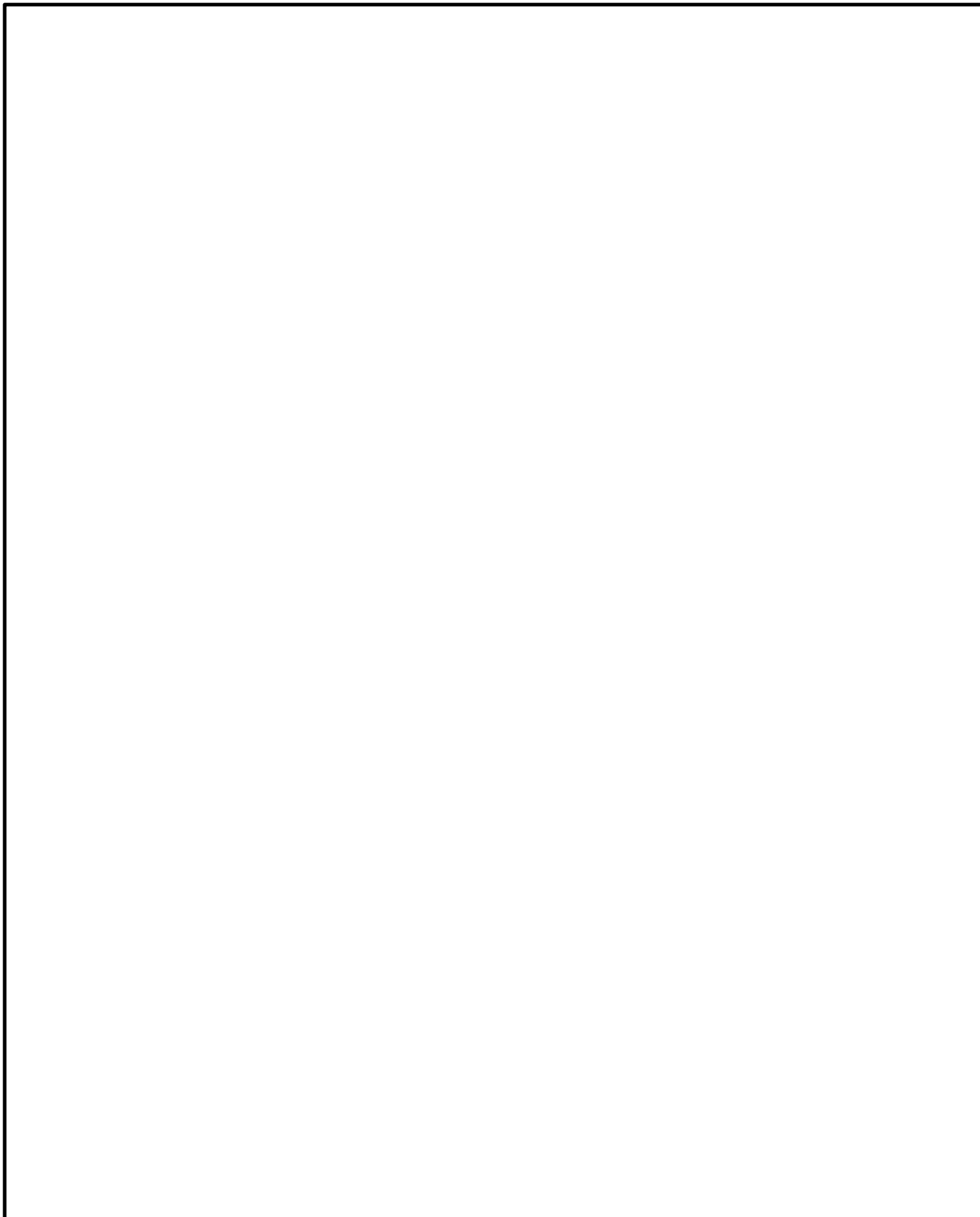
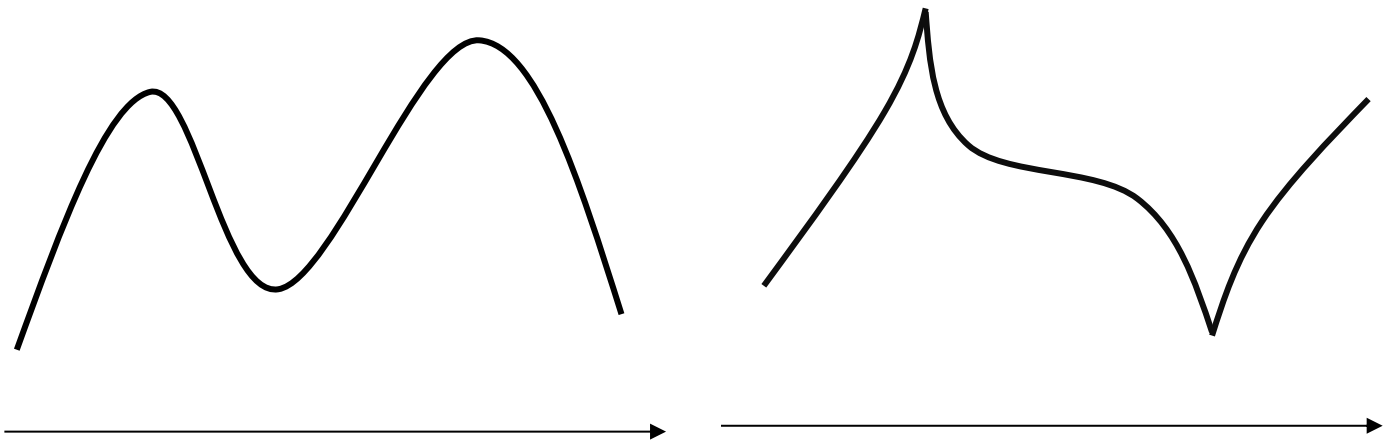


