





۸ در یک ساعت عقربه‌ای، نوک عقربه دقیقه‌شمار در مدت زمان ۴۰ دقیقه، مسافت ۶۰ سانتی‌متر را طی کرده است. طول عقربه دقیقه‌شمار چند سانتی‌متر است؟

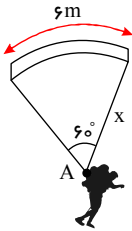
۴۵π (۴)

$\frac{۴۵}{\pi}$  (۳)

۱۵π (۲)

$\frac{۱۵}{\pi}$  (۱)

۹ مطابق شکل، یک چتر نجات به حالت دایره‌ای در هنگام پرواز به اندازه ۶۰ درجه باز شده است. مقدار  $x$  چند متر است؟ (نقطه  $A$  را مرکز دایره فرض کنید).



۱۸π (۲)

$\frac{\pi}{۱۰}$  (۱)

$\frac{۱۸}{\pi}$  (۴)

۱۰π (۳)

۱۰ در یک مثلث قائم‌الزاویه، اختلاف دو زاویه حاده برابر با ۱۸° است. کوچک‌ترین زاویه مثلث چند رادیان است؟

$\frac{۲\pi}{۵}$  (۴)

$\frac{۳\pi}{۱۰}$  (۳)

$\frac{\pi}{۵}$  (۲)

$\frac{\pi}{۱۰}$  (۱)

۱۱ نقاط انتهایی مربوط به کمان‌های ۲- و ۷ رادیان، به ترتیب از راست به چپ در کدام نواحی دایره مثلثاتی قرار می‌گیرند؟

دوم و دوم (۴)

سوم و اول (۳)

سوم و دوم (۲)

دوم و اول (۱)

۱۲ طول کمان زاویه مرکزی  $\frac{\pi}{۳}$  رادیان در دایره  $C$  با طول کمان زاویه مرکزی  $\frac{\pi}{۱۲}$  رادیان در دایره  $C'$  برابر است. نسبت مساحت دایره  $C$  به مساحت دایره  $C'$  کدام است؟

۱۶ (۴)

$\frac{۱}{۱۶}$  (۳)

۴ (۲)

$\frac{۱}{۴}$  (۱)

۱۳ در مدت ۴۸ دقیقه، عقربه‌های ساعت‌شمار و دقیقه‌شمار، در مجموع چند رادیان طی می‌کنند؟

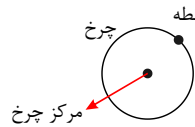
$\frac{۲۸\pi}{۱۵}$  (۴)

$\frac{۲۶\pi}{۱۵}$  (۳)

$\frac{۹\pi}{۵}$  (۲)

$\frac{۸\pi}{۵}$  (۱)

۱۴ طول کمانی که یک نقطه روی یک چرخ دوار به شعاع  $\frac{۱}{\pi}$  متر در هر ساعت طی می‌کند برابر با ۲٫۵ متر است. اگر این نقطه نسبت به مرکز چرخ به اندازه ۹۰۰ درجه دوران کرده و سپس از کار بایستد، این چرخ جمعاً چند ساعت چرخیده است؟



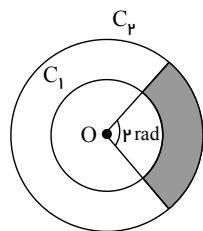
۲ (۲)

۱ (۱)

۵ (۴)

۳ (۳)

۱۵ دو دایره  $C_1(O, r)$  و  $C_2(O, R)$  که  $R > r$ ، مطابق شکل زیر مفروض‌اند. اگر مساحت قسمت هاشورخورده برابر مساحت دایره  $C_1$  باشد، مساحت دایره  $C_2$  چند برابر مساحت دایره  $C_1$  است؟



$\pi - ۱$  (۱)

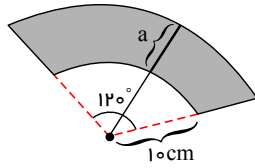
$\pi$  (۲)

$\pi + ۱$  (۳)

$\pi + ۲$  (۴)



۱۶ تیغه برف پاک کن عقب یک اتومبیل، سطح هاشورخورده شکل زیر به مساحت  $۳۰۸\pi$  سانتی مترمربع را تمیز می کند. اگر زاویه طی شده  $۱۲^\circ$  باشد، طول تیغه برف پاک کن ( $a$ ) چند سانتی متر است؟



