





همراه داشتن جزوه در کلاس اجباری است





§۱ درس اول: معادله درجه دوم و روش های مختلف حل آن

- معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ به شرط آنکه $a \neq 0$ برای حل معادلات درجه ۲ کل عبارت باید یک طرف باشد.
- حالت اول: ضریب x برابر صفر باشد، یعنی $b = 0$

$$x^2 - 9 = 0 \rightarrow$$

$$x^2 + 9 = 0 \rightarrow$$

$$x^2 = 0 \rightarrow$$

$$(4x - 1)^2 = 0 \rightarrow$$

$$4x^2 - 9 = 0 \rightarrow$$

$$2x^2 + 11 = 0 \rightarrow$$

- حالت دوم: عدد ثابت نداشته باشد، یعنی $c = 0$

$$x^2 - 4x = 0 \rightarrow$$

$$3x^2 + 5x = 0 \rightarrow$$

$$\sqrt{2}x^2 + 4x = 0 \rightarrow$$



- حالت سوم: هیچکدام از ضرایب صفر نشود: مربع کامل ، جمله مشترک ، مزدوج ، ac

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \rightarrow$$

$$4x^2 - 4x + 1 = 0 \rightarrow$$

$$x^2 - x - 6 = 0 \rightarrow$$

$$x^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{3})x + \sqrt{6} = 0 \rightarrow$$

$$3x^2 - 4x + 1 = 0 \rightarrow$$

$$5x^2 + 7x + 2 = 0 \rightarrow$$



$$6x^2 - 5x + 1 = 0 \rightarrow$$

$$x(3x - 2) = 8 \rightarrow$$

$$(x + 1)(2x + 3) = 1 \cdot x \rightarrow$$

• حالت چهارم: حالت خاص

$$5x^2 - 3x - 2 = 0 \rightarrow$$

$$7x^2 - 9x + 2 = 0 \rightarrow$$

$$(\sqrt{2} - 1)x^2 - 2\sqrt{2}x + (\sqrt{2} + 1) = 0 \rightarrow$$



حالت خاص

$$2x^2 + 5x + 3 = 0 \rightarrow$$

$$7x^2 - 6x - 13 = 0 \rightarrow$$

$$5x^2 + 2x - 3 = 0 \rightarrow$$

$$ax^2 + (a + b)x + b = 0 \rightarrow$$

مثال: اگر یکی از ریشه های معادله $x^2 + ax + 3 = 0$ برابر ۱ باشد، ریشه دیگر را بیابید.

مثال: اگر یکی از ریشه های معادله $x^2 + ax + 6 = 0$ برابر ۲ باشد، ریشه دیگر را بیابید.



خلاصه در مورد حل معادله درجه ۲

۱- در مسابقات یک لیگ فوتبال ۴۵ بازی انجام شده است. اگر هر تیم با دیگر تیم های لیگ، تنها یک بازی انجام داده باشد، تعداد تیم ها کدام است؟

۱۰ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)

پاسخ: ()

۲- در یک لیگ که بازی ها به صورت رفت و برگشت انجام می گیرد، در کل ۳۰ بازی انجام شده است. چند تیم در این لیگ حضور دارند؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: ()



۶- اختلاف سنی دو برادر با یکدیگر ۷ سال است. اگر پنج سال دیگر حاصل ضرب سن آنها ۱۴۴ شود، سن کنونی برادر کوچک تر کدام است؟

۱۶ (۴)

۱۱ (۳)

۹ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: ()

۷- اگر مجموع مربعات دو عدد صحیح متوالی ۶۱ باشد، مجموع آن دو عدد کدام است؟

۱۳ یا ۱۳ (۴)

۱۱ یا ۱۱ (۳)

فقط ۱۱ - (۲)

فقط ۱۱ (۱)

پاسخ: ()

۸- کدام عدد مثبت است که وقتی یک سوم آن را با یک و همچنین یک چهارم آن را با یک جمع می کنیم و دو عدد حاصل را در هم ضرب می کنیم، حاصل برابر ۶ است؟

۱۶ (۴)

۱۱ (۳)

۵ (۲)

۱۲ (۱)

پاسخ: ()



۹- حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی از ۴ برابر عدد بزرگتر شش واحد بیش تر است. مجموع آن دو عدد کدام است؟

۱۱ (۴)

۷ (۳)

۹ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: ()

۱۰- چند مثلث قائم الزاویه وجود دارد که اضلاع آن سه عدد زوج متوالی باشند؟

۴) بیشمار

۲ (۳)

۱ (۲)

۱) صفر

پاسخ: ()

۱۱- مجموع جواب های معادله $۳k(۳k - ۱) = ۶k - ۲$ کدام است؟

-۲ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: ()



۱۲- اگر یکی از ریشه های معادله ی $(a - 1)x^2 - (a + 3)x + 4 = 0$ برابر ۲ باشد، ریشه دیگر آن کدام است؟

$$-\frac{3}{2}(4)$$

$$-1(3)$$

$$1(2)$$

$$\frac{1}{2}(1)$$

پاسخ: ()

۱۳- اگر $(x^2 - 5)^{20} + (x^2 - y^2 + 11)^{12} = 0$ باشد، مقدار y کدام گزینه می تواند باشد؟

$$\sqrt{6}(4)$$

$$-4(3)$$

$$-6(2)$$

$$\sqrt{5}(1)$$

پاسخ: ()

۱۴- اگر مجموع مربعات سه عدد متوالی مضرب ۳ برابر ۴۵ باشد، قدرمطلق مجموع این سه عدد کدام است؟

$$6(4)$$

$$27(3)$$

$$9(2)$$

$$18(1)$$

پاسخ: ()

۱۵- کف اتاقی به ابعاد 4×5 متر، یک قالی به مساحت ۱۲ متر مربع پهن شده است. اگر فاصله لبه های قالی تا دیوار یکسان باشد، این فاصله چقدر است؟

۴(۴)

۲ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: ()

۱۶- یک عکس به ابعاد ۱۰ در ۱۵ سانتی متر درون یک قاب با مساحت ۳۰۰ سانتی متر مربع قرار دارد. اگر فاصله همه لبه های عکس تا قاب برابر باشد، محیط این قاب عکس چقدر است؟

۱۲۰(۴)

۱۴۰ (۳)

۳۵ (۲)

۷۰ (۲)

پاسخ: ()



روش مربع کامل

$$x^2 - 4x + 2 = 0$$

مثال: معادله $x^2 - 6x + 1 = 0$ به روش مربع کامل حل کنید.

