $1$  متر است. اگر چرخ دنده  $B$  به اندازه  $\frac{3\pi}{2}$  رادیان بچرخد، چرخ دنده  $A$  چند دور می زند؟

۱۰(۴)

۳/۷۵(۳)

۵(۲)

۲/۵(۱)

پاسخ: ( )

۲۷- شعاع چرخ جلویی تراکتوری  $1$  مترو شعاع چرخ عقب آن  $120$  سانتی متر است. وقتی چرخ جلو  $70$  درجه می چرخد، چرخ عقب تقریباً چند درجه خواهد چرخید؟

۶۸(۴)

۶۶(۳)

۵۸(۲)

۵۶(۱)

پاسخ: ( )

۲۸- در یک دایره، توسط اضلاع زاویه  $\theta$  مرکزی، کمانی به طول نصف شعاع دایره بریده شده است.  $\theta$  چند درجه است؟

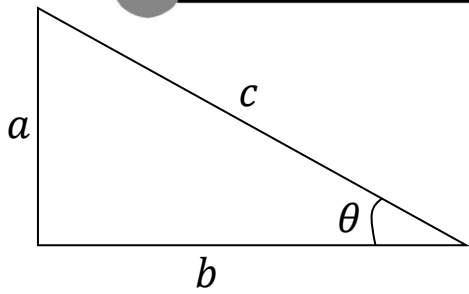
$\frac{180}{\pi}$ (۴)

$\frac{90}{\pi}$ (۳)

۱(۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

پاسخ: ( )



