

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ





فرمول های دو برابر یک زاویه و جمع و تفریق دو زاویه

نسبتهای مثلثاتی  $a \pm b$

$$\sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \cos a \sin b$$

$$\cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b$$

$$\tan(a \pm b) = \frac{\tan a \pm \tan b}{1 \mp \tan a \tan b}$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a \quad \tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2 \cos^2 a - 1 = 1 - 2 \sin^2 a$$

$$\sin 3a = -4 \sin^3 a + 3 \sin a \quad \cos 3a = 4 \cos^3 a - 3 \cos a$$

تعدادی روابط بسیار مهم و کاربردی

$$\begin{cases} \cot x + \tan x = \frac{2}{\sin 2x} \\ \cot x - \tan x = 2 \cot 2x \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4}\right) \\ \sin x - \cos x = \sqrt{2} \sin \left(x - \frac{\pi}{4}\right) \end{cases} \quad (1)$$

$$\tan^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x} \quad (\text{روابط طلایی})$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2} \quad \sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2} \quad (3)$$

$$\sin 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}$$

$$\cos 2x = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} \quad (4)$$

$$(\sin x \pm \cos x)^2 = 1 \pm \sin 2x \quad (6)$$

$$\tan x = \frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x} \quad (5)$$

مثال: حاصل عبارت های زیر را بیابید.

۱)  $\sin 3\alpha =$

۲)  $\cos 3\alpha =$



# مثلات



۱- اگر زاویه ای منفرجه و  $\beta$  زاویه ای حاده است، به طوری که  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$  و  $\cos \beta = \frac{5}{13}$ ، آنگاه مقدار عددی

عبارت  $\sin(\alpha + \beta)$  کدام است؟

$$-\frac{16}{65} \text{ (۴)}$$

$$\frac{56}{65} \text{ (۳)}$$

$$-\frac{63}{65} \text{ (۲)}$$

$$\frac{33}{65} \text{ (۱)}$$

۲- ساده شده ی عبارت  $\cos 3x - \cot x \cdot \sin 3x$ ، در صورت معین بودن کدام است؟

$$-2 \cos x \text{ (۴)}$$

$$-2 \sin x \text{ (۳)}$$

$$2 \sin x \text{ (۲)}$$

$$2 \cos x \text{ (۱)}$$

پاسخ: ( )

۳- اگر  $\tan \alpha = 2$  و  $\tan \beta = \frac{1}{3}$  باشد، مقدار  $\tan(2\alpha - \beta)$ ، کدام است؟

$$3 \text{ (۴)}$$

$$\frac{1}{2} \text{ (۳)}$$

$$-2 \text{ (۲)}$$

$$-3 \text{ (۱)}$$

پاسخ: ( )

۴- اگر  $\sin x - \cos x = \frac{1}{3}$  باشد، حاصل  $\cos 4x$  کدام است؟

$$-\frac{15}{36} \text{ (۴)}$$

$$\frac{15}{36} \text{ (۳)}$$

$$\frac{47}{81} \text{ (۲)}$$

$$-\frac{47}{81} \text{ (۱)}$$

پاسخ: ( )



۵- (سراسری ۹۴) اگر  $\tan \beta = \frac{1}{2}$  و  $\alpha - \beta = \frac{\pi}{4}$  باشند، مقدار  $\sin 2\alpha$  کدام است؟

۰/۸(۴)

۰/۷۵(۳)

۰/۶(۲)

۰/۴۵(۱)

پاسخ: ( )

۶- (سراسری ۹۵ خارج) اگر  $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1}{2}$  باشد، مقدار  $\tan\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}\right)$  کدام است؟

۲(۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$-\frac{1}{2}$ (۲)

-۲(۱)

پاسخ: ( )

۷- حاصل عبارت  $\frac{1 - \tan \frac{\pi}{12}}{1 + \tan \frac{\pi}{12}}$  کدام است؟

$\frac{\sqrt{3}}{4}$ (۴)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳)

$\sqrt{3}$ (۲)

$\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۱)

پاسخ: ( )