- ۱۲ ①  
۳۲ ③  
۲۲ ②  
۴۲ ④

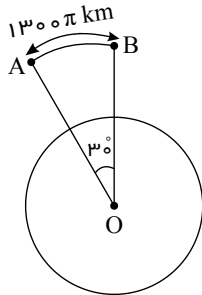
۱۷ طول برف پاک کن اتومبیلی ۲۴ سانتی متر است. اگر برف پاک کن کمانی به اندازه  $۱۲^\circ$  درجه طی کند، طول کمان طی شده توسط نوک برف پاک کن تقریباً چند سانتی متر است؟ ( $\pi \approx ۳,۱۴$ )

- ۱۵۰ ①  
۶۰ ②  
۲۵ ③  
۵۰ ④

۱۸ اگر اندازه یک زاویه برحسب رادیان ۳ برابر شود به اندازه آن زاویه برحسب درجه،  $۶^\circ$  اضافه می شود. اندازه زاویه اولیه برحسب رادیان کدام است؟

- $\frac{\pi}{۱۲}$  ①  
 $\frac{\pi}{۶}$  ②  
 $\frac{\pi}{۴}$  ③  
 $\frac{\pi}{۳}$  ④

۱۹ ماهواره ای در یک مدار دایره ای به دور زمین در حال حرکت است. اگر این ماهواره مسافتی معادل  $۱۳۰۰\pi$  کیلومتر را طی کند، با توجه به شکل، ماهواره در چه فاصله ای از سطح زمین برحسب کیلومتر در حال حرکت است؟ (شعاع زمین  $۶۴۰۰$  کیلومتر است.)

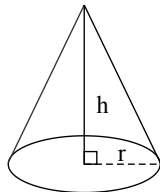


- ۱۴۰۰ ①  
 $\frac{۱۳۰۰\pi}{۳}$  ②  
۷۸۰۰ ③  
 $\frac{۱۴۹\pi}{۳}$  ④

۲۰ در مدت زمانی معین، نوک عقربه دقیقه شمار یک ساعت عقربه ای با طول ۸ سانتی متر،  $۱۶\pi$  سانتی متر مسافت را طی می کند. در این مدت زمان، نوک عقربه ساعت شمار با طول ۶ سانتی متر، چه مسافتی را برحسب سانتی متر طی می کند؟

- $\pi$  ①  
 $۴\pi$  ②  
 $۶\pi$  ③  
 $۱۲\pi$  ④

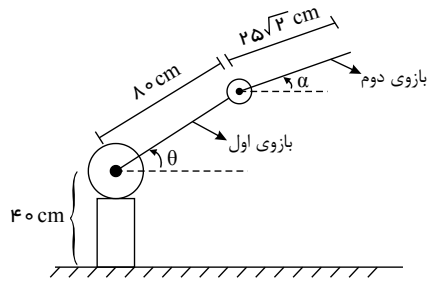
۲۱ در شکل مقابل، یک مخروط با شعاع قاعده  $r$  و ارتفاع  $h = ۲\sqrt{۲}r$  نشان داده شده است. در شکل گسترده مخروط، اندازه زاویه قطاع حاصل چند درجه است؟



- ۹۰ ①  
۱۳۵ ③  
۱۲۰ ②  
۱۵۰ ④



۲۲ شکل زیر یک ربات است که از دو بازوی متصل به هم برای برداشتن اجسام استفاده می‌کند. این ربات برای برداشتن یک شیء، بازوی دوم خود را در حالت زاویه  $\alpha = -45^\circ$  نسبت به افق قرار داده است. اگر بازوی اول در وضعیت افقی قرار گیرد، ارتفاع جسم از سطح زمین بر حسب سانتی‌متر کدام است؟



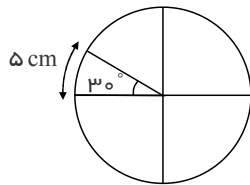
- ۱) ۲۰
- ۲) ۱۵
- ۳) ۳۵
- ۴) ۱۰

۲۳ کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

- ۱)  $\sin 4 > \cos(-1)$
- ۲)  $\cos 2 > \sin 1$
- ۳)  $\sin 3 < \cos(-1)$
- ۴)  $\sin(-4) < \cos(-2)$

۲۴ اگر  $20^\circ < \theta < 50^\circ$  باشد و  $\sin 3\theta = \frac{m-1}{2}$ ، حدود  $m$  کدام است؟