کاربرد مشتق

ارتباط توابع صعودی و نزولی با مشتق





اکسترمم = ماکسیمم یا مینیمم

توجه : اگر تابعی پیوسته باشد برای تشخیص صعودی و نزولی بودن تابع و تشخیص ماکسیمم و مینیمم نسبی تابع کافی است مشتق بگیریم و آن را تعیین علامت کنیم.
 مثال : یکنوایی توابع زیر را تشخیص دهید و اکسترم های نسبی آن را بیابید.

$$y = x^3 - 3x^2 - 1$$

$$y = x^3 - 2$$

$$y = \frac{1}{x} - 3$$

$$y = \sqrt[3]{x} - 4$$

$$y = x + \frac{4}{x^2} - 5$$

تشخیص یکنوایی و اکسترمم های نسبی

راه اول : مشتق بگیریم و تعیین علامت کنیم

راه دوم : رسم تابع برای توابع که مشتق آنها سخت است و یا قابل محاسبه نیست مثل

قدر مطلق / جز صحیح / چند ضابطه ای / مثلثاتی / لگاریتمی / نمایی

$$y = \sqrt{x} - \sqrt[3]{x} - 6$$



$$y = \frac{1}{r} \sqrt{rx} + \frac{1}{x} - 7$$

$$y = \sqrt[3]{x^2} \times (x - 2) - 8$$

نکته: اگر تابعی کسری ریشه مخرج داشته باشد که در یک همسایگی دو طرفه مجانب قائم داشته باشد، غیر یکنواست.



$$y = \frac{1}{x^2+1} \quad -9$$

$$y = \frac{x}{x^2+1} \quad -10$$

$$y = \frac{x+1}{x^2} \quad -11$$

$$y = \sqrt{x} \times (x-1) \quad -12$$



$$y = |2x - |x - 2|| - 13$$

$$y = [x] - 14$$

$$y = (x - 1)\sqrt{x} - 10$$

$$y = \frac{x}{1-x^2} - 16$$



۱۷- تابع با ضابطه ی $f(x) = x^3 + ax^2 + x$ همواره صعودی است، حدود تغییرات a کدام است؟

- (۱) $0 \leq a < 2$ (۲) $-\sqrt{3} \leq a < 2$ (۳) $|a| \leq \sqrt{3}$ (۴) $|a| \leq 2$

پاسخ: ()

۱۸- (سراسری ۱۴۰۰) بازه هایی که تابع $f(x) = \frac{x^4}{x^2-8}$ در آنها اکیداً نزولی است را در نظر بگیرید. مینیم طول این بازه ها، کدام است؟

- (۱) 1 (۲) $\sqrt[3]{4} - 1$ (۳) $2\sqrt[3]{4}$ (۴) $2(\sqrt[3]{4} - 1)$

پاسخ: ()

۱۹- (سراسری ۱۴۰۰) تعداد بازه هایی که تابع $f(x) = \frac{x^4-3}{x^2-2}; x \in (-2, 2)$ در آنها اکیداً نزولی است کدام است؟

- (۱) 2 (۲) 3 (۳) 4 (۴) 5

پاسخ: ()



۲۰- (سراسری ۱۴۰۰) کدام عبارت برای تابع $f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{3}{2\sqrt{x^2-1}}$ درست است؟

(۱) تابع f در بازه $(1, +\infty) \cup (0, 1)$ نزولی است.

(۲) تابع f در بازه $(1, +\infty)$ و $(0, 1)$ صعودی است.

(۳) تابع f در بازه $(1, +\infty)$ صعودی و در بازه $(0, 1)$ نزولی است.

(۴) تابع f در بازه $(1, +\infty)$ نزولی و در بازه $(0, 1)$ صعودی است.