۸- (سراسری ۱۴۰۰) اگر  $\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1}{4}$  باشد، مقدار  $\frac{\tan(\alpha) - \sin(\alpha)}{\sin(\alpha) - \cos(\alpha)}$  کدام است؟

$\frac{91}{105}$ (۴)

$\frac{16}{105}$ (۳)

$-\frac{16}{105}$ (۲)

$-\frac{91}{105}$ (۱)

پاسخ: ( )



# مثلات



۹- اگر  $\sqrt{2} \sin(x + \frac{2\pi}{4}) = \cos(\frac{3\pi}{2} + x)$  آنگاه  $\sin 2x$  کدام است؟

$\frac{4}{5}$  (۴)

$\frac{3}{5}$  (۳)

$\frac{1}{3}$  (۲)

$\frac{2}{3}$  (۱)

پاسخ: ( )

۱۰- عبارت  $\cos 50^\circ \tan 70^\circ + \sin 40^\circ \cot 80^\circ$  با کدام گزینه برابر است؟

$2 \cot 20^\circ$  (۴)

$2 \cos 20^\circ$  (۳)

$3 \tan 20^\circ$  (۲)

$2 \sin 20^\circ$  (۱)

پاسخ: ( )

۱۱- حاصل  $(\cos a - \sin a)(\cos 2a - \sin 2a) + \sin 3a$  همواره کدام است؟

$-\cos a$  (۴)

$\cos a$  (۳)

$-\cos 3a$  (۲)

$\cos 3a$  (۱)

پاسخ: ( )

۱۲- (سراسری ۹۱ ریاضی) ساده شده ی کسر  $\frac{(1+\tan^2 \theta)(1+\cot^2 \theta)}{1-\sin^2 \theta - \cos^2 \theta}$  کدام است؟

$16 \sin^{-4} 2\theta$  (۴)

$16 \cos^{-4} 2\theta$  (۳)

$8 \sin 2\theta$  (۲)

$8 \cos^{-2} 2\theta$  (۱)

پاسخ: ( )



۱۳- (۹۹) اگر انتهای کمان  $\alpha$  در ربع دوم دایره مثلثاتی و  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{10}$  باشد، مقدار  $\cos\left(\frac{11\pi}{4} + \alpha\right)$  کدام است؟

$$\frac{4}{5} (۴)$$

$$\frac{3}{5} (۳)$$

$$-\frac{3}{5} (۲)$$

$$-\frac{4}{5} (۱)$$

پاسخ: ( )

۱۴- (سراسری ۹۹) اگر  $\tan \alpha$  و  $\tan \beta$  برابر ریشه های معادله  $2x^2 + 3x - 1 = 0$  باشد، مقدار  $\tan(\alpha + \beta)$  کدام است؟

$$-۱ (۴)$$

$$-۳ (۳)$$

$$\frac{3}{2} (۲)$$

$$۱ (۱)$$

پاسخ: ( )

۱۵- (سراسری ۹۹) با توجه به دایره مثلثاتی زیر، اگر  $BT = 2$  باشد، مقدار

$\tan(\widehat{TOB})$  کدام است؟

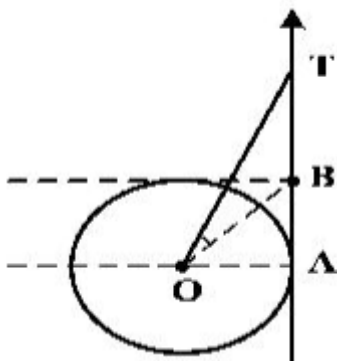
$$\frac{1}{3} (۲)$$

$$\frac{1}{4} (۱)$$

$$\frac{2}{3} (۴)$$

$$\frac{1}{2} (۳)$$

پاسخ: ( )





# مثلات



۱۶- (سراسری ۱۴۰۰) اگر  $f(\alpha) = 4 \sin \alpha \cos 2\alpha + 2 \sin \alpha$  باشد، مقدار  $f\left(\frac{41\pi}{9}\right)$  کدام است؟

۱(۴) -

۱(۳)

۲(۳)  $\sqrt{3}$

۱(۳)  $-\sqrt{3}$

پاسخ: ( )