$$\sin \theta = \frac{a}{c}$$

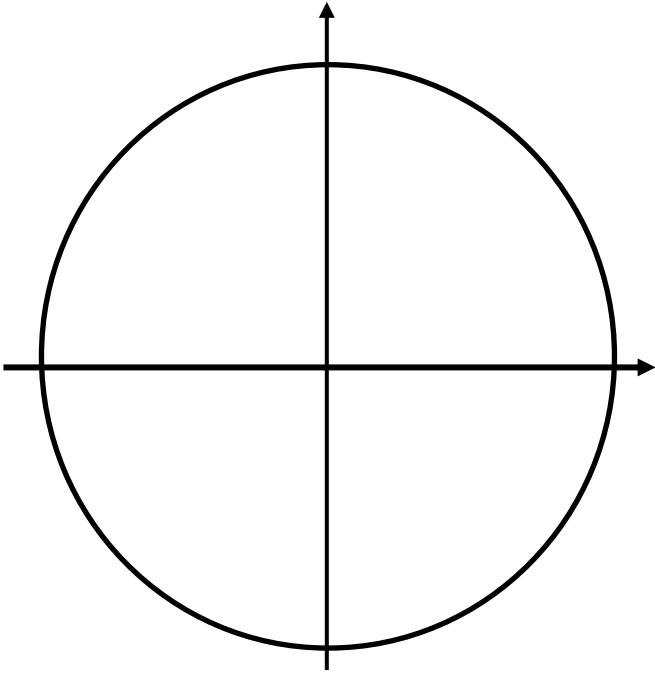
$$\cos \theta = \frac{b}{c}$$

$$\tan \theta = \frac{a}{b}$$

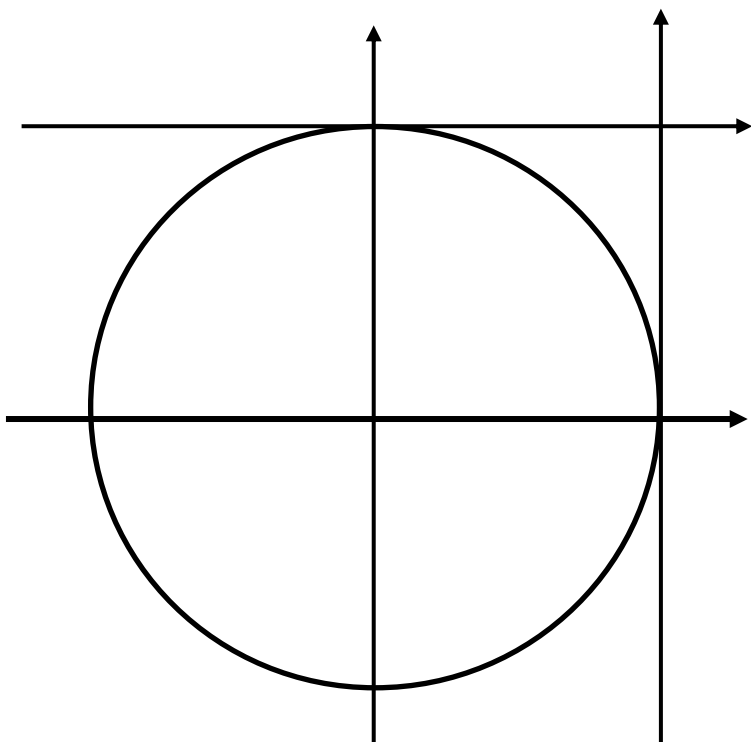
$$\cot \theta = \frac{b}{a}$$

تعریف نسبت های مثلثاتی

تعریف سینوس و کوسینوس

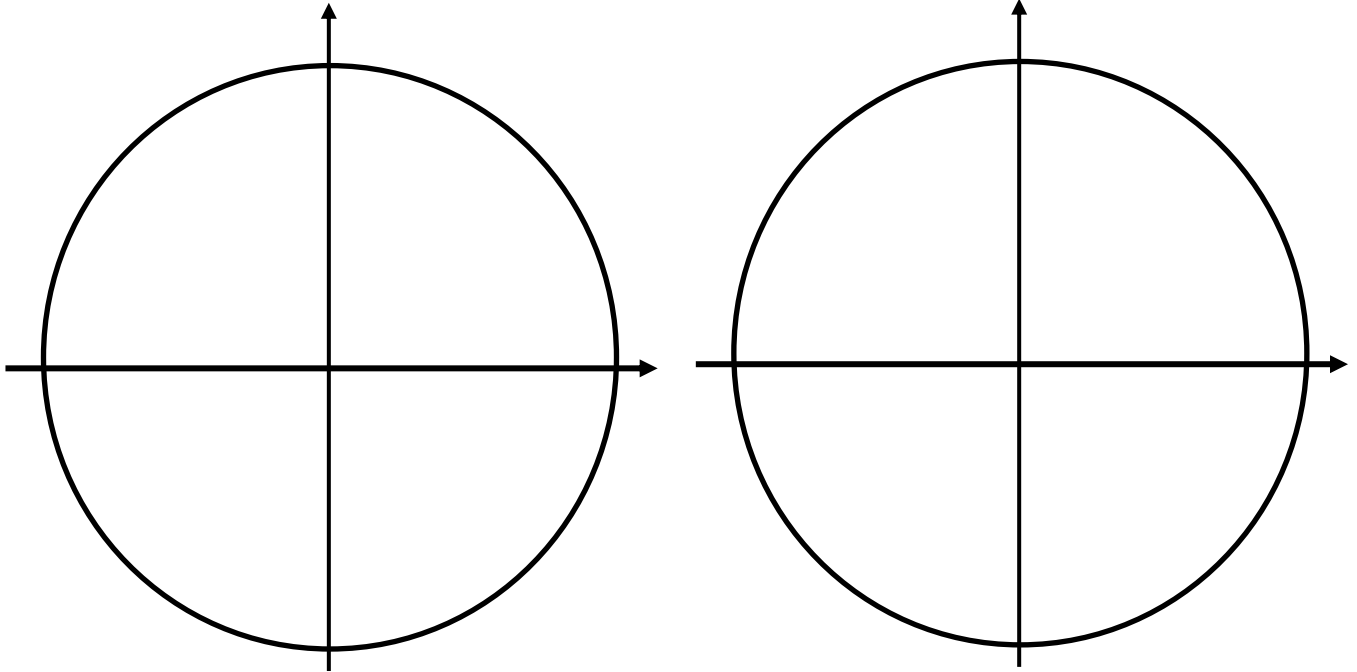


تعریف تانژانت و کوتانژانت

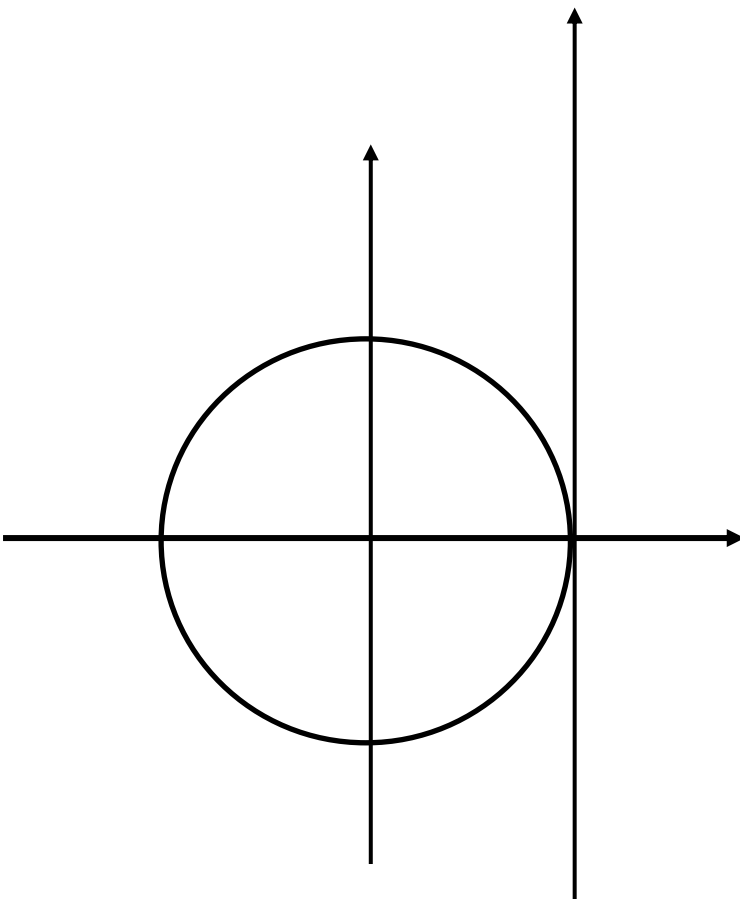


برای پیدا کردن سینوس و کوسینوس بر روی محور های آنها تصویر می کنیم و برای پیدا تانژانت و کوتانژانت زاویه را امتداد می دهیم، جایی که محور های آنها را قطع کند نشان می دهد.

۲۹- سینوس و کوسینوس زاویه های زیر را مقایسه کنید.

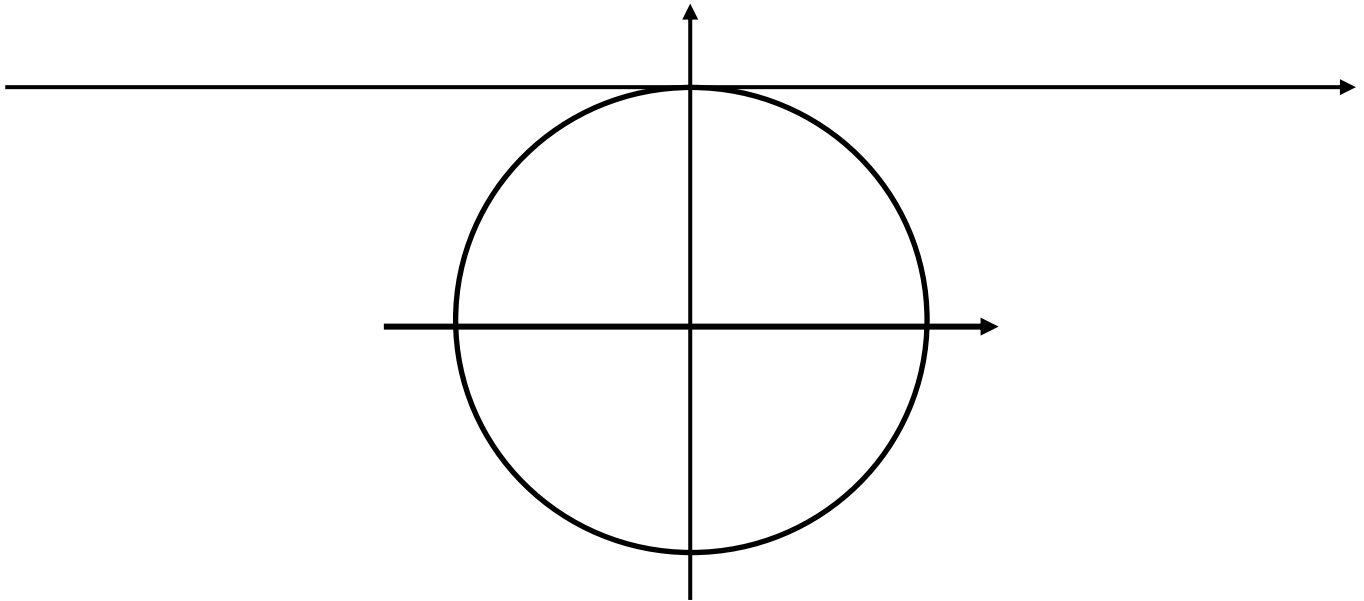


۳۰- تانژانت زاویه های زیر را مقایسه کنید.





۳۱- کوتانژانت زاویه های زیر را مقایسه کنید.



۳۲- کدام یک از اعداد زیر بزرگتر است؟

$\sin 4(4)$

$\sin 3(3)$

$\sin 2(2)$

$\sin 1(1)$

پاسخ: ( )

۳۳- کدام یک از اعداد زیر بزرگتر است؟

$\cos 4(4)$

$\cos 3(3)$

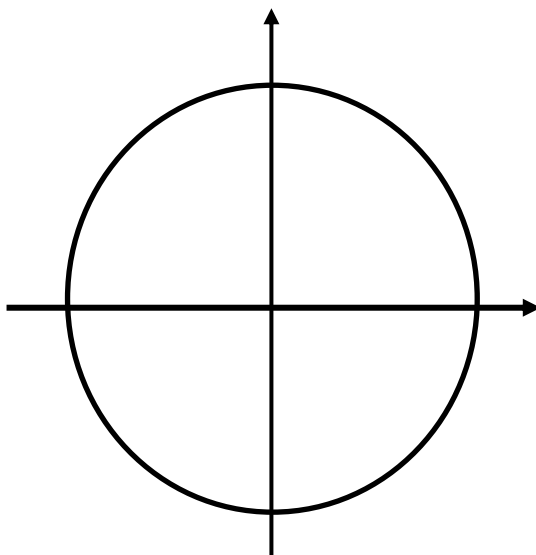
$\cos 2(2)$

$\cos 1(1)$

پاسخ: ( )



علامت نسبت



۳۴- در چه ناحیه هایی  $\sin \theta > 0$  است؟

۳۵- در چه ناحیه هایی  $\sin \theta \cos \theta > 0$  است؟

۳۶- علامت عبارتهای زیر را بیابید.

$\sin 4 - \cos 4$  (۴)     $\cot 4 - \tan 4$  (۳)     $\sin 2 - \cos 2$  (۲)     $\sin 2 \cos 2$  (۱)

پاسخ: ( )



۳۷- در چه ناحیه هایی  $\cos \theta > \sin \theta$  است؟

پاسخ: ( )

۳۸- در چه ناحیه هایی  $\sin \theta + \cos \theta < 0$  است؟

پاسخ: ( )

۳۹- برای چه زاویه هایی رابطه  $\sin \theta + \cos \theta = 1$  برقرار است؟

پاسخ: ( )

۴۰- (سوال سخت) اگر معادله  $\sin x + \cos x = a$  در بازه  $[0, 2\pi)$  یک جواب داشته باشد حدود  $a$

کدام است؟

پاسخ: ( )





۴۱- در چه ناحیه هایی  $\sin \theta > \tan \theta$  است؟

پاسخ: ( )

۴۲- اگر زاویه ای در ربع دوم باشد و  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$  نسبت های دیگر مثلثاتی این زاویه را بیابید.

پاسخ: ( )

۴۳- اگر زاویه ای در ربع سوم باشد و  $\cos \alpha = \frac{-12}{13}$  نسبت های دیگر مثلثاتی این زاویه را بیابید.