مثال: معادله $2x^2 - 3x - 2 = 0$ به روش مربع کامل حل کنید.



مثال: معادله $3x^2 - 4x + 1 = 0$ به روش مربع کامل حل کنید.

مثال: معادله $ax^2 + bx + c = 0$ به روش مربع کامل حل کنید.

۱۷- اگر در حل معادله $2x(4x - 3) = 13$ به روش مربع کامل، آن را به شکل $(x - a)^2 = b$ بازنویسی کنیم،

حاصل $\frac{b}{a^2}$ کدام است؟

$\frac{13}{9}$ (۴)

۱۴ (۳)

$\frac{113}{9}$ (۲)

۱۲ (۱)

پاسخ: ()



۱۸- در حل معادله $6x^2 + 13x - 5 = 0$ به روش مربع کامل، از چه عددی جذر گرفته می شود؟

$$\frac{169}{144} \text{ (۴)}$$

$$\frac{144}{169} \text{ (۳)}$$

$$\frac{289}{144} \text{ (۲)}$$

$$\frac{144}{289} \text{ (۱)}$$

پاسخ: ()

۱۹- برای حل معادله $2x^2 = 3x + 5$ از روش مربع کامل، بعد از یک شدن ضریب x^2 چه عددی باید به طرفین

معادله اضافه کنیم تا عبارت به مربع کامل تبدیل شود؟

$$\frac{9}{16} \text{ (۴)}$$

$$9 \text{ (۳)}$$

$$\frac{9}{4} \text{ (۲)}$$

$$\frac{3}{4} \text{ (۱)}$$

پاسخ: ()

۲۰- معادله درجه دوم $2x^2 - 8x - 1 = 0$ پس از مربع کامل کردن به صورت $a(x - x.)^2 + y$ در آمده

است. حاصل $x + y$ چقدر است؟

$$-7 \text{ (۴)}$$

$$11 \text{ (۳)}$$

$$-11 \text{ (۲)}$$

$$7 \text{ (۱)}$$

پاسخ: ()

۲۱- اگر قدرمطلق تفاضل جواب های معادله $(x - 2)^2 = (k - 1)^4$ برابر ۸ باشد، آنگاه حاصل ضرب مقادیر مختلف k کدام است؟

-۱۶ (۴)

-۴ (۳)

-۳ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: ()



روش دلتا Δ

مثال: معادله $3x^2 - 5x + 2 = 0$ به روش کلی (دلتا) حل کنید.

مثال: معادله $4x^2 - 4x + 1 = 0$ به روش کلی (دلتا) حل کنید.

علامت دلتا

مثال: معادله $x^2 - x + 1 = 0$ به روش کلی (دلتا) حل کنید.

مثال: معادله $\sqrt{3}x^2 = 5x + \sqrt{12} = 0$ به روش کلی (دلتا) حل کنید.

مثال: در چه صورتی معادله $x^2 - 2x - m = 0$ دارای دو ریشه متمایز است؟



مثال: k را چنان بیابید که معادله $x^2 - 2(k + 1)x + 1 = 0$ ریشه مضاعف داشته باشد؟

مثال: معادله $px^2 - (q + p^2)x + pq = 0$ به روش کلی (دلتا) حل کنید.

مثال: معادله $x^2 - (k + 3)x + 3k = 0$ به روش کلی (دلتا) حل کنید.

مثال: اگر معادله $4x^2 - kx + 1 = 0$:

الف) فقط یک ریشه داشته باشد k کدام است؟

ب) ریشه حقیقی نداشته باشد k کدام است؟

۲۲- اگر معادله $(m - 1)x^2 + 2x + 1 = 0$ یک ریشه داشته باشد چند مقدار برای m وجود دارد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

پاسخ: ()

۲۳- اگر x ریشه معادله $5x^2 + mx + 10 = 0$ باشد و این معادله به صورت مربع مجموع دو جمله تجزیه

شود، $m + x$ کدام است؟

(۱) $8\sqrt{2}$ (۲) $9\sqrt{2}$ (۳) $10\sqrt{2}$ (۴) $11\sqrt{2}$

پاسخ: ()



۲۴- معادله درجه دوم $mx^2 + (m-1)x + 3 = 0$ دارای یک ریشه مضاعف است. مجموع مقادیر ممکن برای m کدام است؟

۱۶ (۴)

۱۴ (۳)

۱۳ (۲)

۱۲ (۱)

پاسخ: ()

۲۵- به ازای کدام مجموعه مقادیر k معادله $-x^2 - x + 2k = 0$ ریشه حقیقی ندارد اما معادله $(k+2)x^2 - 3x + 1 = 0$ دو ریشه حقیقی متمایز دارد؟

 $(-\frac{1}{8}, \frac{1}{4})$ (۴) $(-\infty, -\frac{1}{8})$ (۳) $(-\infty, \frac{1}{4})$ (۲) $(\frac{1}{8}, +\infty)$ (۱)

پاسخ: ()

۲۶- اگر معادله درجه دوم $x(2x-5) = a$ ریشه مضاعف داشته باشد، حاصل جمع مقدار a با ریشه مضاعف معادله کدام است؟

 $-\frac{25}{8}$ (۴) $\frac{15}{8}$ (۳) $-\frac{15}{8}$ (۲) $\frac{5}{4}$ (۱)

پاسخ: ()

۲۷- اگر یکی از جواب های معادله $(m^2 + 1) - x - (m - 1)x^2 = 0$ برابر ۲- باشد، جواب دیگر این معادله کدام است؟

۱(۴)

۳(۳) $-\frac{3}{2}$

۲(۲) $\frac{5}{2}$

۲(۱)

پاسخ: ()

۲۸- معادله درجه دوم $mx^2 + (m - 1)x + 3 = 0$ دارای ریشه مضاعف است. مجموع مقادیر ممکن برای m کدام است؟

۱۶(۴)

۱۴(۳)

۱۳(۲)

۱۲(۱)

پاسخ: ()

مجموع و حاصل ضرب ریشه های معادله درجه دو



مثال: اگر α و β ریشه های معادله ی $x^2 - 4x + 1 = 0$ باشد، آنگاه حاصل عبارات زیر را بیابید.