۱۷- (سراسری ۱۴۰۰) ساده شده عبارت  $\frac{\sin(\theta)}{1-\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)}$  کدام است؟

۲(۴)  $\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$

۲(۳)  $\cot\left(\frac{\theta}{2}\right)$

۲(۲)  $\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$

۱(۲)  $\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$

پاسخ: ( )



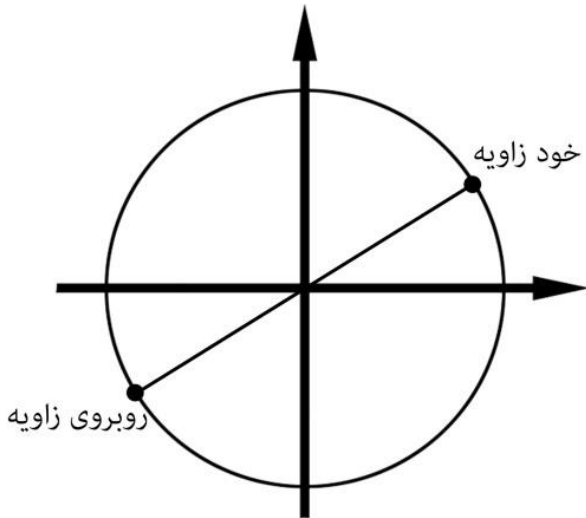
## معادلات مثلثاتی

حل معادلات مثلثاتی

(۱) ساده کردن معادله به کمک اتحاد های دهم ، یازدهم و دوازدهم

(۲) سعی کنید دو طرف معادله یکی شود.

(۳) حواستان به روش  $t$  باشد.



$$\begin{aligned} \tan x &= \tan \alpha \\ \cot x &= \cot \alpha \end{aligned} \rightarrow x = \alpha + k\pi$$

۱۸- معادلات زیر را حل کنید.

الف)  $\tan x = 1$

ب)  $\tan 3x = \tan x$

ج)  $\tan \Delta x \cdot \tan 2x = -1$





$$\sin x + \cos x = 1 \quad (د)$$

۱۹- (سراسری ۹۳) در معادله ی مثلثاتی  $\sin 2x (\sin x + \cos x) = \cos 2x (\cos x - \sin x)$

مجموع تمام جواب ها در بازه ی  $[0, \pi]$  کدام است؟

$$\frac{7\pi}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{3\pi}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{5\pi}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{3\pi}{4} \quad (۱)$$

پاسخ: ( )

۲۰- مجموع جواب های معادله ی مثلثاتی  $\sin(x + \frac{\pi}{8}) + \cos(x - \frac{3\pi}{8}) = 1$  در بازه  $[0, 2\pi]$  برابر کدام

است؟

$$\frac{7\pi}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{3\pi}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{5\pi}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{3\pi}{4} \quad (۱)$$

پاسخ: ( )







۲۷- (۱۴۰۰) فرض کنید  $A$  مجموعه جواب های معادله مثلثاتی

$$(1 + \cos(2\alpha))(1 + \cos(4\alpha))(1 + \cos(8\alpha)) = \frac{1}{8}$$

در بازه  $[0, \pi]$  باشد، ماکزیمم عضو مجموعه  $A$  کدام است؟

$$\frac{8}{9}\pi(4)$$

$$\frac{7}{9}\pi(3)$$

$$\frac{6}{7}\pi(2)$$

$$\frac{5}{7}\pi(1)$$

پاسخ: ( )

۲۸- (۱۴۰۰) تعداد جواب های معادله مثلثاتی  $(1 + \cos(2\alpha))(1 + \cos(4\alpha))(1 + \cos(8\alpha)) = \frac{1}{8}$

در بازه  $[0, 2\pi]$  کدام است؟

$$15(4)$$

$$12(3)$$

$$10(2)$$

$$7(1)$$

پاسخ: ( )



۲۹- (۱۴۰۰) مجموع جواب های معادله مثلثاتی  $2 \sin(x) \cos(2x) + \sin(x) = 1$  در بازه  $[0, 2\pi]$

کدام است؟

$$\frac{7\pi}{2} (۴)$$

$$3\pi (۳)$$

$$\frac{5\pi}{2} (۲)$$

$$2\pi (۱)$$

پاسخ: ( )