- ۱) (۲, ۳)
- ۲) (۲, ۳)
- ۳) (۲, ۳)
- ۴) [۲, ۳]



۲۵ مساحت دایره مقابل کدام است؟

- ۱)  $\frac{900}{\pi}$
- ۲)  $\frac{800}{\pi}$
- ۳)  $\frac{700}{\pi}$
- ۴)  $\frac{620}{\pi}$

۲۶ دو ناظر  $A$  و  $B$  که در سطح زمین قرار دارند و با فاصله ۲۰ متر از هم در یک طرف برجی ایستاده‌اند، نوک این برج را با زاویه‌های  $30^\circ$  و  $45^\circ$  نسبت به افق می‌بینند. ارتفاع این برج چند متر است؟ ( $A, B$  و پای برج روی یک خط قرار دارند.)

- ۱)  $10(\sqrt{3} + 1)$
- ۲)  $10(\sqrt{3} - 1)$
- ۳)  $20(\sqrt{3} + 1)$
- ۴)  $20(\sqrt{3} - 1)$

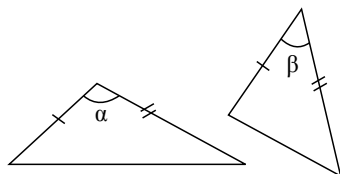
۲۷ شخصی با قد ۱٫۸۰ متر از روی پشت‌بام ساختمانی به ارتفاع ۷۵ متر بالگردی را که از روبه‌رو به آن شخص در حال نزدیک شدن است می‌بیند. اگر زاویه دید شخص نسبت به سطح افق  $30^\circ$  درجه و فاصله بالگرد تا شخص در راستای زاویه دید شخص در حدود  $440,4$  متر باشد، بالگرد در چند متری از سطح زمین قرار دارد؟

- ۱) ۲۹۶٫۸
- ۲) ۲۹۵٫۲
- ۳) ۲۹۷
- ۴) ۲۲۲

۲۸ کم‌ترین مقدار عبارت  $f(x) = -\sin^2 x + \sin x + 1$  کدام است؟

- ۱) -۲
- ۲)  $-\frac{5}{4}$
- ۳) -۱
- ۴)  $-\frac{3}{2}$

۲۹ اگر در دو مثلث هم‌مساحت زیر داشته باشیم:  $\sin \alpha = \cot \beta$ ، حاصل  $\cos \alpha$  کدام است؟ ( $\alpha > \frac{\pi}{2}$ )



- ۱)  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$
- ۲)  $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$
- ۳)  $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$
- ۴)  $\frac{1-\sqrt{5}}{4}$

۳۰ اگر  $\sin x + \cos x = \frac{\sqrt{6}}{2}$  باشد، حاصل  $\tan x + \cot x$  کدام است؟

- ۱) ۱
- ۲) ۲
- ۳) ۳
- ۴) ۴



# پاسخنامه تشریحی

نکته: اگر دو زاویه  $\alpha$  و  $\beta$  متمم باشند، داریم:

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \cos \beta, \cos \alpha = \sin \beta \\ \tan \alpha = \cot \beta, \cot \alpha = \tan \beta \end{cases}$$

چون  $\forall x = \frac{\pi}{2}$  داریم:

$$x + \frac{\pi}{2} - x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos x = \sin \frac{\pi}{2} - x$$

$$\frac{\pi}{2} - x + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin \frac{\pi}{2} - x = \cos x$$

$$\frac{\pi}{2} - x + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \tan \frac{\pi}{2} - x = \cot x$$

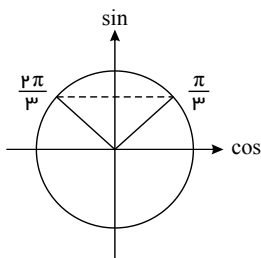
$$\frac{\cos x \sin \frac{\pi}{2} - x \tan \frac{\pi}{2} - x}{\cot \frac{\pi}{2} - x \cos \frac{\pi}{2} - x \sin \frac{\pi}{2} - x} = \frac{\sin x \cos \frac{\pi}{2} - x \cot \frac{\pi}{2} - x}{\cot \frac{\pi}{2} - x \cos \frac{\pi}{2} - x \sin \frac{\pi}{2} - x} = 1$$