۱) $\alpha + \beta =$

۲) $\alpha\beta =$

۳) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} =$

۴) $\alpha^2 + \beta^2 =$

۵) $\alpha^3 + \beta^3 =$

مثال: اگر α و β ریشه های معادله ی $x^2 - 5x + 2 = 0$ باشد، آنگاه حاصل عبارات زیر را بیابید.

۱) $\alpha^2 + \beta^2 =$

۲) $(2\alpha - 1)(2\beta - 1) =$

۳) $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} =$

مثال: اگر یکی از ریشه های معادله درجه دوم $2x^2 + mx + 3 = 0$ برابر ۲ باشد ریشه دیگر را بیابید.

پاسخ: ()



مثال: اگر یکی از ریشه های معادله درجه دوم $x^2 + 5x + m = 0$ برابر ۳ باشد ریشه دیگر را بیابید.

پاسخ: ()

مثال: اگر ریشه های معادله درجه دوم $2x^2 + bx + c = 0$ برابر ۲ و ۳ باشد مقدار b و c را بیابید.

پاسخ: ()

قدرمطلق تفاضل ریشه های معادله درجه دو



۲۹- در کدام گزینه قدرمطلق تفاضل دو ریشه بزرگتر است؟

$$(1) \quad 6x^2 = 18 \quad (2) \quad 2x^2 - 30 = 0 \quad (3) \quad 12(3 - 2x)^2 - 24 = 12 \quad (4) \quad x^2 - 2x + 3 = 4(4 - (2x - 3))^2$$

پاسخ: ()

۳۰- جذر مجموع مربعات ریشه های معادله $x^2 - 8x + 4 = 0$ کدام است؟

$$(1) \quad \sqrt{14} \quad (2) \quad 3\sqrt{6} \quad (3) \quad 2\sqrt{14} \quad (4) \quad 4\sqrt{3}$$

پاسخ: ()

۳۱- اگر یکی از ریشه های معادله $(m^2 + 1)x^2 - x - (m - 1) = 0$ برابر ۲- باشد، جواب دیگر این معادله

کدام است؟

$$(1) \quad 2 \quad (2) \quad \frac{2}{5} \quad (3) \quad -\frac{3}{2} \quad (4) \quad 1$$

پاسخ: ()

۳۲- اگر a ، b و c جملات متوالی دنباله هندسی باشند، آنگاه $f(x) = ax^2 + 2bx + c$ محور طولها را در چند نقطه قطع می کند؟

- (۱) ۲ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) هر سه گزینه می تواند صحیح باشد.

پاسخ: ()

۳۳- اگر یکی از ریشه های معادله $0 = 4 - 2ax + (a - 1)x^2$ برابر ۱ باشد، جواب دیگر این معادله کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) $-\frac{2}{3}$

پاسخ: ()

۳۴- به ازای کدام مجموعه مقادیر m معادله درجه دوم $0 = 2x^2 + (m + 1)x + \frac{1}{2}m + 2$ فاقد ریشه حقیقی است؟

- (۱) $-3 < m < 5$ (۲) $-4 < m < 4$ (۳) $-2 < m < 6$ (۴) $-1 < m < 6$

پاسخ: ()



۳۵- معادله $(x + 2)(-x^2 + x - 1) = 0$ چند ریشه حقیقی دارد؟

۳(۴)

۲(۳)

۱(۲)

صفر (۱)

پاسخ: ()

۳۶- به ازای کدام مقدار m معادله $x^2 + (m - 1)x + m + 1 = 0$ دارای ریشه مضاعف منفی است؟

مقداری وجود ندارد (۴)

$3 + \sqrt{3}$ (۳)

$3 \pm \sqrt{12}$ (۲)

$3 \pm \sqrt{2}$ (۱)

پاسخ: ()

۳۷- با یک رشته سیم به طول ۵۰ متر، می خواهیم یک مستطیل به مساحت ۱۴۴ متر مربع بسازیم. طول و عرض این مستطیل را مشخص کنید.

پاسخ: ()

۳۸- یک صفحه مقوایی داریم، چهار گوشه آن چهار مربع کوچک جدا می کنیم. بعد با تا زدن لبه ها، یک جعبه می سازیم. اگر مربع های جدا شده به ضلع دو سانتی متر باشند و بخواهیم حجم این جعبه ۲۰۰ سانتی متر مکعب باشد. طول اضلاع جعبه حاصل را بیابید.

پاسخ: ()

۳۹- طول اضلاع مثلث قائم الزاویه ای $۲x + ۳$ ، $x + ۶$ و $۲x - ۳$ است. اندازه ارتفاع وارد بر وتر کدام است؟

۷۲(۴)

۲۴(۳)

۱۲(۲)

۳/۶(۲)

پاسخ: ()



روش t :

در معادلاتی که عبارتی تکرار شود، آن عبارتی که تکرار می شود را t قرار می دهیم،

سپس x را برحسب t پیدا می کنیم.

مثال : معادله $x^4 + x^2 - 2 = 0$ زیر را حل کنید.

مثال : معادله $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$ زیر را حل کنید.

مثال : معادله $4x^6 + 1 = 5x^3$ زیر را حل کنید.



مثال : معادله $x - 3\sqrt{x} + 2 = 0$ زیر را حل کنید.

مثال : معادله $(x^2 + x)^2 - x^2 - x - 2 = 0$ زیر را حل کنید.

مثال : معادله $(x^2 + x)^2 - 14(x^2 + x) + 24 = 0$ زیر را حل کنید.