پاسخ: ()

۲۱- (سراسری ۱۴۰۰) مجموعه مقادیری از اعداد حقیقی که در آن تابع $f(x) = 2\sqrt{x} + |x|$ صعودی

باشند کدام است؟

(۱) $[-1, +\infty)$ (۲) $(-\infty, +\infty)$ (۳) $(0, +\infty) \cup (-1, 0)$ (۴) $[3\sqrt{3}, 0]$

پاسخ: ()

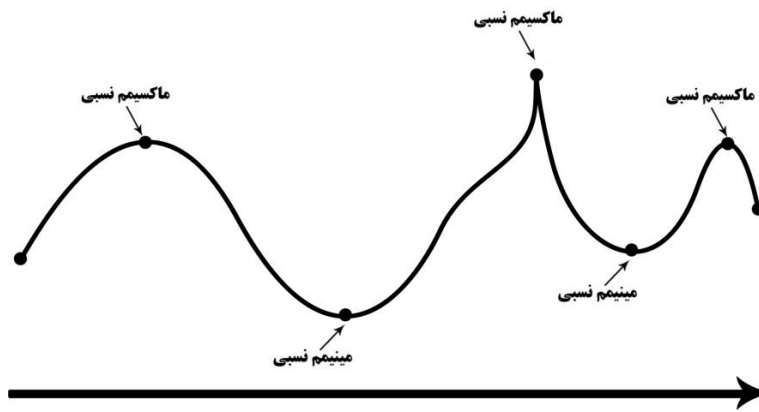
نکته: اکسترمم های نسبی از نظر مشتق دو حالت دارند:

تعریف ماکسیمم و مینیمم نسبی

نقطه ماکسیمم نسبی: نقطه ی $x = c$ را ماکسیمم نسبی می گوئیم اگر همسایگی حول این نقطه وجود داشته باشد که برای هر x در این همسایگی داشته باشیم $f(x) \leq f(c)$.

نقطه مینیمم نسبی: نقطه ی $x = c$ را مینیمم نسبی می گوئیم اگر همسایگی حول این نقطه وجود داشته باشد که برای هر x در این همسایگی داشته باشیم $f(x) \geq f(c)$.

توجه: ابتدا و انتهای بازه ماکسیمم و مینیمم نسبی نیست و همچنین بایستی اکسترمم نسبی در دامنه باشد.

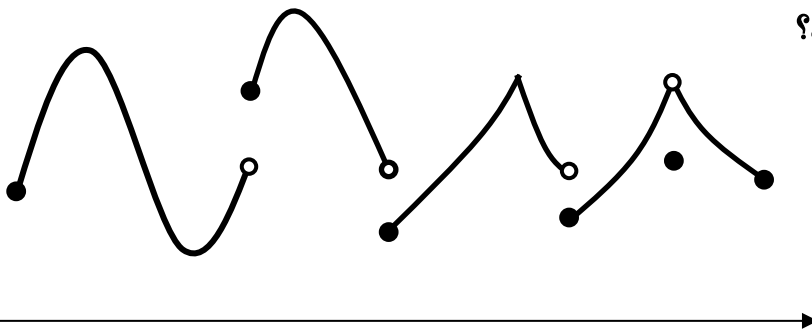


۲۲- توابع اکیدا یکنوا چند اکسترمم نسبی دارند؟

پاسخ: ()

۲۳- تابع زیر چند اکسترمم نسبی دارد؟

پاسخ:

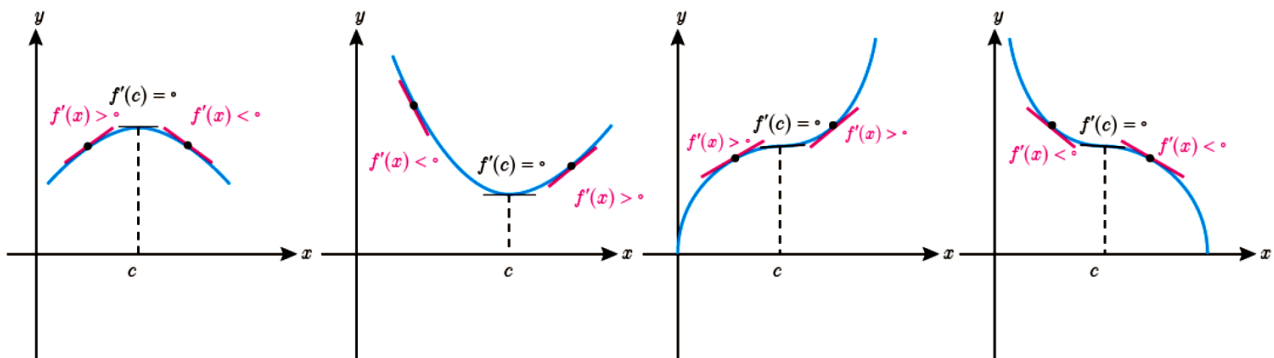


برای تشخیص اکسترمم نسبی

راه اول : مشتق بگیریم و تعیین علامت کنیم

راه دوم : رسم تابع برای توابع که مشتق آنها سخت است و یا قابل محاسبه نیست مثل

قدر مطلق / جز صحیح / چند ضابطه ای / مثلثاتی / لگاریتمی / نمایی



$x=c$: طول ماکزیمم نسبی

$x=c$: طول مینیمم نسبی

$x=c$: نه طول ماکزیمم نسبی است
و نه مینیمم نسبی

$x=c$: نه طول ماکزیمم نسبی است
و نه مینیمم نسبی



مثال : ماکسیمم و مینیمم نسبی توابع زیر را بیابید.