برای آنکه گلوله قبل از برخورد به زمین به دیوار برخورد کند، باید فاصله افقی طی شده آن بزرگتر از  $5\sqrt{3}$  باشد، پس داریم:

$$d > 5\sqrt{3} \Rightarrow \frac{v^2 \sin 2\alpha}{1.0} > 5\sqrt{3} \xrightarrow{v=1.0} \sin 2\alpha > \frac{\sqrt{3}}{2}$$

چون  $\alpha$  زاویه حاده است، پس  $2\alpha$  از  $0$  تا  $\pi$  می تواند باشد. سینوس زاویه های  $\frac{\pi}{3}$  و  $\frac{2\pi}{3}$  در این بازه برابر با  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  است. طبق دایره مثلثاتی:

$$\frac{\pi}{3} < 2\alpha < \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{\pi}{3}$$



به ازای  $\alpha = \frac{\pi}{6}$  و  $\alpha = \frac{\pi}{3}$  گلوله پای دیوار فرود می آید و به ازای  $\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{\pi}{3}$  گلوله بالاتر از سطح زمین به دیوار برخورد می کند.

با بررسی گزینه ها داریم:

۱ غلط  $y = \pi \rightarrow \sin(2\pi - x) = \sin x \Rightarrow -\sin x = \sin x$

۲ غلط  $y = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \sin(3\pi - x) = \sin x \Rightarrow \sin(2\pi + \pi - x) = \sin x \Rightarrow \sin(\pi - x) = \sin x$

$\Rightarrow \sin x = \sin x$ ,  $\cos(\frac{3\pi}{2} + x) + \sin x = 0 \Rightarrow \cos(\pi + \frac{\pi}{2} + x) + \sin x = 0$

$\Rightarrow -\cos(\frac{\pi}{2} + x) + \sin x = 0 \Rightarrow \sin x + \sin x = 0$  غلط

۳ غلط  $y = 2\pi \rightarrow \sin(4\pi - x) = \sin x \Rightarrow -\sin x = \sin x$

۴ غلط  $y = -\frac{3\pi}{2} \rightarrow \sin(-3\pi - x) = \sin x \Rightarrow -\sin(2\pi + \pi + x) = \sin x$

$\Rightarrow -\sin(\pi + x) = \sin x \Rightarrow \sin x = \sin x$  درست

$\cos(-\frac{3\pi}{2} + x) + \sin x = 0 \Rightarrow \cos(\frac{3\pi}{2} - x) + \sin x = 0 \Rightarrow \cos(\pi + \frac{\pi}{2} - x) + \sin x = 0$



$$\Rightarrow -\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin x = 0 \Rightarrow -\sin x + \sin x = 0 \text{ درست}$$

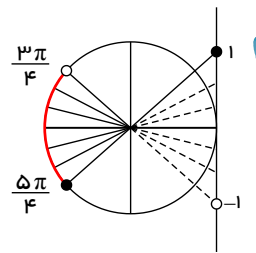
۱ ۲ ۳ ۴ ۴

$$\frac{3\pi}{8} < \alpha \leq \frac{5\pi}{8} \xrightarrow{\times 2} \frac{3\pi}{4} < 2\alpha \leq \frac{5\pi}{4}$$

$$\frac{3\pi}{4} < x \leq \frac{5\pi}{4}$$

$$\tan x = \frac{-m+1}{2}$$

با فرض  $2\alpha = x$  داریم:



باتوجه به دایره مثلثاتی مشخص می شود که  $-1 < \tan x \leq 1$  داریم:

$$-1 < \frac{-m+1}{2} \leq 1 \Rightarrow -2 < -m+1 \leq 2 \Rightarrow -3 < -m \leq 1 \Rightarrow -1 \leq m < 3 \Rightarrow m \in [-1, 3)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

رادیان  $\frac{43\pi}{40} = \frac{2\pi}{40} = \frac{\pi}{20}$  زاویه مرکزی بین دو کابین متوالی

$$\frac{\frac{43\pi}{40}}{\frac{\pi}{20}} = \frac{20 \times \frac{43\pi}{40}}{1 \times \pi} = 86$$

$$86 = 80 + 6 = 2 \times 40 + 6$$

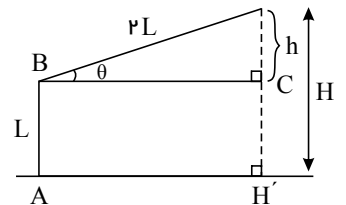
پس از  $\frac{43\pi}{40}$  دوران، به اندازه ۸۶ کابین حرکت کرده است، پس داریم:

$$\text{موقعیت جدید} = 5 + 6 = 11$$

یعنی ۲ دور کامل حرکت کرده و سپس ۶ کابین جلو رفته است، پس:

۱ ۲ ۳ ۴ ۶ ابتدا ارتفاع نوک گیره این روبات تا سطح زمین را به صورت تابعی از  $\theta$  می نویسیم:

$$h = 2L \sin \theta \Rightarrow H = L + 2L \sin \theta$$



می دانیم بیشترین مقدار ممکن زمانی رخ می دهد که  $\sin \theta = 1$  باشد که در این صورت:  $H = 3L$  پس طبق فرض، روبات در حالتی قرار دارد که:

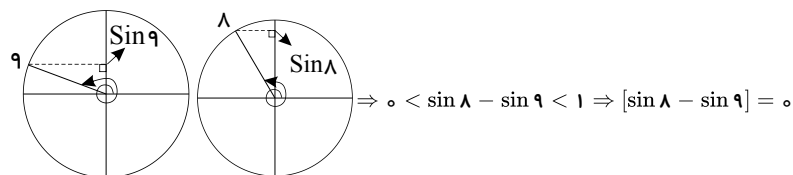
$$H = \frac{3L}{2} \Rightarrow L + 2L \sin \theta = \frac{3L}{2} \Rightarrow 2L \sin \theta = \frac{L}{2} \Rightarrow \sin \theta = \frac{1}{4}$$

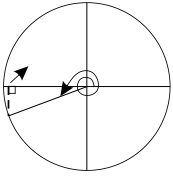
$$\Rightarrow \cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta} = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

در نتیجه:

$$AH' = BC = 2L \cos \theta = 2L \times \frac{\sqrt{15}}{4} = \frac{\sqrt{15}}{2} L$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷ زاویه های داده شده برحسب رادین هستند و هر رادین تقریباً برابر با ۵۷ درجه است.





$$\Rightarrow -1 < \cos 10^\circ < 0 \Rightarrow [\cos 10^\circ] = -1 \Rightarrow A = 2(0) + (-1) = -1$$

یک دور کامل در دایره، ۶۰ دقیقه است. بنابراین عقربه دقیقه شمار  $\frac{2}{3}$  دایره را طی کرده است. دایره کامل  $2\pi$  رادیان است. بنابراین داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۸

$$\text{زاویه دوران عقربه برحسب رادیان} = \frac{2}{3} \times 2\pi = \frac{4\pi}{3} \text{ rad}$$

$$\Rightarrow r = \frac{l \text{ (طول کمان)}}{\theta \text{ (برحسب رادیان)}}$$

$$= \frac{60}{\frac{4\pi}{3}} = \frac{45}{\pi} \text{ (سانتی متر)}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹

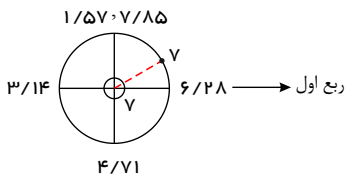
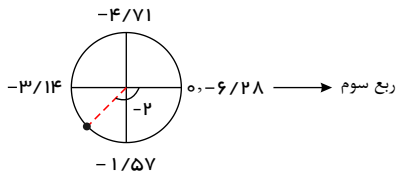
$$60^\circ \text{ طول کمان مقابل زاویه } = \frac{60}{360} \times 2\pi x = \frac{1}{6} \times 2\pi x = \frac{\pi x}{3} = 6 \Rightarrow x = \frac{18}{\pi}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

$$\left. \begin{array}{l} x - y = 18^\circ \\ x + y = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow 2x = 108^\circ \Rightarrow x = 54^\circ, y = 90^\circ - 54^\circ \Rightarrow y = 36^\circ$$

$$\frac{36}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{36\pi}{180} = \frac{\pi}{5}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲

$$C \text{ طول کمان در دایره } = C' \text{ طول کمان در دایره } \Rightarrow l = l' \Rightarrow r_C \cdot \alpha = r_{C'} \cdot \alpha'$$

$$\Rightarrow r_C \times \frac{\pi}{3} = r_{C'} \times \frac{\pi}{12} \Rightarrow \frac{1}{3} r_C = \frac{1}{12} r_{C'} \Rightarrow r_{C'} = 4r_C$$

$$\frac{S_C}{S_{C'}} = \frac{\pi r_C^2}{\pi r_{C'}^2} = \left(\frac{r_C}{r_{C'}}\right)^2 = \left(\frac{r_C}{4r_C}\right)^2 = \frac{1}{16}$$