۴۰- مجموع مربعات ریشه های معادله $x^2 + 7 = x^2 + 2x = (x - 1)^4$ کدام است؟

۱۲(۴)

۱۰(۳)

۸(۲)

۶(۱)

پاسخ: ()

۴۱- حاصل ضرب جواب های حقیقی معادله $0 = 11 - 5x^2 - (x^2 + 3)^2$ کدام است؟

-۴(۴)

۱(۳)

-۱(۲)

۴(۱)

پاسخ: ()

مثال: (سوالات اضافی) معادله $x^2 + 4x + 3 = \sqrt{x^2 + 4x + 5}$ زیر را حل کنید.

۴۲- (سوال اضافی) معادله $4^x - 2^{x+2} - 32$ چند جواب دارد؟

- (۱) هیچ (۲) یک (۳) دو (۴) بیشمار

پاسخ: ()

۴۳- (سوال اضافی) معادله $(\sqrt{2} + 1)^x + (\sqrt{2} - 1)^x = 2\sqrt{2}$ چند جواب دارد؟

- (۱) هیچ (۲) یک (۳) دو (۴) بیشمار

پاسخ: ()

۴۴- (سوال اضافی) معادله $x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$ چند جواب دارد؟

- (۱) هیچ (۲) یک (۳) دو (۴) سه

پاسخ: ()



رسم منحنی های درجه دو $y = ax^2 + bx + c$ و $a \neq 0$

مثال : منحنی $y = x^2$ را رسم کنید.

مثال : منحنی $y = x^2 - 2$ را رسم کنید.

مثال : منحنی $y = (x - 2)^2$ را رسم کنید.



مثال : منحنی $y = (x + 1)^2$ را رسم کنید.

مثال : منحنی $y = -x^2$ را رسم کنید.

نحوه رسم سهمی هایی که به صورت مربع کامل هستند : $y = a(x - x_1)^2 + y_1$



مثال : منحنی $y = (x - 3)^2 + 1$ را رسم کنید.

مثال : منحنی $y = -(x + 1)^2 + 4$ را رسم کنید.

مثال : منحنی $y = -2(x + 1)^2 - 1$ را رسم کنید.



مثال : منحنی $y = x^2 + 1$ را رسم کنید.

مثال : منحنی $y = (x + 3)^2 + 1$ را رسم کنید.

مثال : منحنی $y = -x^2 + 1$ را رسم کنید.



مثال : منحنی $y = -(x + 1)^2 - 1$ را رسم کنید.

مثال : منحنی $y = x^2 - 4x$ را رسم کنید.

مثال : منحنی $y = x^2 + 2x + 2$ را رسم کنید.



نحوه پیدا کردن راس سهمی

مثال : راس سهمی های زیر را بیابید.

$$۱) y = ۲x^۲ + ۴x - ۱$$

$$۲) y = ۲x^۲ + x + ۱$$

$$۳) y = -(x - ۲)^۲ + ۳$$

مثال : عرض (y) راس سهمی $y = ax^۲ + bx + c$ را بیابید.



مثال : سهمی $y = x^2 - 4x + 4$ را رسم کنید.

نکته : ارتباط دلتا و شکل

نکته : وقتی دلتا برابر صفر است فقط یک ریشه دارد و بر محور طول ها مماس است و عرض راس برابر صفر است.

مثال : سهمی $y = -x^2 + 6x$ را رسم کنید.



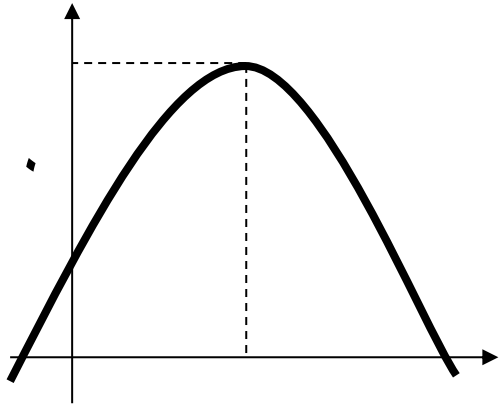
مثال : سهمی $y = (x - 1)(x + 3)$ را رسم کنید.

مثال : سهمی $y = x^2 + 6x - 1$ را رسم کنید.

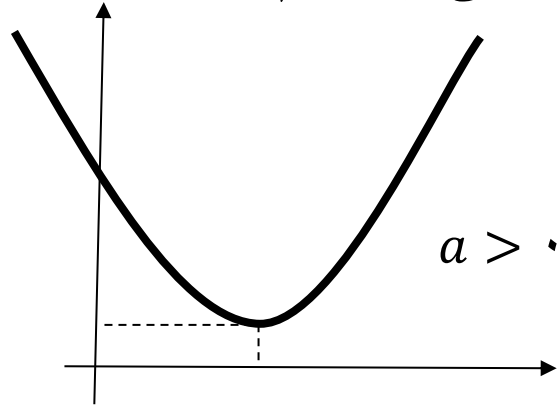


منحنی درجه دوم

$a < \cdot$



$a > \cdot$



۴۵- به ازای کدام مقدار a مقدار مینیمم سهمی $y = ax^2 - 2x + 3$ برابر -4 است؟

۸ (۴)

-7 (۳)

$\frac{1}{7}$ (۲)

$-\frac{1}{8}$ (۱)

پاسخ: ()



۴۶- اگر راس سهمی به معادله $y = -2x^2 + mx - 6$ روی نیمساز ربع دوم باشد، m کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) -۸

پاسخ: ()

۴۷- اگر کمترین مقدار تابع $y = 2x^2 + 12x + m - 1$ برابر با -1 باشد، سهمی مذکور محور عرض ها را

چه عرضی قطع می کند؟

- (۱) ۱۷ (۲) ۱۸ (۳) ۱۹ (۴) ۲۰

پاسخ: ()

۴۸- نمودار تابع $f(x) = ax^2 + 4x + (a + 1)$ ماکسیممی به عرض -2 دارد. $f(-1)$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۵ (۳) -۱۱ (۴) -۸

پاسخ: ()



۴۹- اگر کمترین مقدار سهمی $f(x) = x^2 - mx + m - 1$ برابر -1 باشد، مجموع مقادیر ممکن برای m کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۲ صفر

۱ (۱) -1

پاسخ: ()

۵۰- اگر راس سهمی $f(x) = x^2 - mx + m + 1$ بر روی خط $y = x + 1$ واقع باشد، در این صورت مقدار m کدام است؟

۰ و -2 (۴)

۰ و 2 (۳)

1 و -3 (۲)

۱ و 3 (۱)

پاسخ: ()



پیدا کردن معادله سهمی از روی شکل
حالت (۱) زمانی که ریشه ها داده می شود.