$$f(x) = x^4 + \frac{4}{3}x^3 - 4x^2 \quad -24$$

پاسخ:

$$f(x) = \begin{cases} 2 - x^2 & x \geq 0 \\ x^2 - 1 & x < 0 \end{cases} \quad -25$$

پاسخ:

$$f(x) = |2x - |x|| \quad -26$$

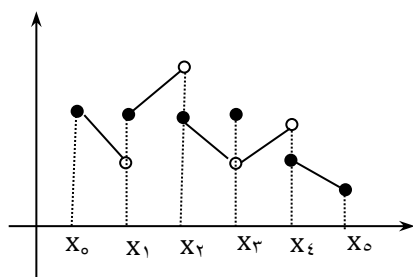
پاسخ:

$$f(x) = [x] \sin \pi x \quad -27$$

پاسخ:



۲۸- نمودار تابع f در بازه $[x_0, x_5]$ به صورت زیر داده شده است تابع f در این بازه چند اکسترمم نسبی دارد؟



۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: ()

۲۹- تابع $f(x) = x^4 - x^3$ چند نقطه اکسترمم نسبی دارد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

هیچ (۱)

پاسخ: ()

۳۰- مقدار ماکسیمم نسبی تابع $y = \frac{2x-x^2}{(x+1)^2}$ کدام است؟ (سراسری ۹۸)

 $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

پاسخ: ()

۳۱- تابع با ضابطه $y = x^4 - 6x^2 + 8x$ از نظر اکسترمم نسبی کدام وضع را دارد؟

۴) فاقد اکسترمم نسبی

۳) مینیمم و ماکسیمم نسبی

۲) ماکسیمم نسبی

۱) مینیمم نسبی

پاسخ: ()

۳۲- مشتق تابعی به صورت $f'(x) = (1 - x^2)(x^2 + x)$ است، f به ترتیب دارای چند ماکسیم نسبی و چند مینیم نسبی است؟

- (۱) یک-یک (۲) یک-صفر (۳) یک-دو (۴) دو-یک

پاسخ: ()

۳۳- اگر تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x+a}$ دارای اکسترم نسبی باشد، مقادیر a کدام است؟

- (۱) $a > 0$ یا $a < -2$ (۲) $a > 2$ یا $a < 0$ (۳) $-2 < a < 0$ (۴) $0 < a < 2$

پاسخ: ()

۳۴- به ازای کدام مقدار، تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + ax^2 + 4x - 1$ اکسترم نسبی ندارد؟

- (۱) $a < 0$ (۲) $-2 \leq a \leq 2$ (۳) $0 \leq a \leq 3$ (۴) $-4 \leq a \leq 0$

پاسخ: ()

۳۵- تابع $y = x - 3\sqrt{x^2}$ کدام وضعیت را دارد؟

- (۱) یک ماکسیم نسبی و دو می نیم نسبی دارد. (۲) یک ماکزیمم نسبی و یک می نیم نسبی دارد. (۳) دو ماکزیمم نسبی و دو می نیم نسبی دارد. (۴) یک ماکزیمم نسبی دارد ولی می نیم نسبی ندارد.

پاسخ: ()



۳۶- (تمرین کتاب) اگر نقطه‌ی $M(2, 1)$ اکستریم نسبی $y = x^3 + bx^2 + d$ باشد، مقدار عددی b, d کدام است؟

پاسخ: ()

۳۷- اگر نقطه‌ی $M(2, \frac{1}{3})$ مختصات ماکسیمم نسبی $y = \frac{ax}{x^2 + 2x + b}$ باشد، مقدار عددی $a + b$ کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

پاسخ: ()

۳۸- تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{a}{x} + bx^2$ در نقطه‌ی $(1, -2)$ دارای اکستریم نسبی است. عدد a و نوع اکستریم نسبی کدام است؟

(۱) $-\frac{4}{3}$ ، می نیمم (۲) $-\frac{4}{3}$ ، ماکسیمم (۳) $\frac{4}{3}$ ، می نیمم (۴) $\frac{4}{3}$ ، ماکسیمم

پاسخ: ()

۳۹- منحنی $y = ||x| - 2|$ در بازه‌ی $[-5, 3]$ چند نقطه‌ی اکستریم نسبی دارد؟

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) بیشمار

پاسخ: ()



۴۰- منحنی $y = x - [x + 1]$ در بازه $[0, 4]$ چند نقطه ی اکسترمم نسبی دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) بیشمار

پاسخ: ()

۴۱- (سراسری ۹۸) در تابع با ضابطه $f(x) = x|x - 4|$ فاصله بین نقطه ماکسیمم و مینیمم