در هر ۶۰ دقیقه، عقربه ساعت شمار  $\frac{\pi}{6}$  رادیان و عقربه دقیقه شمار  $2\pi$  رادیان می چرخد، پس داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳

$$\text{عقربه ساعت شمار} \Rightarrow \frac{60}{48} = \frac{\pi}{x} \Rightarrow x = \frac{48 \times \pi}{60} = \frac{8\pi}{60} = \frac{2\pi}{15}$$



$$\text{عقربه دقیقه شمار} \Rightarrow \frac{60}{48} = \frac{2\pi}{y} \Rightarrow y = \frac{48 \times 2\pi}{60} = \frac{8\pi}{5}$$

$$x + y = \frac{2\pi}{15} + \frac{8\pi}{5} = \frac{2\pi + 24\pi}{15} = \frac{26\pi}{15}$$

1 2 3 4 14

$$D = 90^\circ \Rightarrow \frac{90}{180} = \frac{\theta}{\pi} \Rightarrow \theta = 5\pi \Rightarrow \text{طول کمان طی شده } l = r \cdot \theta = 5\pi \times \frac{1}{\pi} = 5$$

چون هر یک ساعت  $\frac{2}{5}$  متر می چرخد، پس در مدت ۲ ساعت ۵ متر می چرخد.

$$\text{مساحت قطاعی با زاویه } \theta \text{ (برحسب رادیان) در دایره با شعاع } r \text{ از رابطه } S = \frac{1}{2}\theta r^2 \text{ به دست می آید؛ بنابراین مساحت قسمت هاشورخورده در شکل برابر است با:}$$

1 2 3 4 15

$$S = \frac{1}{2}(\pi)R^2 - \frac{1}{2}(\pi)r^2 = R^2 - r^2$$

از طرفی  $S_{C_1} = \pi r^2$  است؛ بنابراین داریم:

$$R^2 - r^2 = \pi r^2 \Rightarrow R^2 = (\pi + 1)r^2 \Rightarrow \frac{R^2}{r^2} = \pi + 1$$

اما می دانیم که نسبت مساحت دو دایره، با نسبت مربع شعاع آن‌ها برابر است، یعنی:

$$\frac{S_{C_2}}{S_{C_1}} = \frac{R^2}{r^2} = \pi + 1$$

1 2 3 4 16

$$\text{هاشور } S = \frac{120}{360}(\pi(a+10)^2 - \pi \times 10^2) = \frac{\pi}{3}((a+10)^2 - 10^2) = 308\pi$$

$$(a+10)^2 - 100 = 924 \Rightarrow (a+10)^2 = 1024 = 2^{10} = (2^5)^2 = 32^2$$

$$\Rightarrow a + 10 = 32 \Rightarrow a = 22$$

طول برف پاک کن، شعاع دایره می باشد و داریم:

1 2 3 4 17

$$r = 24 \text{ cm}, \alpha = 120^\circ \Rightarrow \text{طول کمان} = \frac{120}{360} \times 2\pi r = \frac{2\pi r}{3} = \frac{2\pi \times 24}{3} = 16\pi \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \text{طول کمان} = 16 \times 3,14 = 50,24$$

اگر اندازه زاویه برحسب رادیان را با  $R$  و برحسب درجه را با  $D$  نشان دهیم، داریم:

1 2 3 4 18

$$R_2 = 3R_1, \quad D_2 = 60 + D_1, \quad \frac{R}{\pi} = \frac{D}{180} \Rightarrow D = \frac{180R}{\pi}$$

$$D_2 = 60 + D_1 \Rightarrow \frac{180R_2}{\pi} = 60 + \frac{180R_1}{\pi} \Rightarrow 180R_2 = 60\pi + 180R_1$$

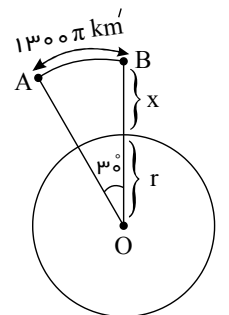
$$3R_2 = \pi + 3R_1 \Rightarrow 3 \times 3R_1 = \pi + 3R_1 \Rightarrow 6R_1 = \pi \Rightarrow R_1 = \frac{\pi}{6}$$

می دانیم  $30^\circ$  معادل  $\frac{\pi}{6}$  رادیان است، پس داریم:

1 2 3 4 19

$$\widehat{AB} \text{ طول کمان } l = (x+r) \cdot \frac{\pi}{6} = 1300\pi \Rightarrow x+r = 6 \times 1300$$

$$\Rightarrow x + 6400 = 7800 \Rightarrow x = 1400 \text{ km}$$





عقربه دقیقه شمار  $\Rightarrow r_1 = 18\text{cm}$  ,  $l_1 = 16\pi \Rightarrow$  زاویه طی شده  $= \frac{l_1}{r_1} = \frac{16\pi}{18} = 2\pi$

یعنی عقربه دقیقه شمار یک دور کامل را طی کرده است و از لحاظ زمانی یعنی یک ساعت گذشته است و می دانیم در یک ساعت، عقربه ساعت شمار  $\frac{\pi}{6}$  رادیان را طی می کند، پس داریم:

عقربه ساعت شمار:  $r_2 = 6\text{cm}$  ,  $\theta_2 = \frac{\pi}{6} \Rightarrow l_2 = r_2\theta_2 = 6 \times \frac{\pi}{6} = \pi\text{cm}$

$h = 2\sqrt{2}r$  ,  $R^2 = h^2 + r^2$

$\Rightarrow R^2 = 18r^2 + r^2 = 19r^2 \Rightarrow R = 3r$

$\theta = \frac{l}{R} = \frac{2\pi r}{3r} = \frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{180} = \frac{D}{\pi} = \frac{2}{3}$

$\Rightarrow D = \frac{2 \times 180}{3} = 120^\circ$

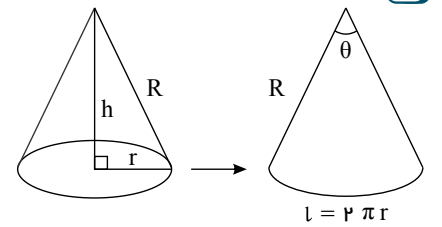
$\sin \alpha = \frac{x}{25\sqrt{2}} \Rightarrow x = 25\sqrt{2} \sin \alpha$

$\sin \theta = \frac{y}{80} \Rightarrow y = 80 \sin \theta$

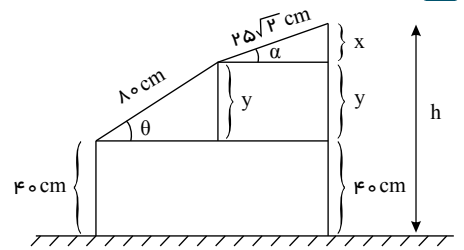
$h = 40 + x + y = 40 + 25\sqrt{2} \sin \alpha + 80 \sin \theta$

$\Rightarrow h = 40 + 25\sqrt{2} \sin(-45^\circ) + 80 \sin(0) = 40 - 25\sqrt{2} \sin 45^\circ + 0$

$\Rightarrow h = 40 - 25\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 40 - 25 = 15$



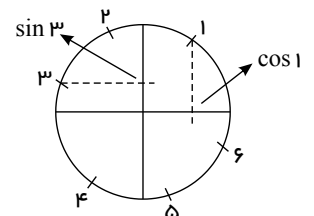
۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲ با توجه به شکل زیر داریم:



$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$  ,  $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$

ابتدا توجه کنید که:

$1\text{rad} \approx 57^\circ \Rightarrow \begin{cases} 2\text{rad} \approx 114^\circ \\ 3\text{rad} \approx 171^\circ \\ 4\text{rad} \approx 228^\circ \end{cases}$



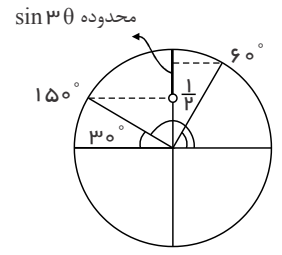
گزینه ۱، نادرست است، زیرا:  $\cos(-1) < 0 < \sin 4$

گزینه ۲، نادرست است، زیرا:  $\cos 2 < 0 < \sin 1$

گزینه ۴، نادرست است، زیرا:  $\cos(-2) < 0 < \sin(-4)$

گزینه ۳، با توجه به دایره مثلثاتی (شکل بالا) درست است.