پاسخ: ( )

۴۴- اگر  $\tan \theta \sin \theta < 0$  و  $\cot \theta \cos \theta > 0$  در کدام ناحیه ی مثلثاتی قرار دارد؟

(۴) چهارم

(۳) سوم

(۲) دوم

(۱) اول

پاسخ: ( )



۴۵- اگر  $\tan \alpha + \sin \alpha < 0$  و  $\sin \alpha \tan \alpha > 0$  ، آنگاه انتهای کمان  $\alpha$  در کدام ناحیه ی

مثلثاتی قرار دارد؟

(۴) چهارم

(۳) سوم

(۲) دوم

(۱) اول

پاسخ: ( )

۴۶- کدام یک از اعداد زیر بزرگتر است؟

$\cos 8$  (۴)

$\cos 6$  (۳)

$\cos 4$  (۲)

$\cos 2$  (۱)

پاسخ: ( )

۴۷- اگر  $x = 283^\circ$  آنگاه کدام گزینه درست است؟

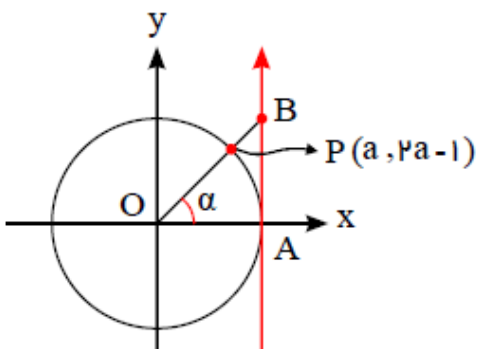
$\cos x < \tan x$  (۴)

$\tan^2 x < \sin^2 x$  (۳)

$\tan x < \sin x$  (۲)

$\cos x < \sin x$  (۱)

پاسخ: ( )



۴۸- با توجه به دایره مثلثاتی زیر، مساحت مثلث  $AOB$  چقدر است؟

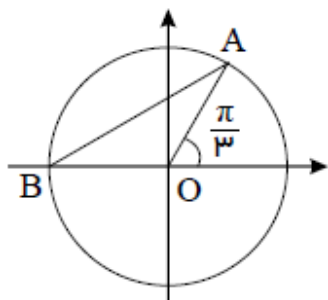
$\frac{2}{4}$  (۲)

$\frac{2}{3}$  (۱)

$\frac{1}{2}$  (۴)

$\frac{3}{8}$  (۳)

پاسخ: ( )



۴۹- اگر  $A$  نقطه متناظر با زاویه  $\frac{\pi}{3}$  روی دایره مثلثاتی باشد، نسبت طول

کمان  $AB$  به طول پاره خط  $AB$  کدام است؟

$\frac{\sqrt{3}}{9}\pi$  (۴)

$\frac{2\sqrt{3}}{9}\pi$  (۳)

$\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi$  (۲)

$\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$  (۱)

پاسخ: ( )

۵۰- نقطه  $A(0, 1)$  روی دایره  $\pi$  مثلثاتی به اندازه  $\frac{13\pi}{4}$  رادیان در خلاف جهت حرکت عقربه

های ساعت دوران می کند تا به نقطه  $A'$  برسد. مجموع طول و عرض نقطه  $A'$  کدام است؟

$2\sqrt{2}$  (۴)

$-\sqrt{2}$  (۳)

$\sqrt{2}$  (۲)

صفر (۱)

پاسخ: ( )

۵۱- نقطه  $A(-\sqrt{3}, 1)$  روی دایره به شعاع ۲ واحد قرار گرفته است. نقطه  $A$  کمانی به طول

$\pi$  را روی دایره در جهت مثلثاتی طی می کند تا به نقطه  $B$  برسد، مختصات نقطه  $B$  کدام است؟

$(\sqrt{3}, -1)$  (۴)

$(2, 0)$  (۳)

$(\sqrt{3}, 1)$  (۲)

$(-1, -\sqrt{3})$  (۱)

پاسخ: ( )



۵۲- برای  $-\frac{\pi}{18} < \frac{x-\pi}{3} < \frac{\pi}{24}$  داریم:  $\cos 2x = 2m - 1$ ، آنگاه حدود تغییرات  $m$  در کدام

فاصله است؟

(۴)  $(0, 1]$

(۳)  $(\frac{3}{4}, \frac{\sqrt{2}+2}{4})$

(۲)  $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}]$

(۱)  $(\frac{3}{2}, 1]$

پاسخ: ( )

۵۳- اگر  $-\frac{\pi}{15} < x < \frac{\pi}{20}$  و  $\cos^2 \Delta x = m - 1$  حدود تغییرات  $m$  در کدام فاصله است؟

(۴)  $[\frac{3}{2}, 2]$

(۳)  $[1, \frac{5}{4}]$

(۲)  $[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$

(۱)  $[\frac{5}{4}, 2]$

پاسخ: ( )

۵۴- اگر  $-\frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{6}$  و  $\sin x = \frac{m+1}{2m}$  حدود تغییرات  $m$  در کدام فاصله است؟

(۴)  $m < -\frac{1}{2}$

(۳)  $m < -2$

(۲)  $m < \frac{1}{2}$

(۱)  $m < 2$

پاسخ: ( )



۵۵- برد تابع  $y = 3 \sin x + 1$  را بیابید.

پاسخ: ( )

۵۶- برد تابع  $y = -4 \cos 5x + 6$  را بیابید.

پاسخ: ( )

۵۷- برد تابع  $y = \sin^2 x - \sin x$  را بیابید.

پاسخ: ( )

۵۸- برد تابع  $y = \cos^2 x - 4 \cos x + 1$  را بیابید.

پاسخ: ( )

۵۹- برد تابع  $y = 2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1$  را بیابید.

پاسخ: ( )



۶۰- برد تابع  $y = 2 \cos x - \sqrt{\cos x}$  را بیابید.

پاسخ: ( )

۶۱- برد تابع  $y = 3 \sin^2 x + \cos x$  را بیابید.

پاسخ: ( )

۶۲- برد تابع  $y = \frac{2 \sin x + 1}{\sin x - 2}$  را بیابید.

پاسخ: ( )

۶۳- برد تابع  $y = \frac{2 \sin x + 1}{2 \sin x - 1}$  را بیابید.

پاسخ: ( )



۶۴- برد تابع  $y = \frac{2 \cos x - 1}{\cos x}$  را بیابید.

پاسخ: ( )

۶۵- برای چه زاویه هایی  $\cot x > \tan x$  برقرار است؟

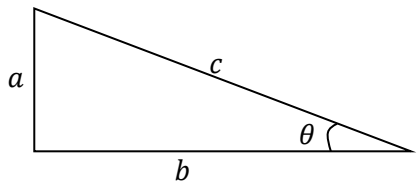
پاسخ: ( )

۶۶- (سوال سنگین) در مجموعه  $\{\sin 1, \sin 2, \sin 3, \sin 4, \dots\}$  بزرگترین عدد کدام است؟

پاسخ: ( )



اتحاد های مثلثاتی دهم



$$\sin \theta = \frac{a}{c}$$

$$\cos \theta = \frac{b}{c}$$

$$\tan \theta = \frac{a}{b}$$

$$\cot \theta = \frac{b}{a}$$

$$۱) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = ۱$$

$$۲) \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \quad \tan \alpha \cot \alpha = ۱$$

$$۳) ۱ + \tan^2 \alpha = \quad ۱ + \cot^2 \alpha =$$

$$۴) (\sin \alpha \pm \cos \alpha)^2 =$$





$$۵) \sin^{\circ} \alpha + \cos^{\circ} \alpha =$$

$$۶) \sin^{\circ} \alpha + \cos^{\circ} \alpha =$$

-۶۷ اگر  $\frac{3 \sin \theta + \cos \theta}{2 \cos \theta - \sin \theta} = 3$  باشد  $\tan \theta$  را بیابید.

پاسخ: ( )

-۶۸ حاصل  $\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} - \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta}$  کدام است؟

پاسخ: ( )



۶۹- اگر  $\sin \theta \cos \theta = \frac{1}{5}$  باشد حاصل عبارتهای زیر را بیابید. ( $\theta$  ناحیه اول)

۱)  $\sin \theta + \cos \theta$

---



---



---

۲)  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta$

---

۳)  $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$

---



---



---

۴)  $\sin^4 \theta + \cos^4 \theta$

---



---



---

۷۰- اگر  $3 \sin \theta + \cos \theta = 1$  باشد  $\sin \theta$  کدام است؟

پاسخ: ( )

---



---



---



---

۷۱- اگر  $\sin x - \cos x = \frac{\sqrt{3}}{3}$  آنگاه حاصل  $\sin x \cos x$  کدام است؟

$$\frac{3}{8}(4)$$

$$\frac{1}{4}(3)$$

$$\frac{2}{3}(2)$$

$$\frac{1}{3}(1)$$

پاسخ: ( )

۷۲- اگر زاویه ای در ناحیه سوم دایره مثلثاتی، حاصل  $A = \sqrt{\frac{1+\tan^2 x}{\tan^2 x}} \times \sin x$  کدام است؟

$$1(4)$$

$$-1(3)$$

$$\tan x(2)$$

$$\sin^2 x(1)$$

پاسخ: ( )

۷۳- اگر  $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{5}$  باشد، حاصل  $\tan \theta + \cot \theta$  کدام است؟

$$-\frac{25}{12}(4)$$

$$\frac{25}{12}(3)$$

$$-\frac{12}{25}(2)$$

$$\frac{12}{25}(1)$$

پاسخ: ( )