نسبی آن کدام است؟

- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $3\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{5}$

پاسخ: ()

۴۲- (سراسری ۹۹) فاصله نقطه ماکسیمم نسبی تابع با ضابطه $f(x) = x + \sqrt{4x - x^2}$ از نیمساز

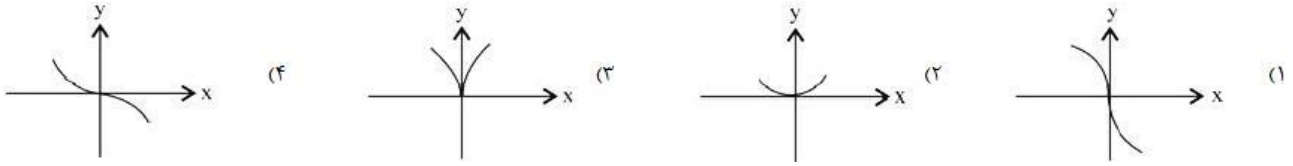
ناحیه اول کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴) $2\sqrt{2}$

پاسخ: ()

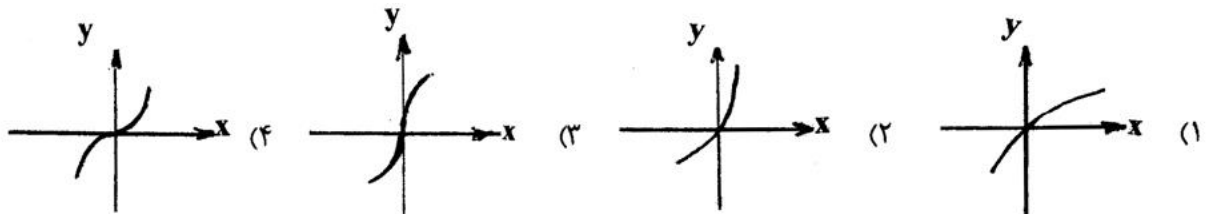


۴۳- (سراسری ۹۱) نمودار تابع $y = x^{\frac{1}{\delta}} - 4x^{\frac{2}{\delta}}$ در حوالی مبدا مختصات چگونه است؟



پاسخ: ()

۴۴- (سراسری ۹۰) نمودار تابع $y = \frac{x^3}{x^2+1}$ در حوالی مبدا مختصات چگونه است؟



پاسخ: ()

تشخیص نوع اکسترمم به کمک مشتق دوم

۴۵- اکسترمم های نسبی تابع $y = x^3 - 3x$ را بیابید.

پاسخ: ()

۴۶- تابع $y = \frac{x^2 + 2x - 1}{x^2 + 1}$ را در نظر بگیرید ضرب مقادیر ماکسیم و مینیم نسبی این تابع کدام است؟

(۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

پاسخ: ()

۴۷- مقدار ماکسیمم نسبی تابع با ضابطه $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 1}$ کدام است؟ (سراسری ۹۹)

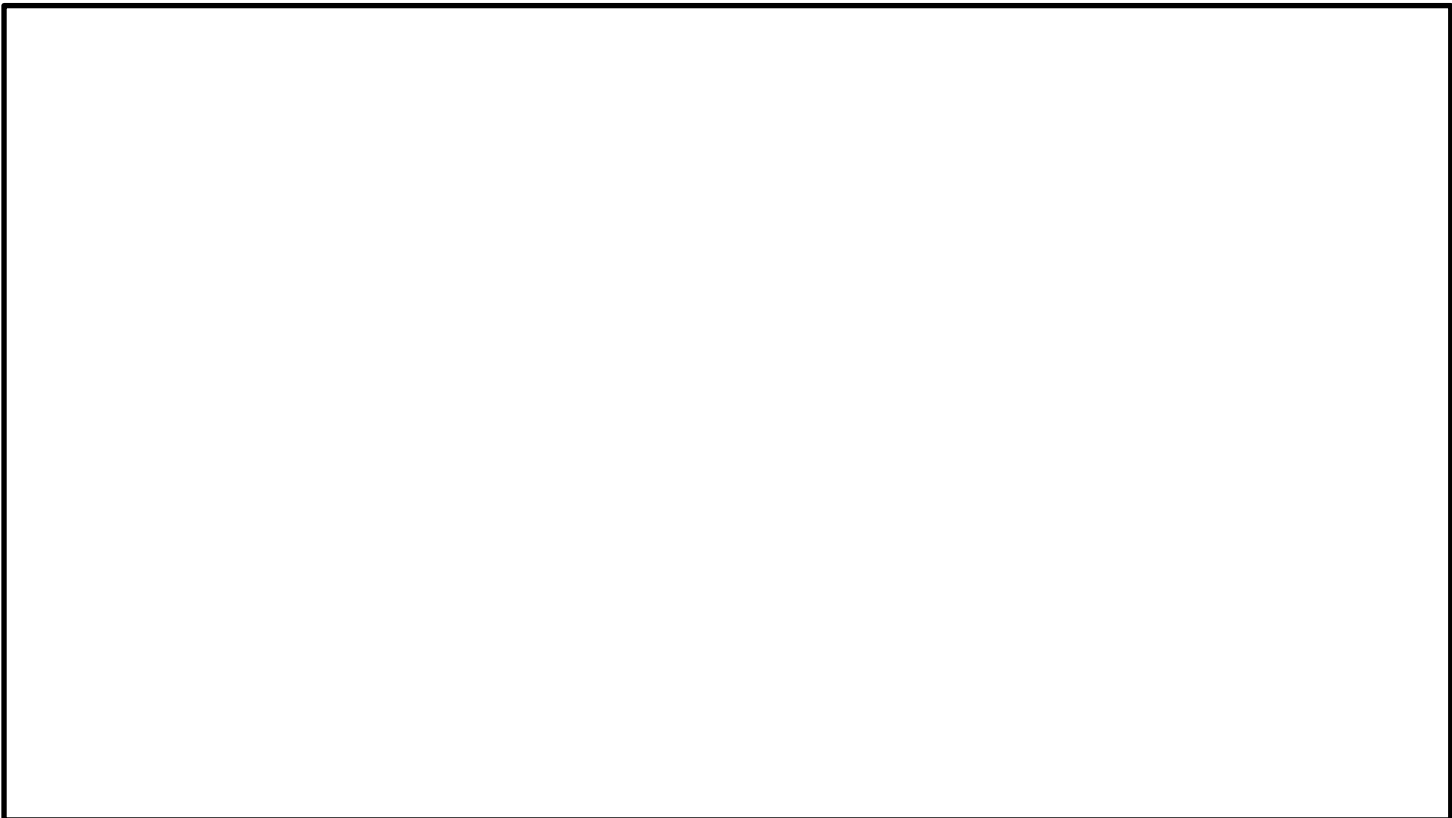
(۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