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---



۳۰- حاصل حد  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \sin 2x}{(1 - \tan x)^2}$  کدام است؟

∞ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

$\frac{1}{2}$  (۱)

پاسخ: ( )

۳۱- (سراسری ۸۷) حد عبارت  $\frac{1 - \tan x}{\sin(x - \frac{\pi}{4})}$  وقتی  $x \rightarrow \frac{\pi}{4}$  برابر کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

پاسخ: ( )



۳۲- حاصل  $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} \frac{|\cos \pi x|}{1 - \sqrt{2x}}$  کدام است؟

$2\pi$  (۴)

$\pi$  (۳)

$-\frac{\pi}{2}$  (۲)

$-\pi$  (۱)

پاسخ: ( )

۳۳- اگر حد عبارت  $\frac{\sqrt{\cos x} - \sqrt{\sin x}}{\cos(x + \frac{\pi}{4})}$  وقتی  $x \rightarrow \frac{\pi}{4}$  برابر  $2^a$  باشد  $a$  کدام است؟

$\frac{1}{2}$  (۴)

$\frac{1}{4}$  (۳)

$-\frac{1}{4}$  (۲)

$-\frac{1}{2}$  (۱)

پاسخ: ( )



## هم ارزی مثلثاتی





حد های زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\Delta \cos^2 x - 3 \cos x - 2}{\sin^2 x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 2x}{\sin x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\sqrt{1 + \cos x}}{\sin x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin x}{\sqrt{1 - \cos x}} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan^2 x - 1}{\cot^2 x - 1} =$$



$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cot x - \tan x}{\sin x - \cos x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan^{\sqrt{x}} - 1}{\cos^{\sqrt{x}} x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{1 - \sin^{\sqrt{x}} x}}{\sin x - \cos x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{\cos^{\sqrt{x}} x - \cos x}{\sin^{\sqrt{x}} x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{\sin^{\sqrt{\pi x}}}{[x] + \cos \pi x} =$$



حد های زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 x}{\sin 2x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x - \sin^2 x}{1 - \cos^3 x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^3 x - 1}{\cos^3 x - \cos 2x} =$$

۳۴- حد  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin 2x}{x + \sin 3x}$  کدام است؟

$-\frac{1}{2}$  (۴)

$\frac{1}{4}$  (۳)

$-\frac{1}{4}$  (۲)

$\frac{1}{2}$  (۱)

پاسخ: ( )

۳۵- حد  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - x}{1 - |\cos x|}$  کدام است؟

$-\frac{1}{2}$  (۴)

$\infty$  (۳)

صفر (۲)

۲ (۱)

پاسخ: ( )



۳۶- (سراسری ۹۰) حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \sin x}$  کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

$\frac{1}{2}$  (۲)

$\frac{1}{4}$  (۱)

پاسخ: ( )

۳۷- (سراسری ریاضی ۸۵) حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \tan 2x}{\sqrt{1 - \cos x}}$  برابر کدام است؟

۲ (۴)

$2\sqrt{2}$  (۳)

$-\sqrt{2}$  (۲)

$-2\sqrt{2}$  (۱)

پاسخ: ( )

۳۸- مقدار  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - \sqrt[3]{\cos x}}{x^2}$  برابر است با:

$\frac{3}{2}$  (۴)

$\frac{3}{4}$  (۳)

$\frac{1}{4}$  (۲)

$-\frac{1}{4}$  (۱)

پاسخ: ( )

۳۹- مقدار  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 2x}{2 - \sqrt{4 - x^2}}$  کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۶ (۳)

۱۲ (۲)

۸ (۱)

پاسخ: ( )



۴۰- (سراسری ۹۹ ریاضی) حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2+3x} - \sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}}$  برابر کدام است؟

۲ (۴)

$\sqrt{2}$  (۳)

$-\sqrt{2}$  (۲)

-۲ (۱)

پاسخ: ( )

۴۱- (سراسری ۱۴۰۰ ریاضی) فرض کنید  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\tan^{-1}(\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - 1)}{(1 - \cos(\sqrt{2x}))^n} = n$  مقدار  $a + n$  کدام است؟