۷۴- اگر  $\cot \theta = \frac{1}{3}$  باشد، حاصل  $\frac{\sin^2 \theta - \cos^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta} - \frac{\cos \theta}{\sin \theta - \cos \theta}$  کدام است؟

$\frac{13}{6}$  (۴)

$\frac{9}{5}$  (۳)

$\frac{10}{17}$  (۲)

$\frac{7}{11}$  (۱)

پاسخ: ( )

۷۵- اگر  $3 = 2 \sin^2 x - 3 \sin x \cos x + 7 \cos^2 x$  باشد، آنگاه مجموع مقادیر ممکن برای

$\tan x$  کدام است؟

۳ (۴)

۱ (۳)

-۳ (۲)

-۱ (۱)

پاسخ: ( )

۷۶- (سراسری ۹۸ تجربی) اگر  $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$  باشد، حاصل  $\sqrt{1 + \tan^2 x} (2 \sin^2 \frac{\pi}{4} - \sin^2 x)$

کدام است؟

$-\cos x$  (۴)

$-\sin x$  (۳)

$\cos x$  (۲)

$\sin x$  (۱)

پاسخ: ( )

۷۷- (سراسری ۹۸) اگر  $۹۰ < x < ۱۸۰$  باشد، حاصل  $\frac{\tan x}{\sqrt{1+\tan^2 x}} \left( \frac{1}{\sin x} - \sin x \right)$  کدام است؟

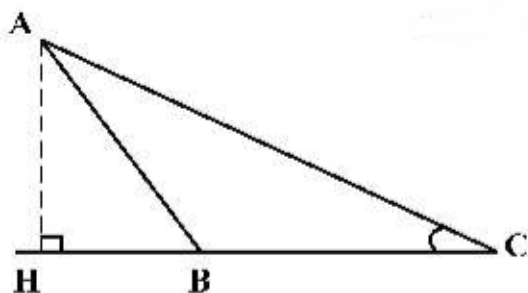
۴)  $\cos x$

۳)  $\cos^2 x$

۲)  $-\cos x$

۱)  $-\cos^2 x$

پاسخ: ( )



۷۸- (سراسری ۹۹) در کل زیر فرض کنید  $\sin C =$

$CH = ۹$  و  $\frac{5}{13}$  اندازه ارتفاع  $AH$  کدام است؟

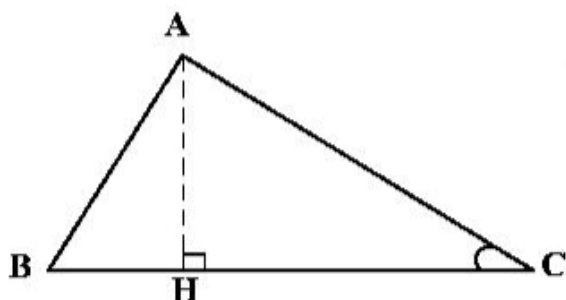
۲)  $\frac{3}{5}$

۱)  $\frac{3}{25}$

۴)  $\frac{3}{75}$

۳)  $\frac{3}{6}$

پاسخ: ( )



۷۹- (سراسری ۹۹) در کل زیر  $\cot C = \frac{\sqrt{5}}{2}$  و

$AC = ۹۶$  اندازه ارتفاع  $AH$  کدام است؟

۲) ۵۶

۱) ۴۸

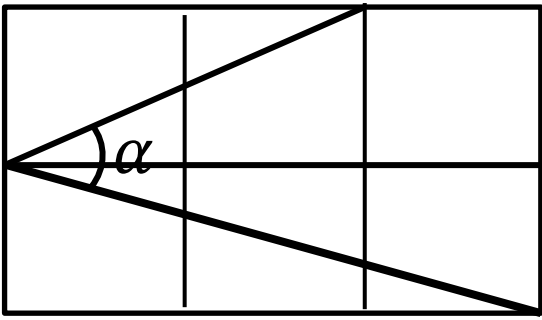
۴) ۷۲

۳) ۶۴

پاسخ: ( )



۸۰- اندازه زاویه  $\alpha$  را بیابید.

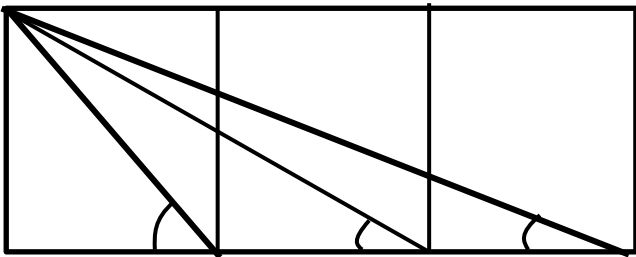


پاسخ: ( )

۸۱- (سوال سخت) برد توابع  $y = \cos(\sin x)$  و  $y = \sin x + \cos x$  را بیابید.

پاسخ: ( )

۸۲- (سوال سخت) مجموع  $\alpha + \beta + \gamma$  را بیابید.

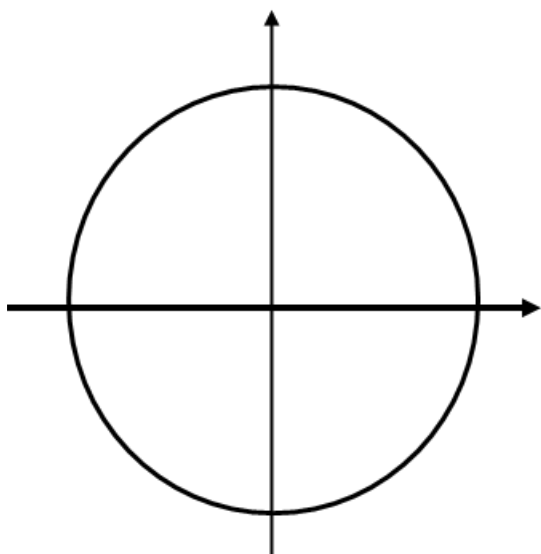


پاسخ: ( )



تبدیل مثلثاتی : مجموع زوایای اصلی با زوایای دیگر

زاویه های اصلی



مثال:

$$\frac{43\pi}{2}$$

$$\frac{9\pi}{2}$$

$$\frac{25\pi}{4}$$

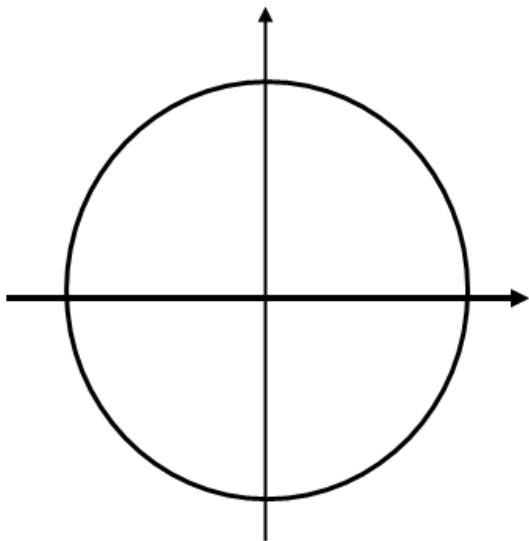
$$\frac{17\pi}{3}$$



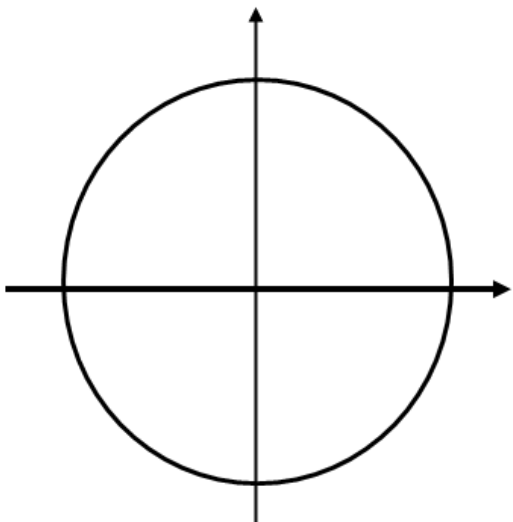
$$\frac{۱۲۳\pi}{۴}$$

$$\frac{۲۲\pi}{۳}$$

زاویه ی  $-\alpha$



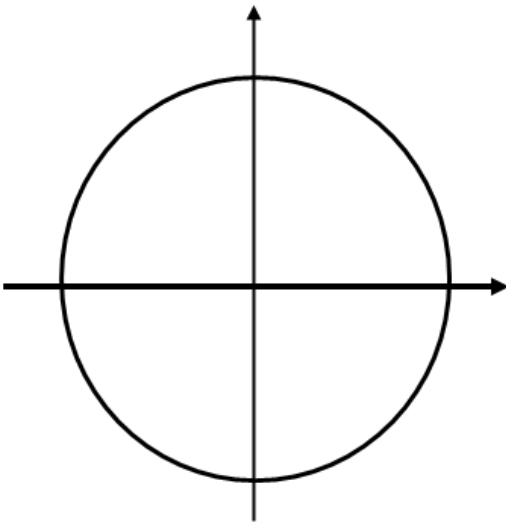
زاویه ی  $\pi - \alpha$





- زوایه های اصلی در دایره مثلثاتی:  $\frac{\pi}{2}$ ،  $\pi$ ،  $\frac{3\pi}{2}$  و  $2\pi$
- اگر هر زاویه ای به زاویه های اصلی اضافه شود می توانیم به کمک روش زیر زاویه اصلی را حذف کنیم و با خود آن زاویه کار کنیم.
- نوع اول. زاویه اصلی دارای یک مخرج باشد  
زاویه اصلی را حذف می کنیم، همان نسبت مثلثاتی را برای در نظر می گیریم، سپس برای تشخیص علامت، مشخص می کنیم زاویه ی داخل کمان در چه ناحیه ی مثلثاتی قرار دارد، علامت آن را در پشت نسبت مثلثاتی اضافه می کنیم.
- نوع دوم. زاویه اصلی دارای دو مخرج باشد  
زاویه اصلی را حذف می کنیم، نسبت مثلثاتی را برعکس می کنیم (یعنی سینوس بود به کوسینوس و تانژانت به کوتانژانت تبدیل می شود)، سپس برای تشخیص علامت، مشخص می کنیم زاویه ی داخل کمان در چه ناحیه ی مثلثاتی قرار دارد، علامت آن را در پشت تابع اضافه می کنیم.

زاویه ی  $\frac{\pi}{2} - \alpha$



• مثال:

$$\sin(\pi + \alpha) =$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) =$$

$$\cos(\pi - \alpha) =$$



$$\tan\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) =$$

$$\cos\left(-\frac{\pi}{2} + \alpha\right) =$$

$$\tan(\pi + \alpha) =$$

$$\sin\left(-\frac{\pi}{2} - \alpha\right) =$$

$$\tan(\alpha - \pi) =$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) =$$

$$\cos\left(\frac{11\pi}{6}\right) =$$

$$\tan\left(\frac{11\pi}{3}\right) =$$

$$\sin\left(\frac{15\pi}{4}\right) =$$

$$\cot 150^\circ =$$

$$\sin\left(\frac{137\pi}{4}\right) =$$

$$\tan\left(\frac{233\pi}{3}\right) =$$



مثال: زاویه های زیر را بر حسب زاویه ۱۵ درجه بنویسید.

$$\cos(105^\circ) =$$

$$\sin(255^\circ) =$$

$$\tan(555^\circ) =$$

$$\cos(1275^\circ) =$$

۸۳- اگر  $\alpha$  در ناحیه دوم باشد و  $\sin \alpha = \frac{5}{13}$  باشد، حاصل  $\tan\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$  کدام است؟

---

---

---

---

---

---

۸۴- اگر  $\alpha$  در ناحیه سوم باشد و  $\tan \alpha = \frac{3}{4}$  باشد، حاصل  $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$  کدام است؟

---

---

---

---

---

---



۸۵- حاصل عبارت  $3 \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - 4 \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$  برابر  $\cos \alpha$  است؟

(۱) ۴      (۲) -۴      (۳) ۲      (۴) -۲

پاسخ: ( )

۸۶- اگر  $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$  و انتهای کمان  $\alpha$  در ناحیه ی چهارم دایره ی مثلثاتی باشد، مقدار  $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$  کدام است؟

(۱)  $-\frac{1}{3}$       (۲)  $\frac{1}{3}$       (۳)  $\frac{\sqrt{2}}{3}$       (۴)  $-\frac{\sqrt{2}}{3}$

پاسخ: ( )

۸۷- (سراسری ۹۸ تجربی) اگر  $\tan \alpha = \frac{4}{3}$  و انتهای کمان  $\alpha$  در ربع سوم باشد، حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\sin\left(\frac{9\pi}{2} + \alpha\right) \cos\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) - \tan\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)$$

(۱)  $-1/23$       (۲)  $-0/52$       (۳)  $0/27$       (۴)  $0/48$

پاسخ: ( )



۸۸- (سراسری ۹۸ ریاضی) حاصل عبارت  $\tan \frac{11\pi}{4} + \sin \frac{15\pi}{4} \cos \frac{13\pi}{4}$  کدام است؟

$\frac{1}{2}$  (۴)

$\frac{3}{2}$  (۳)

$-\frac{1}{2}$  (۲)

$-\frac{3}{2}$  (۱)

پاسخ: ( )

۸۹- حاصل عبارت  $\frac{\cos 285 - \sin 255}{\sin 525 - \sin 105}$  با فرض  $\tan 15 = 0.28$  کدام است؟

$\frac{16}{9}$  (۴)

$\frac{9}{16}$  (۳)

$-\frac{9}{16}$  (۲)

$-\frac{16}{9}$  (۱)

پاسخ: ( )

۹۰- اگر زاویه  $\alpha$  در ربع اول دایره مثلثاتی و  $\frac{\sin(\alpha + \frac{2\pi}{3}) + 2 \sin(\pi - \alpha)}{\cos(\frac{\pi}{3} + \alpha) + 2 \cos(2\pi + \alpha)} = 2$  باشد، مقدار  $\cos \alpha$  کدام است؟

$\frac{4}{\sqrt{13}}$  (۴)

$\frac{4}{\sqrt{65}}$  (۳)

$\frac{4}{17}$  (۲)

$\frac{4}{7}$  (۱)

پاسخ: ( )



۹۱- (سراسری ۹۹) حاصل عبارت  $\tan(30^\circ) \cos(210^\circ) + \tan(48^\circ) \sin(84^\circ)$  کدام است؟ ( اعداد

داده شده بر حسب درجه هستند.)

۲(۴)

۱(۳)

۲(صفر)

۱(۱)  $-\frac{1}{2}$

پاسخ: ( )

۹۲- (سراسری ۹۹) حاصل عبارت  $\tan(285^\circ) \tan(-165^\circ) - \sin(1095^\circ) \cos(255^\circ)$  کدام است؟ ( اعداد

داده شده بر حسب درجه هستند.)

۴(۱۵)  $-\cos^2$

۳(۱۵)  $-\sin^2$

۲(۱۵)  $\cos^2$

۱(۱۵)  $\sin^2$

پاسخ: ( )

۹۳- (سراسری ۱۴۰۰) اگر زاویه  $\alpha$  در ناحیه چهارم مثلثاتی و  $\cos(\alpha) = \frac{2}{3}$  باشد، مقدار

کدام است؟  $\frac{\sin(\alpha + \frac{\pi}{2}) - \sin(\alpha - \pi)}{|\tan^2(\alpha) - 1|}$

۴(۲+√۵)  $-\frac{4}{3}$

۳(۲-√۵)  $\frac{4}{3}$

۲(۲+√۵)  $\frac{4(-2+\sqrt{5})}{3}$

۱(۲+√۵)  $\frac{4}{3}$

پاسخ: ( )



۹۴- حاصل عددی  $\cos \frac{\pi}{9} + \cos \frac{2\pi}{9} + \cos \frac{3\pi}{9} + \dots + \cos \frac{8\pi}{9}$  کدام است؟

(۱) ۱      (۲)  $\frac{1}{2}$       (۳) صفر      (۴)  $-\frac{1}{2}$

پاسخ: ( )

۹۵- اگر  $\sin(20^\circ + \alpha) = \frac{2}{5}$  حاصل  $\cos(\alpha - 70^\circ)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{2}{5}$       (۲)  $\frac{4}{5}$       (۳)  $-\frac{4}{5}$       (۴)  $-\frac{3}{5}$

پاسخ: ( )

۹۶-  $\sin(\frac{\pi}{4} + x)$  با کدام یک از گزینه های زیر برابر است؟

(۱)  $\sin(\frac{\pi}{4} - x)$       (۲)  $\sin(x - \frac{\pi}{4})$       (۳)  $\cos(x + \frac{\pi}{4})$       (۴)  $\cos(\frac{\pi}{4} - x)$

پاسخ: ( )