پاسخ: ()



۴۸- اگر y_1 و y_2 مقادیر اکسترمم نسبی تابع $y = \frac{x^2+ax-3}{x^2+1}$ باشد و $2(y_1 + y_2) = y_1 y_2$ ، آنگاه a کدام است؟

پاسخ: ()



۴۹- اگر نقطه $(3, 5)$ اکسترمم نسبی تابع $y = \frac{x^2+ax+b}{x^2+x+1}$ باشد $a + b$ کدام است؟

۴ (۴) -

۳ (۳) -

۲ (۲) -

۱ (۱) -

پاسخ: ()

۵۰- اگر x_1 و x_2 طول های نقاط ماکسیمم و می نیمم نسبی تابع $f(x) = \frac{x+2}{x^2+5}$ باشند، $f(x_1) + f(x_2)$

کدام است؟

۰/۲ (۴)

-۰/۲ (۳)

۰/۴ (۲)

-۰/۴ (۱)

پاسخ: ()

۵۱- اگر x_1 و x_2 طول های اکسترمم های نسبی تابع $f(x) = \frac{x^3+5x+a}{3x+b}$ باشند و $x_1 + x_2 = 3$ آنگاه

$f(x_1) + f(x_2)$ کدام است؟

$\frac{16}{5}$ (۴)

$\frac{16}{3}$ (۳)

۸ (۲)

۱۶ (۱)

پاسخ: ()



۵۲- تعداد اکسترمم نسبی تابع $f(x) = \frac{x^2}{x^2-1} |x^2 - 4|$ است؟ (سراسری ۱۴۰۰)

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

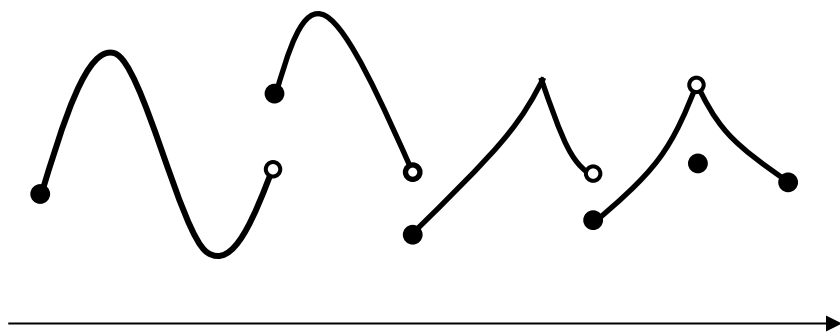
پاسخ: ()

نقاط بحرانی: نقطه $x = c$ عضو دامنه تابع را بحرانی می‌گوییم اگر:

(۱) $f' = 0$ یا (۲) مشتق ناپذیر

نمودارهای نقاط بحرانی

۵۳- نمودار زیر چند نقطه بحرانی دارد؟



نقطه‌ی بحرانی بایستی حتماً در دامنه باشد.
نقاط ابتدا و انتها بازه قطعاً بحرانی است.