مثال : معادله سهمی های زیر را بیابید.



حالت (۳) استفاده از خود معادله

مثال : معادله سهمی های زیر را بیابید.

مثال : معادله سهمی بیابید که از سه نقطه $(0, 1)$ ، $(1, 3)$ و $(1, 7)$ بگذرد.



۵۱- اگر سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ محور x ها را در نقطه ی ۱ و ۳- قطع کند و محور y ها را در نقطه ی ۱- قطع کند. آنگاه کمترین مقدار تابع کدام است؟

$$-\frac{4}{3}(4)$$

$$-\frac{2}{3}(3)$$

$$\frac{4}{3}(2)$$

$$\frac{2}{3}(1)$$

پاسخ: ()

۵۲- (سراسری ۹۹) فرض کنید نقاط $(-2, 5)$ ، $(0, 5)$ و $(1, 11)$ بر سهمی $y = ax^2 + bx + c$ واقع باشند، این سهمی، از کدام یک از نقاط زیر می گذرد؟

$$(2, 15) (4)$$

$$(2, 9) (3)$$

$$(-1, 4) (2)$$

$$(-1, 3) (1)$$

پاسخ: ()

۵۳- (سراسری ۹۹) فرض کنید $A(-2, 5)$ رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ گذرا بر نقطه $(3, 1)$ باشد. این سهمی، از کدام یک از نقاط زیر می گذرد؟

$$(1, 5) (4)$$

$$(2, 5) (3)$$

$$(5, -9) (2)$$

$$(5, -7) (1)$$

پاسخ: ()



۵۴- خط $y = 3x + 1$ سهمی $y = 3x^2 + x + m$ را قطع نمی کند حدود m کدام است؟

پاسخ: ()

۵۵- به ازای کدام مقدار m سهمی $y = x^2 + 4x$ بر سهمی $y = mx^2 - 3x - 1$ مماس است؟

پاسخ: ()



ضرایب معادله درجه دو

- علامت a : تقعر رو به بالا $a > 0$ و تقعر رو به پایین $a < 0$ است.

- علامت c : محل برخورد با محور y هاست که اگر بالای محور x ها باشد مثبت است و اگر زیر محور x ها باشد منفی است.

- علامت b

- علامت دلتا و تعداد ریشه ها: ریشه محل برخورد با محور x هاست اگر دو ریشه داشته باشد دلتا مثبت، اگر یک ریشه داشته باشد (بر محور x ها مماس باشد) دلتا صفر و اگر ریشه نداشته باشد دلتا منفی است.

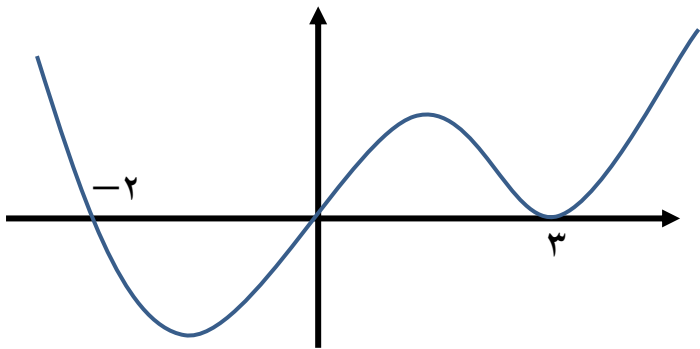
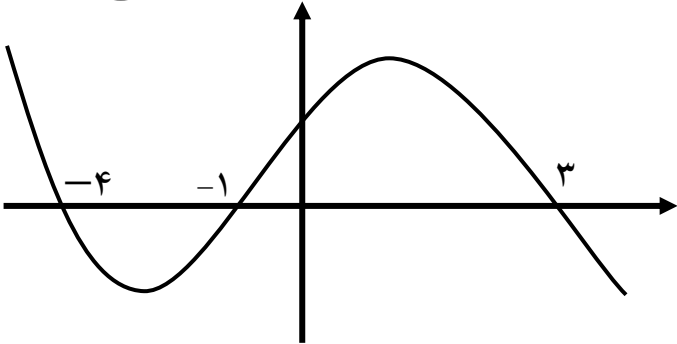
۵۶- علامت a ، b ، c و دلتا را برای توابع زیر مشخص کنید.



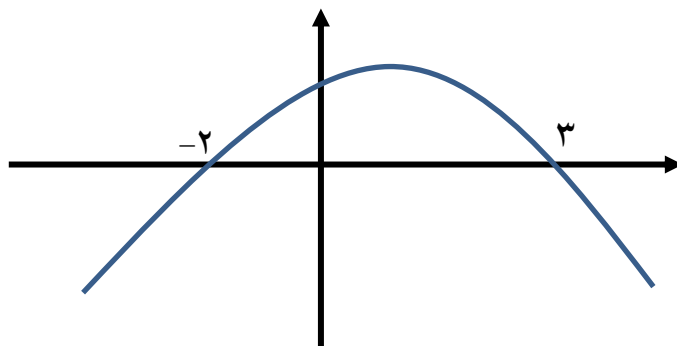
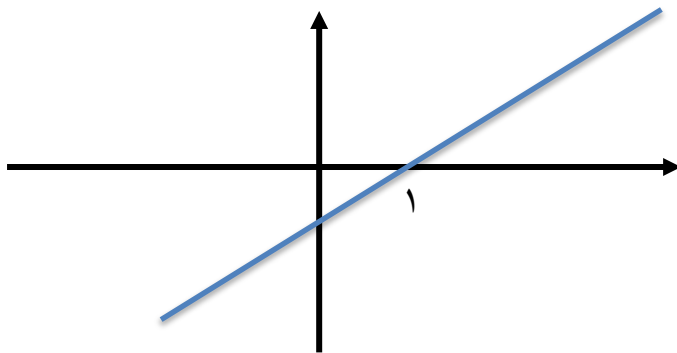
تعیین علامت و نامعادلات