$\frac{17}{4}$  (۴)

$\frac{15}{4}$  (۳)

$\frac{9}{4}$  (۲)

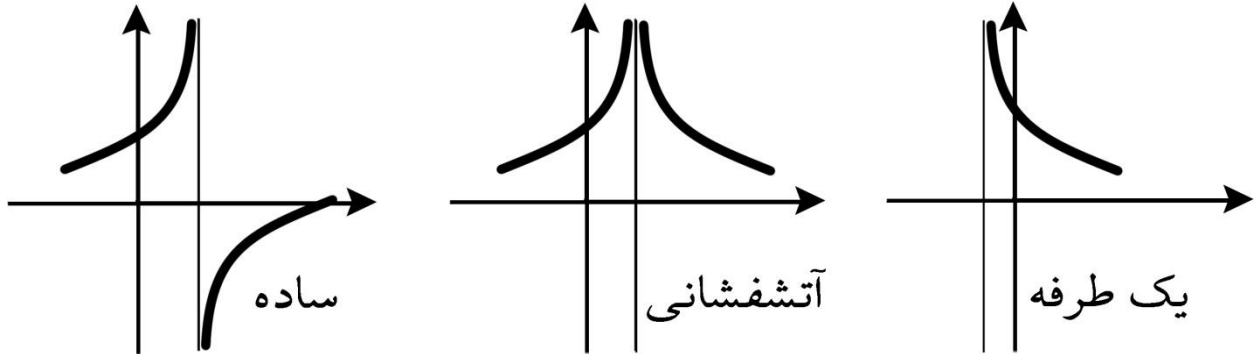
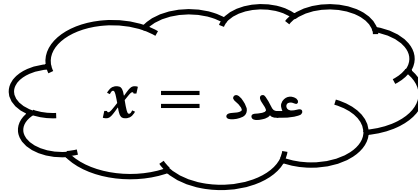
$\frac{7}{4}$  (۱)

پاسخ: ( )



## مجانِب قائم

مجانِب قائم خط قائمی است که منحنی به آن خط نزدیک و نزدیک تر می شود، توجه کنید معادله مجانِب قائم به صورت زیر است.



• تعریف: خط قائم  $x = a$  را مجانِب قائم تابع  $y = f(x)$  می گوئیم هرگاه حد زیر برقرار باشد:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$$

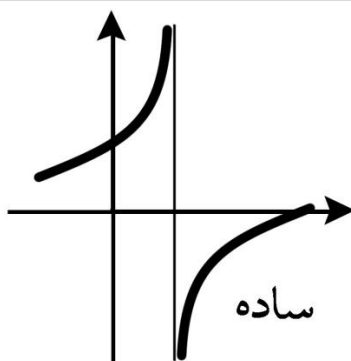
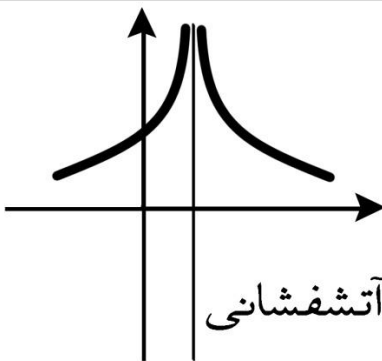
طریقه محاسبه مجانِب قائم:

### توابع کسری

- (۱) ابتدا تابع رو اگر همیشه ساده کنید.
- (۲) ریشه های مخرج را پیدا کنید.
- (۳) ریشه های مخرج را در صورت قرار می دهیم اگر صفر نشد آن مجانِب قائم است ولی اگر صورت صفر شود باید آن را بررسی کنیم. (بایستی در آن نقطه حد بگیریم ببینیم حد بینهایت می شود یا نه!؟)
- (۴) مجانِب قائم باید حداقل یک طرفش تعریف شده باشد، یعنی حواست باید به دامنه باشه.