یادآوری: انواع نقاط مشتق ناپذیر عضو دامنه:



چگونه نقاط بحرانی را پیدا کنیم؟؟

مرحله ① دامنه

مرحله ② نقاط مشتق ناپذیر

مرحله ③ $f' = 0$

توجه : اکسترم های نسبی زیر مجموعه ای از نقاط بحرانی است.

مثال : نقاط بحرانی توابع زیر را بیابید.

۵۴- $y = x^2 - 3x$

۵۵- $y = \frac{x}{x^2 - 1}$

۵۶- $y = x^3(x - 2)^4$

نکته : یکی از نقطه بحرانی $(x - a)^n(x - b)^m$

۵۷- $y = \sqrt{x^2 + x - 2}$

۵۸- $y = x^2$

$$y = |x| \quad -۵۹$$

$$y = \sqrt{x} \quad -۶۰$$

$$y = x \quad -۶۱$$

$$y = x^r \quad -۶۲$$

$$y = \sqrt[r]{x} \quad -۶۳$$

$$y = |x^r - rx| \quad -۶۴$$

$$y = x^r - |x| \quad -۶۵$$



$$y = [x^r] \quad -76$$

$$y = |\sin x| \quad -77$$

$$y = x[x] \quad -78$$

$$y = \sqrt[r]{x}(x - r) \quad -79$$

$$y = \begin{cases} x^r & x \geq 1 \\ x^r & x < 1 \end{cases} \quad -70$$

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 4 \quad -۷۱$$

$$f(x) = ||x| - ۲| \quad -۷۲$$

$$f(x) = ||x^2 - ۱| - ۱| \quad -۷۳$$

$$f(x) = \sqrt{4 - x^2} \quad -۷۴$$

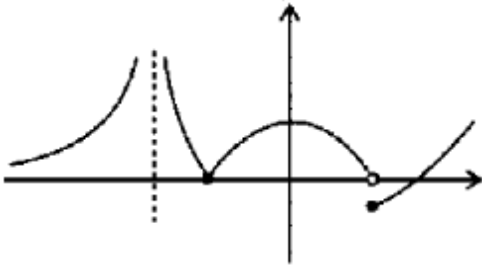
$$f(x) = |x - ۲|\sqrt{x^2} \quad -۷۵$$



$$-۷۶ \quad f(x) = \sqrt[5]{x^6} - ۱۲\sqrt[5]{x}$$

-۷۷ تابع f با نمودار زیر مفروض است، این تابع چند نقطه

ی بحرانی دارد؟



۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: ()

-۷۸ مجموع طول نقاط بحرانی تابع $f(x) = ۲x^۳ - ۲x^۲ - ۱۶x + ۱$ کدام است؟

-۱ (۴)

$\frac{۳}{۲}$ (۳)

$\frac{۲}{۳}$ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: ()

-۷۹ (سراسری تجربی ۸۵) نقاط بحرانی تابع با ضابطه ی $f(x) = x^۲(x - ۲)^۲$ سه راس یک

مثلث اند. نوع این مثلث کدام است؟

(۱) متساوی الاضلاع (۲) فقط متساوی الساقین (۳) فقط قائم الزاویه (۴) قائم الزاویه و متساوی الساقین

پاسخ: ()



۸۰- تعداد نقاط بحرانی تابع با ضابطه $y = \frac{\sqrt{1+x^2}}{x}$ بر روی دامنه y خود کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بیشمار

پاسخ: ()

۸۱- تعداد نقاط بحرانی تابع $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 4}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

پاسخ: ()

۸۲- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^2 - x & x < 0 \\ 2x^2 - x & 0 \leq x \end{cases}$ چند نقطه‌ی بحرانی دارد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) هیچ

پاسخ: ()

۸۳- مجموع طول نقاط بحرانی تابع $y = x^2|x - 3|$ کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴) ۱۳

پاسخ: ()



۸۴- تابع $y = x^2 - 4|x|$ چند نقطه بحرانی دارد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۰ (۱)

پاسخ: ()

۸۵- تعداد نقاط بحرانی تابع با ضابطه $f(x) = [x] \sin \pi x$ بر روی بازه $[-1, 2]$ کدام است؟

بیشمار (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: ()

۸۶- نقاط بحرانی تابع $f(x) = a|x|\sqrt[3]{x-4}$ سه راس یک مثلث قائم الزاویه اند. a کدام است؟

$\frac{1}{3}$ (۴)

۳ (۳)

$\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲)

$\sqrt{3}$ (۱)

پاسخ: ()