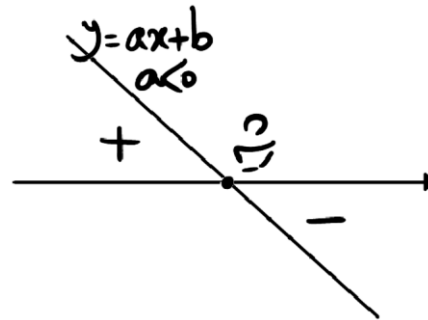
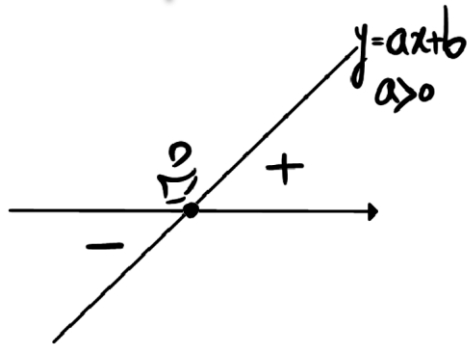
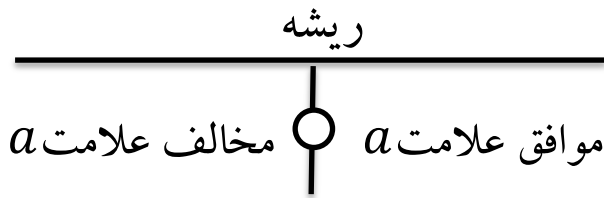
○ \Leftrightarrow پایین محور x ها

○ \Leftrightarrow بالای محور x ها



مثال : با توجه به شکل تعیین علامت کنید.



تعیین علامت درجه یک

- مثال: عبارت $y = x - 3$ را تعیین علامت کنید.

پاسخ:

- مثال: عبارت $y = -3x + 1$ را تعیین علامت کنید.

پاسخ:

بالاتر = بزرگتر $f > g$: بالاتر از g f

پایین تر = کوچکتر $f < g$: پایین تر از g f

- مثال: حدود x را چنان بیابید که خط $y = 3x + 1$ از خط $y = 5x + 2$ بالاتر باشد؟

پاسخ:



تعیین علامت درجه دو

حالت اول : $\Delta > 0$

• مثال: عبارت $y = x^2 - 1$ را تعیین علامت کنید.

پاسخ:

• مثال: عبارت $y = x^2 - x - 6$ را تعیین علامت کنید.

پاسخ:

• مثال: عبارت $y = -x^2 + 9$ را تعیین علامت کنید.

پاسخ:



- مثال: در چه بازه ای $y = x^2$ از نیمساز ناحیه اول و سوم بالاتر است؟

پاسخ:

- برای حل نامساوی ها ابتدا کل عبارت را به یک طرف می بریم سپس تجزیه می کنیم و تعیین علامت می کنیم.
- از دو طرف نامساوی نمی توان متغییر ساده کرد و نمی توان در متغییر ضرب کرد.
- اگر نامساوی را در عدد مثبت ضرب کنیم علامت عوض نمی شود ولی اگر در عدد منفی ضرب کنیم علامت عوض می شود.

- مثال: در چه بازه ای سهمی $y = -x^2 + 4x$ از خط $y = 2x$ پایین تر است؟

پاسخ:

- مثال: در چه بازه ای سهمی $y = -x^2 + 3x - 2$ بالای محور طول ها قرار دارد؟

پاسخ:



حالت اول : $\Delta = 0$

• مثال: عبارت $y = x^2 - 4x + 4$ را تعیین علامت کنید.

پاسخ:

حالت اول : $\Delta < 0$

• مثال: عبارت $y = x^2 - x + 1$ را تعیین علامت کنید.

پاسخ:

• مثال: عبارت $y = -4x^2 + 3x - 5$ را تعیین علامت کنید.

پاسخ:

• مثال: عبارت $y = x^2 - 5x + m$ همواره مثبت است، حدود m کدام است؟

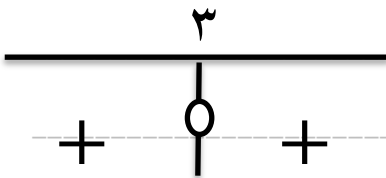
پاسخ:

• مثال: اگر سهمی $y = mx^2 + 4x - 2$ همواره زیر محور طول ها باشد حدود m کدام است؟

پاسخ:

• مثال: جدول تعیین علامت عبارت $y = x^2 + ax + b$ به صورت روبرو است $a \times b$ کدام است؟

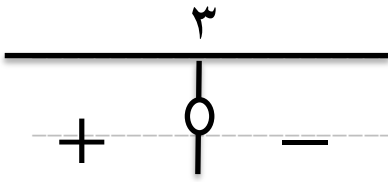
پاسخ:



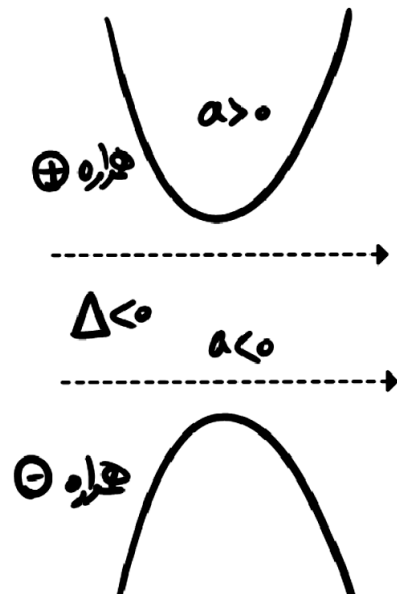
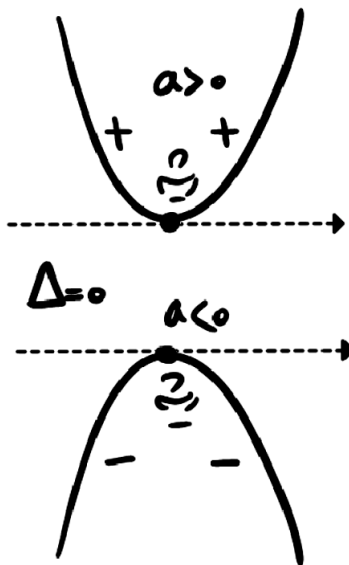
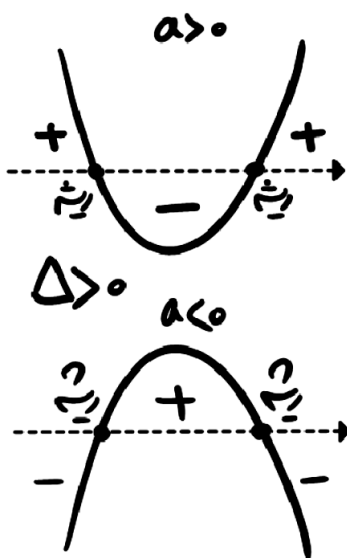


• مثال: جدول تعیین علامت عبارت $y = ax^2 + bx + c$ به صورت روبرو است $a + b$ کدام است؟

پاسخ:



$\Delta < 0$	$\Delta = 0$	$\Delta > 0$
<hr/> موافق علامت a	ریشه <hr/> موافق علامت a موافق علامت a موافق علامت a	<hr/> β α موافق علامت a مخالف علامت a موافق علامت a
	با درجه یک قاطی نکنید!	



• روش تشریحی تعیین علامت

$$۱) y = x^2 \times (x - ۱)$$

$$۲) y = \frac{(x^2 - ۱) \times (x^2 + x - ۲)}{x - ۴}$$

$$۳) y = x^3 - x$$



$$4) y = x - \frac{1}{x}$$

$$5) y = (x - 1)^r$$

$$6) y = (x - 1)^r$$

$$7) y = \frac{|x^r - 1|(x^r - x)}{(x^r - 4)(x^r + x + 1)}$$



• مثال: در چه بازه ای سهمی $y = x^3$ از خط $y = x^2$ پایین تر است؟

پاسخ:

• مثال: نامعادله $2x > \frac{x+1}{2x-1}$ را حل کنید.

پاسخ:

۵۷- به ازای کدام مقادیری از m ، عبارت $2x^2 - 3x + m - 1$ همواره نامنفی است؟

(۱) هیچ مقدار $m \geq \frac{17}{8}$ (۲) $m < \frac{17}{8}$ (۳) $m \leq 0$ (۴)

پاسخ: ()



۵۸- به ازای چه مقادیری از a ، عبارت $(a - 1)x^2 + 3x - 1$ تماماً زیر محور x ها قرار دارد؟

$$a < 0 \quad (۴) \quad a < -\frac{5}{4} \quad (۳) \quad a < \frac{5}{4} \quad (۲) \quad a < 1 \quad (۱)$$

پاسخ: ()

۵۹- به ازای کدام مقادیر m نمودار تابع با ضابطه $y = (m + 2)x^2 - 2mx + 1$ همواره در بالای محور x هاست؟

$$(-1, 2) \quad (۴) \quad (-2, 2) \quad (۳) \quad (-2, -1) \quad (۲) \quad (-2, +\infty) \quad (۱)$$

پاسخ: ()

• اگر دو طرف نامساوی را معکوس کنیم علامت عوض می شود. (مگر دو طرف مختلف علامت باشند).

$$a < b \rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$$



- مثال: نامعادله $\frac{x+2}{x-4} > \frac{x}{x-2}$ را حل کنید.

پاسخ:

تعیین علامت تستی

مرحله ۱- چند جمله‌ای را به طور کامل تجزیه کنید همه ریشه‌ها را پیدا می‌کنیم.

مرحله ۲- ریشه‌ها را به ترتیب در جدول تعیین علامت بنویسید.

مرحله ۳- با انتخاب یک عدد بزرگ علامت خانه ی سمت راست را تشخیص دهید.

مرحله ۴- توان‌های زوج را علامت بزنید، همه علامت‌ها عوض می‌شد بجز ریشه‌های علامت خورده.

- مثال: عبارت $y = (x - 1)(x - 2)(x - 3)^2$ را تعیین علامت کنید.

پاسخ:

- مثال: عبارت $y = (x - 1)(x - 2)(x - 3)$ را تعیین علامت کنید.

پاسخ:



• مثال: عبارت $y = x^3 - x^2$ را تعیین علامت کنید.

پاسخ:

• مثال: عبارت $y = \frac{(x-1)^3(x+1)^2}{x(x-2)^2}$ را تعیین علامت کنید.

پاسخ:

• مثال: عبارت $y = x^3 - x$ را تعیین علامت کنید.

پاسخ:

• مثال: عبارت $y = -\frac{(x-1)(x+1)}{x^2}$ را تعیین علامت کنید.

پاسخ:



- مثال: عبارت $y = \frac{x}{(x-1)^2(x-2)}$ را تعیین علامت کنید.

پاسخ:

- مثال: عبارت $y = x^2(x+1)$ را تعیین علامت کنید.

پاسخ:

- مثال: عبارت $y = (x-1)^2 \times x^3$ را تعیین علامت کنید.