انواع مجانِب قائم:



<p>توان ریشه مخرج فرد است</p>  <p>ساده</p>	 <p>آتشفشانی</p> <p>توان ریشه مخرج زوج است مخرج ریشه مضاعف دارد</p>
---	---

مثال: تابع  $y = \frac{1}{x}$  در  $x = 0$  بجانب  
قائم ساده دارد

مثال: تابع  $y = \frac{1}{x^2}$  در  $x = 0$   
م بجانب قائم آتشفشانی دارد

۴۲- بجانب قائم توابع زیر را بیابید.

ب)  $f(x) = \frac{1 - \sin x}{\cos x}$

الف)  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x + 2}$

پاسخ:

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

ب)  $f(x) = \frac{|x-1| - |x+5|}{x^2 + x - 2}$

ج)  $f(x) = \tan x$

پاسخ:

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---



۴۳- اگر تابع  $f(x) = \frac{x^2+3}{x^2-4x+m-1}$  مجانب های قائم نداشته باشد، حدود  $m$  کدام است؟

(۴)  $m > 1$

(۳)  $m < -5$

(۲)  $m > 5$

(۱)  $m < -1$

پاسخ: ( )

۴۴- اگر تابع  $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+mx+4}$  فقط یک مجانب های قائم داشته باشد، چند مقدار برای  $m$  داریم؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

پاسخ: ( )

۴۵- تابع به معادله  $y = \frac{\cos x - \sin x}{\cos 2x}$  در بازه  $[0, \pi]$  چند مجانب قائم دارد؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

پاسخ: ( )

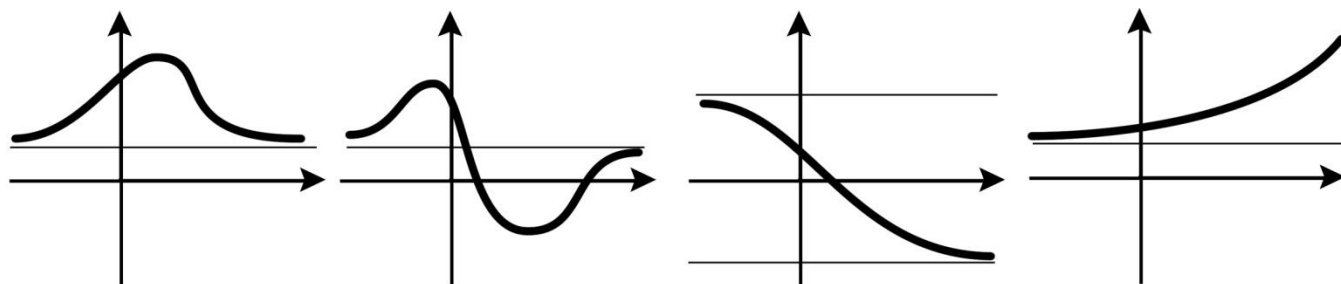




## مجانب افقی

مجانب افقی خط افقی است که منحنی در مثبت یا منفی بینهایت به آن خط نزدیک و نزدیک تر می

شود.



عدد  $y =$

- تعداد مجانب های افقی حداکثر دو تا است.
- معادله مجانب افقی به صورت زیر است.

- **تعریف:** خط افقی  $y = a$  را مجانب افقی تابع  $y = f(x)$  می گوئیم هرگاه حداقل یکی از حد های زیر برقرار باشد.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = a$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$$

- طریقه محاسبه مجانب افقی: حد تابع را در مثبت و منفی بینهایت حساب می کنیم! ( مثبت منفی در توابع رادیکالی اهمیت پیدا می کند. )

یاد آوری: برای محاسبه ی حد تابع در بینهایت  
 کسری  $\Leftarrow$  هم ارزی پر توان  
 رادیکالی  $\Leftarrow$  هم ارزی نیوتون

۴۶- مجانب های افقی توابع زیر را بیابید.