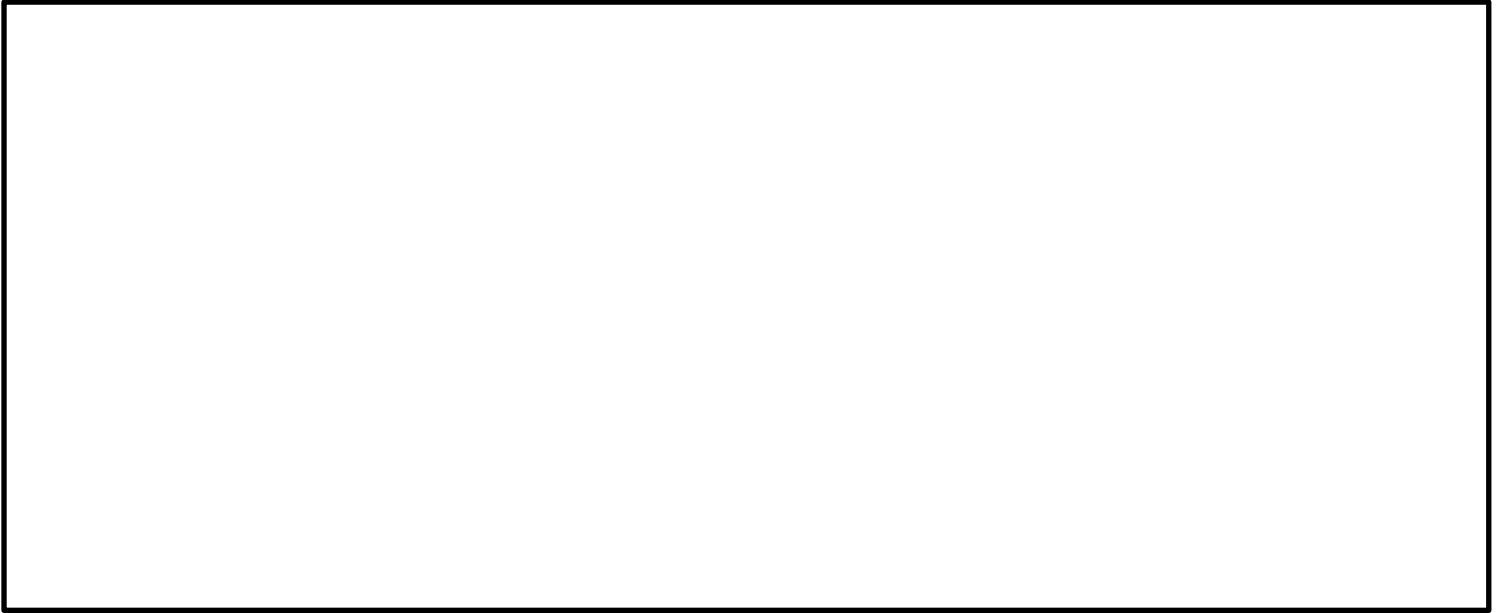
۹۷-  $\sin \frac{\pi}{9} = a$  باشد  $\sin \frac{7\pi}{18} = a$  را بیابید.

پاسخ: ( )

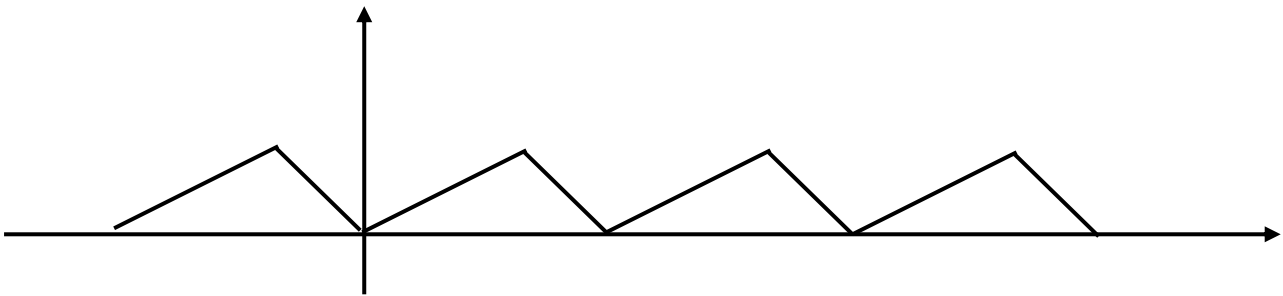


رسم توابع مثلثاتی و دوره تناوب

۹۸- تابع  $y = \sin x$  را رسم کنید.

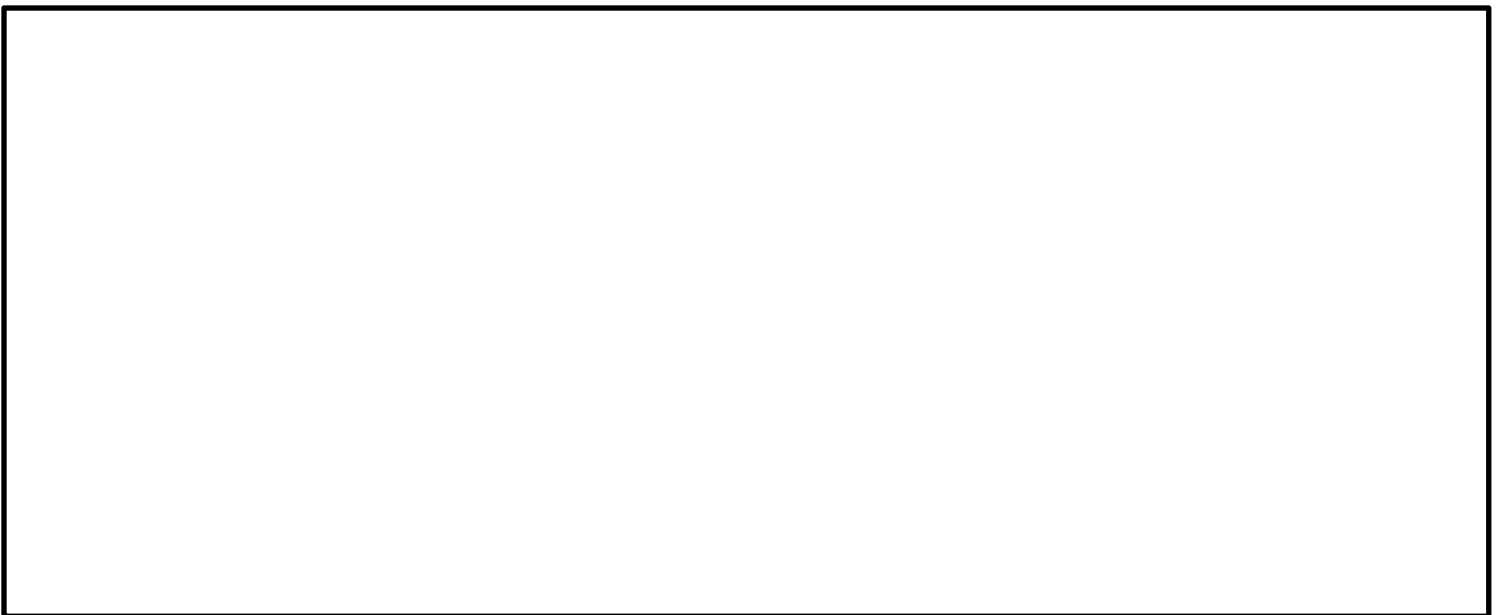


تابع متناوب تابعی است که بخشی از نمودار به طور افقی تکرار شود.



دوره تناوب: طول بخشی است که تکرار می شود و  $T > 0$  است.

۹۹- تابع  $y = \cos x$  را رسم کنید.







۱۰۰- تابع  $y = \sin 2x$  و  $y = \sin \frac{x}{2}$  را رسم کنید.



۱۰۱- تابع  $y = 2 \sin x$  و  $y = \frac{1}{2} \sin x$  را رسم کنید.





۱۰۲- تابع  $y = \sin(-x)$  و  $y = -\sin x$  را رسم کنید.

۱۰۳- تابع  $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$  را رسم کنید.

۱۰۴- تابع  $y = \cos 2x - 1$  را رسم کنید.

۱۰۵- تابع  $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$  را رسم کنید.



۱۰۶- دوره تناوب توابع زیر را بیابید.

۱)  $y = 3 \cos 4x$

۲)  $y = -3 \cos \pi x + 1$

۳)  $y = \sqrt{2} \sin \frac{x}{2} - 1$

۱۰۷- دوره تناوب، ماکسیمم و مینیمم توابع زیر را بیابید.