پاسخ:



۱- مجموعه جواب نامعادله ی $\frac{6-x^2}{x} > 5$ کدام یک از بازه های زیر می باشد؟

- (۱) $(0, 1)$ (۲) $(-6, 1)$ (۳) $(-\infty, -6) \cup (0, 1)$ (۴) $(-6, 0) \cup (1, +\infty)$

پاسخ: ()

خواص قدرمطلق

$$\sqrt{x^2} = |x| \quad |x| > a \Rightarrow x > a \text{ یا } x < -a$$

$$|x| < a \Rightarrow -a < x < a \quad (۱)$$

مثال:

$$|x| < 4 \rightarrow$$

$$|x| \leq 4 \rightarrow$$

$$|x + 4| < 5 \rightarrow$$

$$\left| \frac{x-1}{2} \right| \leq 3 \rightarrow$$

$$x^2 < 4 \rightarrow$$



$$|x| > a \Rightarrow x > a \text{ یا } x < -a \quad (۲)$$

$$|x| > ۵ \rightarrow$$

$$|x| \geq ۵ \rightarrow$$

$$|x - ۱| \geq ۳ \rightarrow$$

$$x^2 \geq ۴ \rightarrow$$

حالت های خاص

۲- مجموعه جواب نامعادله ی $\left(\frac{2x-1}{3}\right)^2 \leq ۹$ کدام یک از بازه های زیر می باشد؟

$\left(-\frac{۷}{۳}, \frac{۷}{۳}\right)$ (۴)

$\left[۰, \frac{۷}{۳}\right]$ (۳)

$\left[-\frac{۵}{۳}, \frac{۷}{۳}\right]$ (۲)

$\left[\frac{۱}{۳}, \frac{۷}{۳}\right]$ (۱)

پاسخ: ()



۳- (سراسرای ۹۶) مجموعه ی جواب نامعادله های $3 < \frac{3x+1}{x-3} < -1$ کدام است؟

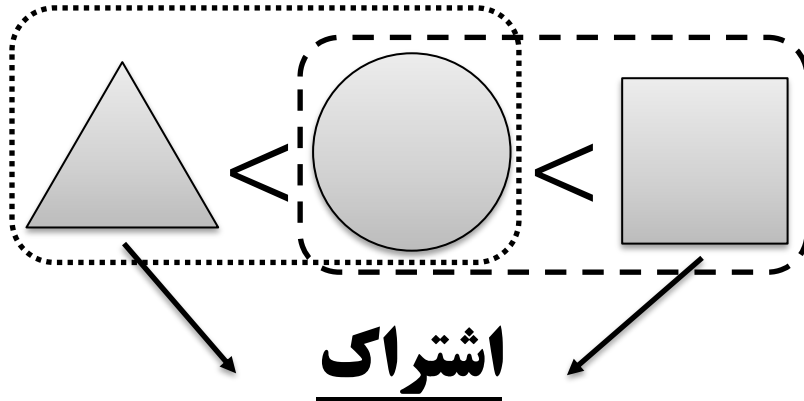
$$\frac{1}{2} < x < 3(4)$$

$$-\frac{1}{2} < x < 3(3)$$

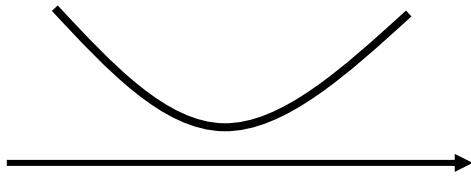
$$x < 3(2)$$

$$x < \frac{1}{2}(1)$$

پاسخ: ()

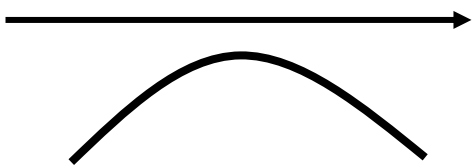


همواره مثبت = به ازای هر x مثبت = نمودار بالای محور x هاست



$$a > 0 \text{ و } \Delta < 0$$

همواره منفی = به ازای هر x منفی = نمودار پایین محور x هاست



$$a < 0 \text{ و } \Delta < 0$$

۴- به ازای کدام مقادیر a ، هر نقطه از نمودار تابع با ضابطه $f(x) = (a - 1)x^2 + 2\sqrt{2}x + a$ بالای

محور x هاست؟

۱) $1 < a < 2$

۲) $a > 2$

۳) $a > 1$

۴) $a < -1$

پاسخ: ()

۵- (سراسری ۹۰) به ازای کدام مقادیر m ، عبارت $(m - 1)x^2 + 6x + 2m + 1$ ، به ازای همه ی

مقادیر حقیقی x مثبت است؟

۱) $1 < m < 2/5$

۲) $1 < m < 2$

۳) $m > 2/5$

۴) $m < -2$

پاسخ: ()



۶- به ازای کدام مقادیر m ، نمودار تابع با ضابطه $f(x) = mx^2 + x$ ، همواره زیر خط به معادله ی

$$y = 1 - x$$

(۱) $-1 < m < 0$ (۲) $m < -1$ (۳) $m < 0$ (۴) \emptyset

پاسخ: ()

۷- (سراسرای ۹۸ تجربی) مجموعه ی جواب نامعادله $1 < \frac{2x-3}{x+1} < 3$ به کدام صورت است؟

(۱) $\mathbb{R} - [-6, 4]$ (۲) $\mathbb{R} - [-4, 6]$ (۳) $x > 4$ (۴) $x < -6$

پاسخ: ()



۸- (سراسرای ۹۸ تجربی) مجموعه ی جواب نامعادله $\frac{7x-8}{x^2-x-2} > \frac{x}{x-2}$ به صورت بازه، کدام است؟

- (۱) $(1, 2) \cup (-4, 2)$ (۲) $(2, 4)$ (۳) $(-1, 2) \cup (2, 4)$ (۴) $(-1, 2)$

پاسخ: ()

۹- (سراسرای ۹۹ تجربی) مجموعه ی جواب نامعادله $-1 < \frac{2x-1}{x+1} < 3$ به کدام صورت است؟

- (۱) $(0, +\infty)$ (۲) $(4, +\infty)$ (۳) $\mathbb{R} - [-4, 0]$ (۴) $\mathbb{R} - [-4, -1]$

پاسخ: ()



۱۰- (سراسری ریاضی ۸۸) نمودار تابع با ضابطه ی $f(x) = \frac{3x^2 - 2x}{x^2 + 4}$ در بازه ی (a, b) پایین تر از خط

به معادله ی $y = 2$ است، بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

∞(۴)

۸(۳)

۶(۲)

۴(۱)

پاسخ: ()

۱۱- در بازه (a, b) سهمی $y = \frac{x^2}{2} + x - 4$ پایین تر از $-\frac{5}{2}$ هاست. بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

۴(۴)

۳(۳)

۲(۲)

۱(۱)

پاسخ: ()