$f(x) = \frac{ x }{2x-1} \quad (۲)$	$f(x) = \frac{4x-1}{7x+3} \quad (۱)$
-------------------------------------	--------------------------------------



$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 2} - 2x \quad (۴)$$

$$f(x) = \sqrt{9x^2 + x} - \sqrt{9x^2 - x} \quad (۳)$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{4x-1}{|x|} \quad (۶)$$

$$f(x) = \frac{x}{x^2-1} \quad (۵)$$

۴۷- فاصله ی نقطه ی تلاقی مجانب های منحنی به معادله ی  $f(x) = \frac{x-\sqrt{x}}{x^2-3x+2}$  از مبدا مختصات کدام است؟

۵ (۴)

 $\sqrt{5}$  (۳)

۲ (۲)

 $\sqrt{2}$  (۱)

پاسخ: ( )

---



---



---



---



---



۴۸- به ازای کدام مقدار  $a$  ، خط به معادله  $y = x + a$  از نقطه ی تلاقی مجانب های منحنی به معادله ی

$$f(x) = \frac{2x^2 - 2x}{x^2 + x - 2}$$

(۳) ۴

(۲) -۲

(۱) -۴

(۴) ۲

پاسخ: ( )

۴۹- (سراسری ۸۷) منحنی به معادله  $y = \frac{x^2 + 3x}{ax^2 + 4x - 1}$  فقط دو خط مجانب دارد. مختصات نقطه ی تلاقی

مجانب ها کدام می تواند باشد؟

(۴)  $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4})$

(۳)  $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$

(۲)  $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4})$

(۱)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$

پاسخ: ( )

۵۰- (سراسری ۹۱) اگر  $f(x) = \frac{x+3}{2x+1}$  و  $g(x) = \frac{2x-1}{x+2}$  باشد، نقطه ی تلاقی مجانب های تابع  $f \circ g$  کدام

است؟

(۴)  $(0, 1)$

(۳)  $(-2, 2)$

(۲)  $(-1, 1)$

(۱)  $(-1, 0)$

پاسخ: ( )



۵۱- اگر  $f(x) = \frac{x+11}{x^2-3x-4}$  و  $g(x) = \frac{3}{x-4}$  باشد، نقطه ی تلاقی مجانب های تابع  $f - g$  کدام است؟

- (۱)  $(-1, 0)$       (۲)  $(-1, 2)$       (۳)  $(4, -1)$       (۴)  $(4, 0)$

پاسخ: ( )

۵۲- نمودار تابع  $f(x) = \frac{2x^2-3x}{(x-1)^2}$  خط مجانب افقی خود را در نقطه ی  $A$  قطع می کند. فاصله ی نقطه ی  $A$  از

مجانب قائم کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$       (۲)  $\frac{3}{2}$       (۳) ۱      (۴) ۲

پاسخ: ( )

۵۳- خط به معادله ی  $y = \frac{3}{4}$  مجانب افقی نمودار تابع با ضابطه ی  $y = 2x - 1 + \sqrt{ax^2 + bx}$  است،  $b$

کدام است؟

- (۱)  $-10$       (۲)  $-5$       (۳) ۵      (۴) ۱۰

پاسخ: ( )



۵۴- (سراسری ۹۹) نمودار تابع  $f(x) = \frac{-2x^2+3x}{ax^2+bx+c}$  دارای خط های مجانب  $y = -1$ ،  $x = -2$  و  $x = 1$  است.  $f(-1)$  کدام است؟

- (۱)  $0/25$       (۲)  $1/5$       (۳)  $1/75$       (۴)  $-1/5$

پاسخ: ( )

۵۵- (سراسری ۹۹) نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{ax^2+7x}{2x^2+bx+c}$  فقط یک مجانب قائم  $x = 2$  دارد. اگر  $f(3) = 6$  باشد. معادله مجانب افقی آن، کدام است؟

- (۱)  $y = -1$       (۲)  $y = -\frac{1}{2}$       (۳)  $y = \frac{1}{2}$       (۴)  $y = \frac{3}{2}$

پاسخ: ( )

۵۶- (سراسری ۱۴۰۰) تابع  $f(x) = \frac{ax^2-bx^2+2}{ax^2-bx+2}$  در دو نقطه ناپیوسته و فقط دو مجانب موازی با محور های مختصات دارد. مقدار  $a$  و  $b$  کدام اند؟

- (۱)  $a = 0, b = 2$       (۲)  $a = 8, b = 10$   
 (۳)  $a = -2, b = 0$       (۴)  $a = -8, b = -6$

پاسخ: ( )