۱)  $y = 3 \cos 4x + 5$

۲)  $y = \sqrt{5} \cos \pi x - 1$

۳)  $y = -4 \sin 3x + 3$



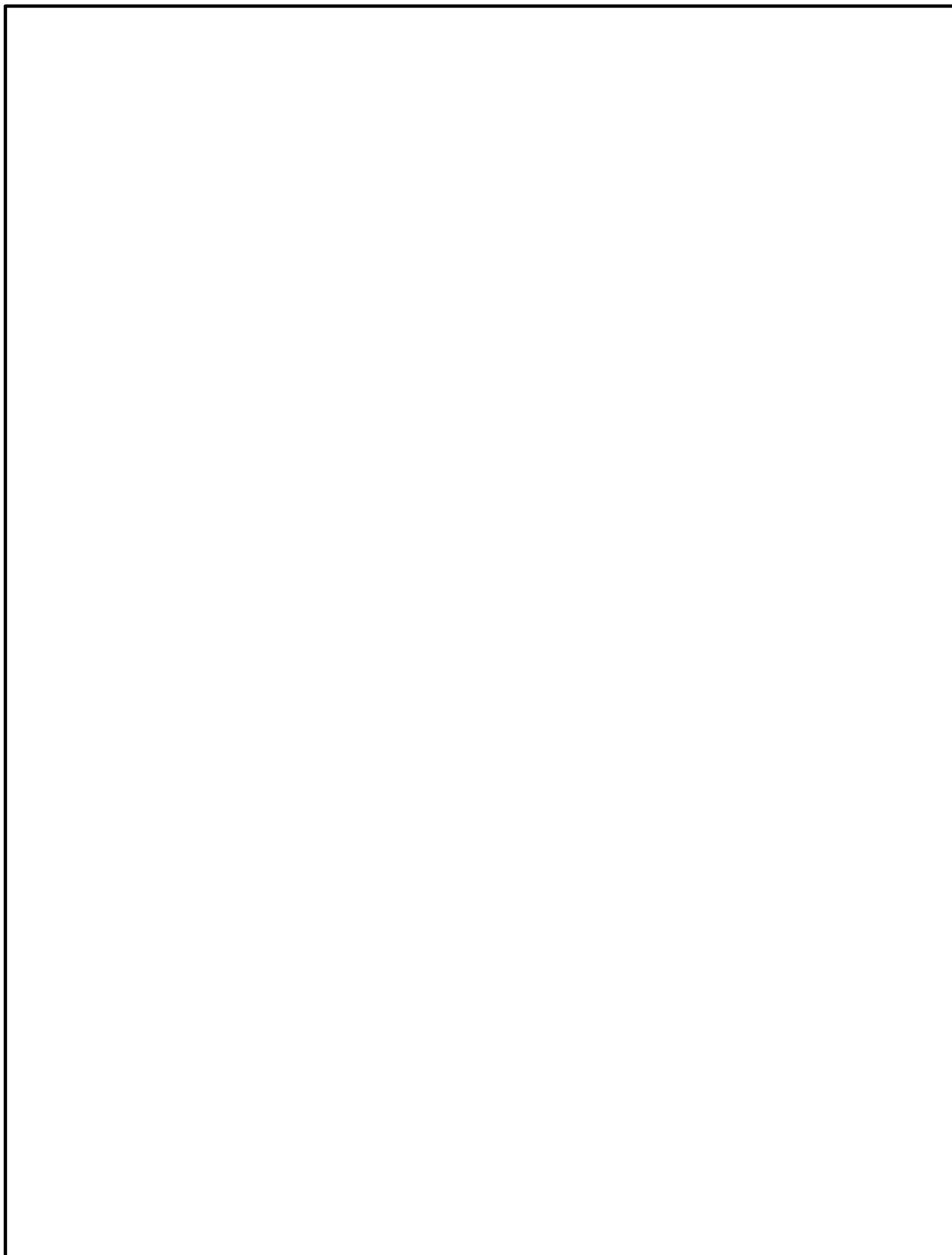
توجه: پیدا کردن ماکسیمم و مینیمم توابع سینوسی و کوسینوسی

$$۴) y = -\sqrt{2} \sin \frac{x}{\sqrt{2}} - \pi$$

دوره تناوب و ماکسیمم و مینیمم نمودار های زیر را بیابید. -۱۰۸



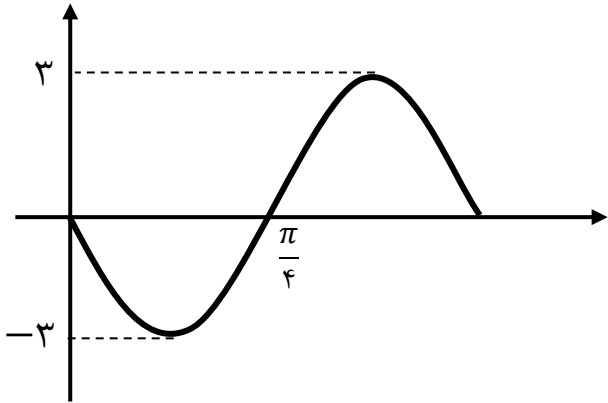
طریقه پیدا کردن معادله سینوس و کوسینوس از روی نمودار



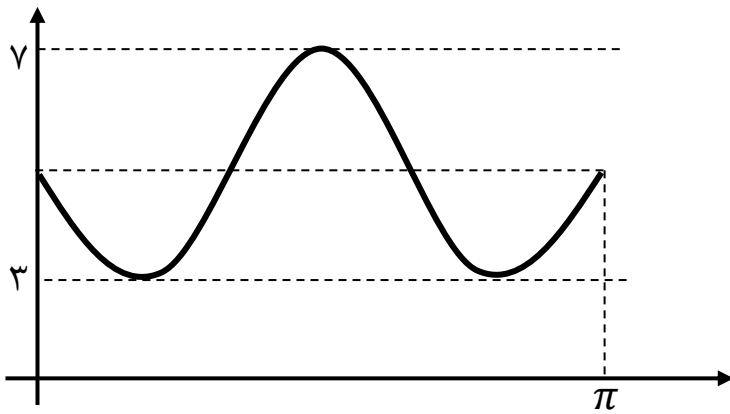


مثال: معادله نمودارهای زیر را بیابید.

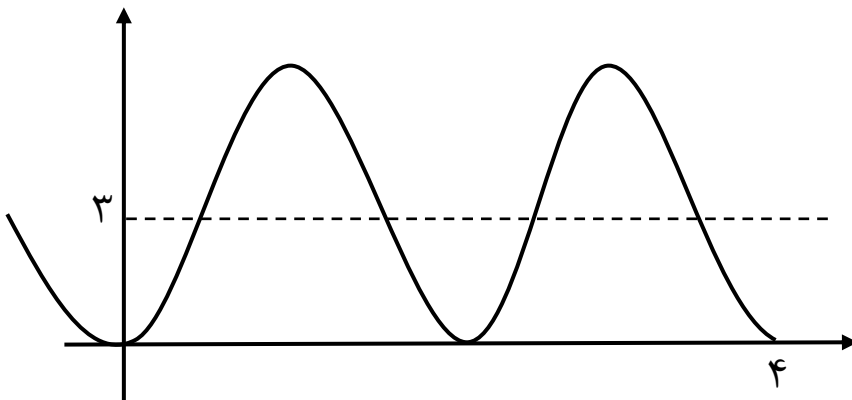
(الف)

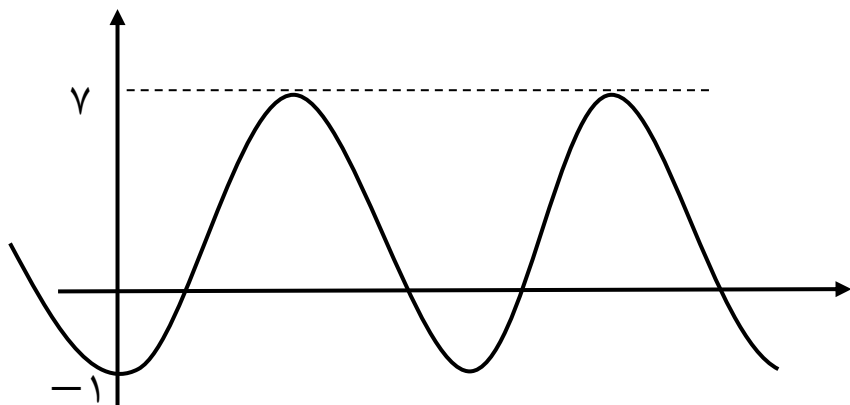


(ب)