$$20^\circ < \theta < 50^\circ \Rightarrow 60^\circ < 3\theta < 150^\circ \Rightarrow \frac{1}{2} < \sin 3\theta \leq 1$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵

$$\frac{1}{2} < \frac{m-1}{2} \leq 1 \Rightarrow 1 < m-1 \leq 2 \Rightarrow 2 < m \leq 3 \Rightarrow m \in (2, 3]$$

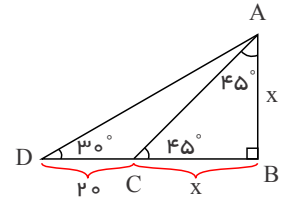
$$30^\circ \text{ مقابل کمان} = \frac{30}{360} \times (\text{محیط دایره}) = \frac{1}{12} \times 2\pi r = \frac{\pi r}{6} = 5$$

$$\Rightarrow r = \frac{30}{\pi} \Rightarrow S = \pi r^2 = \pi \times \frac{900}{\pi^2} = \frac{900}{\pi}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶

$$\triangle ABC : \hat{ACB} = \hat{CAB} = 45^\circ \Rightarrow AB = BC = x$$

$$\triangle ADB : \tan 30^\circ = \frac{AB}{DB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{20+x}$$



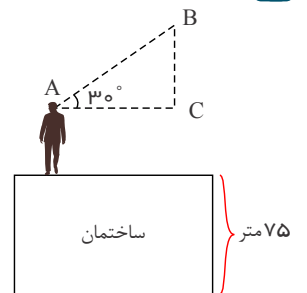
$$\Rightarrow 3x = 20\sqrt{3} + \sqrt{3}x \Rightarrow (3 - \sqrt{3})x = 20\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{20\sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} \times \frac{3 + \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}} = \frac{60\sqrt{3} + 60}{9 - 3} \Rightarrow x = \frac{60(\sqrt{3} + 1)}{6} = 10(\sqrt{3} + 1)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷

$$\sin 30^\circ = \frac{BC}{AB} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{BC}{440,4} \Rightarrow BC = 220,2$$

$$\Rightarrow \text{فاصله بالگرد تا سطح زمین} = 220,2 + 1,8 + 75 = 297 \text{ (متر)}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸

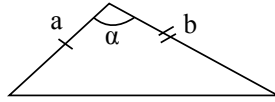
$$f(x) = -(\sin^2 x - \sin x) + 1 = -\left(\left(\sin x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}\right) + 1$$

$$\Rightarrow f(x) = -\left(\sin x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{5}{4}$$

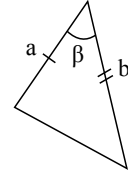
$$-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow -\frac{3}{2} \leq \sin x - \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow 0 \leq \left(\sin x - \frac{1}{2}\right)^2 \leq \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow -\frac{9}{4} \leq -\left(\sin x - \frac{1}{2}\right)^2 \leq 0 \Rightarrow -\frac{9}{4} + \frac{5}{4} \leq -\left(\sin x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{5}{4} \leq \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow -1 \leq f(x) \leq \frac{5}{4} \Rightarrow \min f = -1$$



شکل (۱)



شکل (۲)

$$S_1 = S_2 \Rightarrow \frac{1}{2}ab \sin \alpha = \frac{1}{2}ab \sin \beta \Rightarrow \sin \alpha = \sin \beta$$

$$\sin \alpha = \cot \beta \Rightarrow \sin \beta = \frac{\cos \beta}{\sin \beta} \Rightarrow \sin^2 \beta = \cos \beta$$

$$\Rightarrow 1 - \cos^2 \beta = \cos \beta \Rightarrow \cos^2 \beta + \cos \beta - 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 1 + 4 = 5 \Rightarrow \cos \beta = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$-1 \leq \cos \beta \leq 1 \Rightarrow \cos \beta = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}, \quad \sin \alpha = \sin \beta \Rightarrow \sin^2 \alpha = \sin^2 \beta$$

$$\Rightarrow 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \cos^2 \beta \Rightarrow \cos^2 \alpha = \cos^2 \beta \Rightarrow |\cos \alpha| = |\cos \beta| = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$

$$\alpha > \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos \alpha < 0 \Rightarrow -\cos \alpha = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$$

$$\sin x + \cos x = \frac{\sqrt{6}}{2} \xrightarrow{\text{توان } 2} (\sin x + \cos x)^2 = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \Rightarrow 1 + 2 \sin x \cos x = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow 2 \sin x \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x \cos x = \frac{1}{4}$$

$$\tan x + \cot x = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$$

# پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴

۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴

۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴

۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