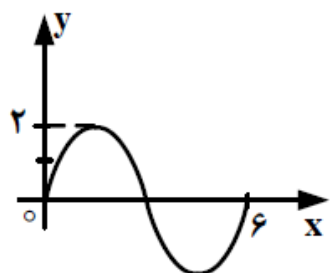
(ج)





۱۰۹- (سراسری ۹۳) شکل روبرو قسمتی از نمودار تابع  $y = a \sin(b\pi x)$

است.  $a + b$  کدام است؟



$\frac{8}{3}$  (۴)

$\frac{7}{3}$  (۳)

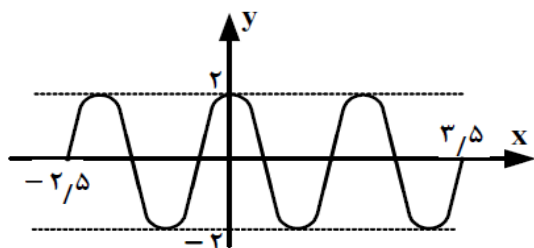
$\frac{5}{3}$  (۲)

$\frac{4}{3}$  (۱)

پاسخ: ( )

۱۱۰- شکل روبرو قسمتی از تابع  $y =$

$a \sin \pi(\frac{1}{5} + bx)$  است.  $a, b$  کدام است؟



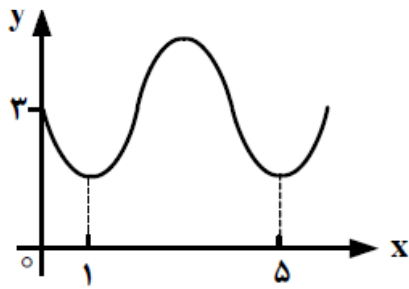
$2/5$  (۲)

۲ (۱)

$3/5$  (۴)

۳ (۳)

پاسخ: ( )



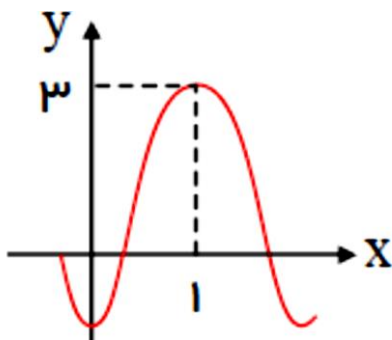
۱۱۱- (سراسری ۹۳) شکل روبرو قسمتی از نمودار تابع  $y = a + \sin(b\pi x)$

است. مقدار  $y$  در نقطه‌ی  $x = \frac{25}{3}$  کدام است؟

(۱) ۲ (۲)  $\frac{2}{5}$

(۳) ۳ (۴)  $\frac{3}{5}$

پاسخ: ( )



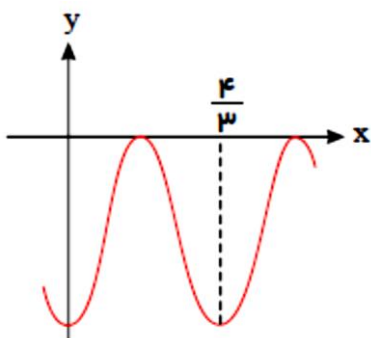
۱۱۲- اگر قسمتی از نمودار  $y = 1 + a \cos b\pi x$  به صورت مقابل

باشد،  $a$  کدام است؟

(۱) -۲ (۲) ۲

(۳) -۱ (۴) -۳

پاسخ: ( )



۱۱۳- شکل زیر قسمتی از نمودار  $y = -2 + a \cos \pi(1 + bx)$

است. در این صورت  $ab$  کدام می‌تواند باشد؟ ( $a > 0$ )

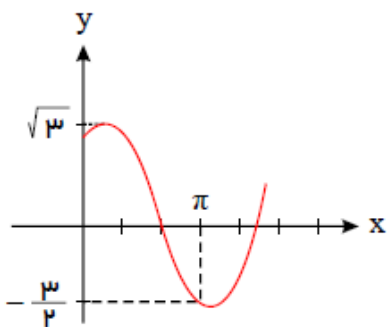
(۱)  $\frac{2}{3}$  (۲) ۳

(۳)  $\frac{5}{3}$  (۴) ۵

پاسخ: ( )



۱۱۴- ( سراسری ۹۸ ) شکل زیر قسمتی از نمودار  $y = a + b \sin(x + \frac{\pi}{3})$



در این صورت  $b$  کدام است؟

$\frac{2}{2}$ (۲)

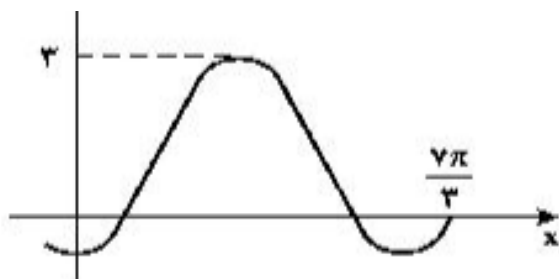
$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۱)

۲(۴)

$\sqrt{3}$ (۳)

پاسخ: ( )

۱۱۵- ( سراسری ۹۹ ) شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع



با ضابطه  $y = a + b \sin(\frac{\pi}{2} + x)$  مقدار  $b$

کدام است؟

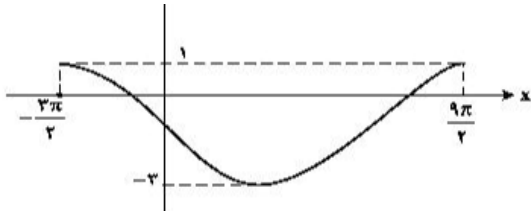
۱(۲)

۲(۱)

-۲(۴)

-۱(۳)

پاسخ: ( )



۱۱۶- (سراسری ۹۹) شکل زیر، نمودار تابع  $y = asin(bx) + c$  را در یک بازه تناوب نشان می دهد. نسبت

$\frac{a}{b}$  کدام است؟

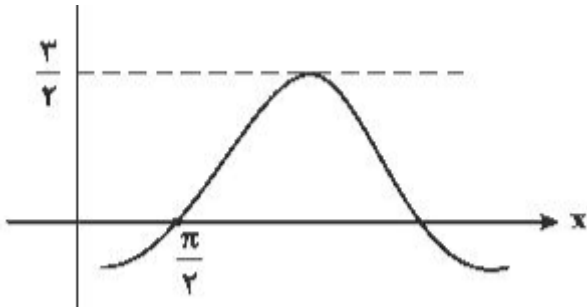
(۱) -۲

(۳) -۴

(۲) -۳

(۴) -۶

پاسخ: ( )



۱۱۷- (سراسری ۹۹) شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع

با ضابطه  $y = a + bsin(\frac{\pi}{3} + x)$  است. مقدار  $a$

کدام است؟

(۱) -۱

(۳) ۱/۲

(۲) -۱/۲

(۴) ۱

پاسخ: ( )



۱۱۸- تابعی متناوب  $f(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq 1 \\ 2 - x & 1 < x \leq 2 \end{cases}$  را که دوره ی تناوب آن ۲ است، در نظر بگیرید.

مساحت ناحیه محصور به منحنی  $f$  و محور  $x$  ها در بازه  $[-0.75, 3/25]$  کدام است؟

۴(۴)

۳/۵(۳)

۳(۲)

۲(۱)

پاسخ: ( )

۱۱۹- دوره تناوب توابع زیر را بیابید.

۱)  $y = x - [x]$

۲)  $y = 2x - [2x]$

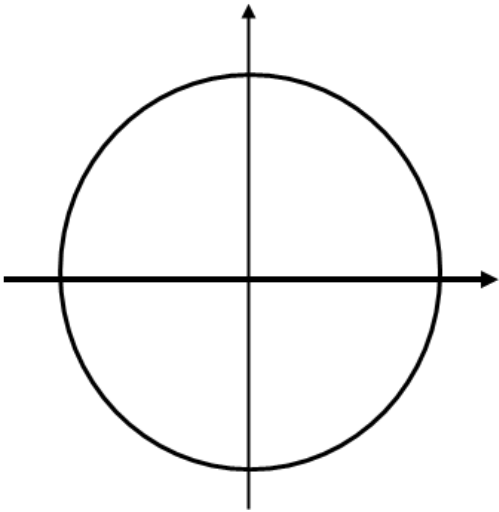
۳)  $y = [x] + [-x]$

۴)  $y = \left[ \frac{x}{3} \right] + \left[ -\frac{x}{3} \right]$

۵)  $y = \frac{\sin x}{\sin x}$



دسته جواب ها



در هر دایره مثلثاتی مجموعه جواب نقاط مشخص را تعیین کنید.