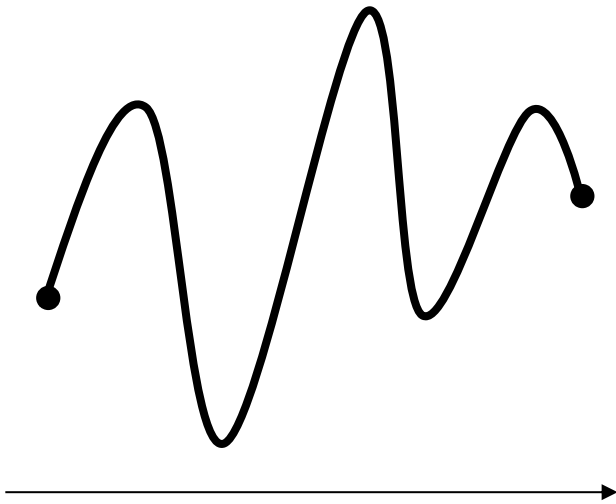
اکسترمم مطلق

ماکسیمم مطلق: نقطه $c \in D_f$ ماکسیمم مطلق است :

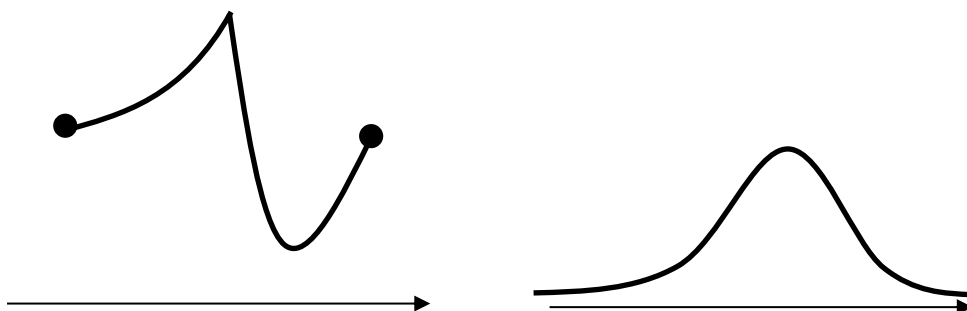
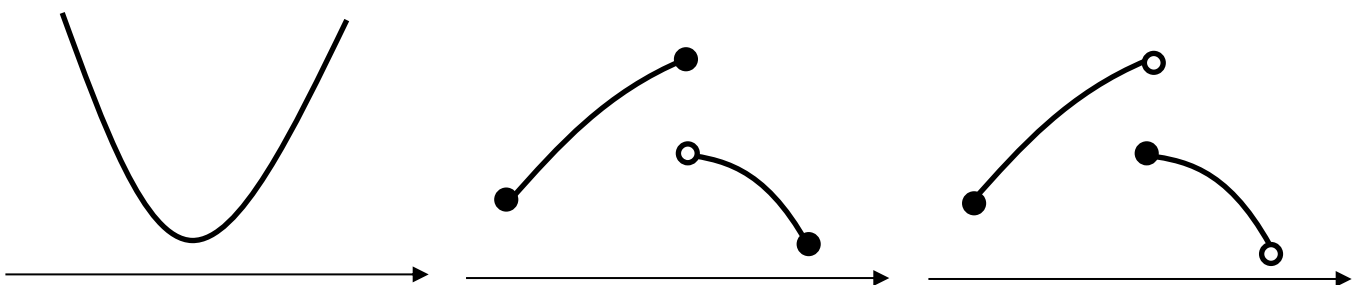
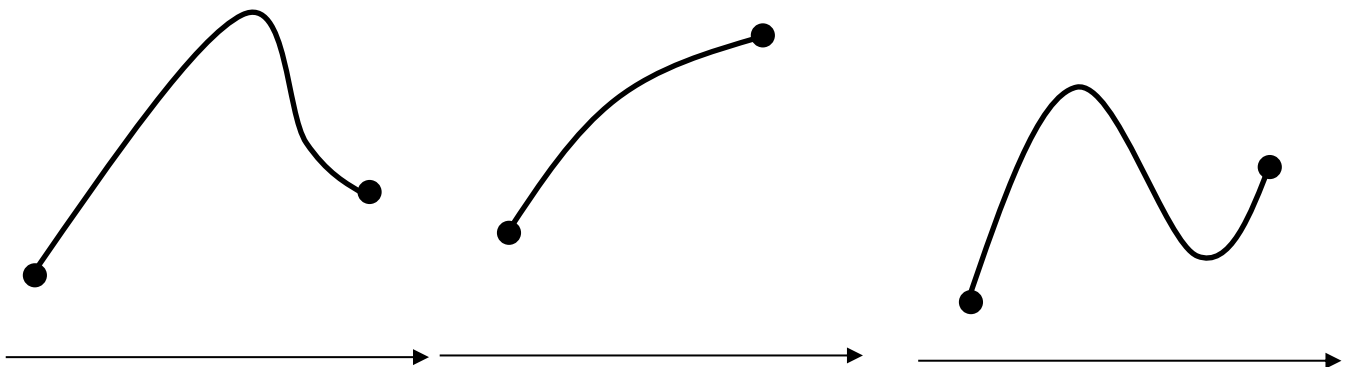
$$x \in D_f : f(x) \leq f(c)$$

مینیمم مطلق: نقطه $c \in D_f$ ماکسیمم مطلق است :

$$x \in D_f : f(x) \geq f(c)$$



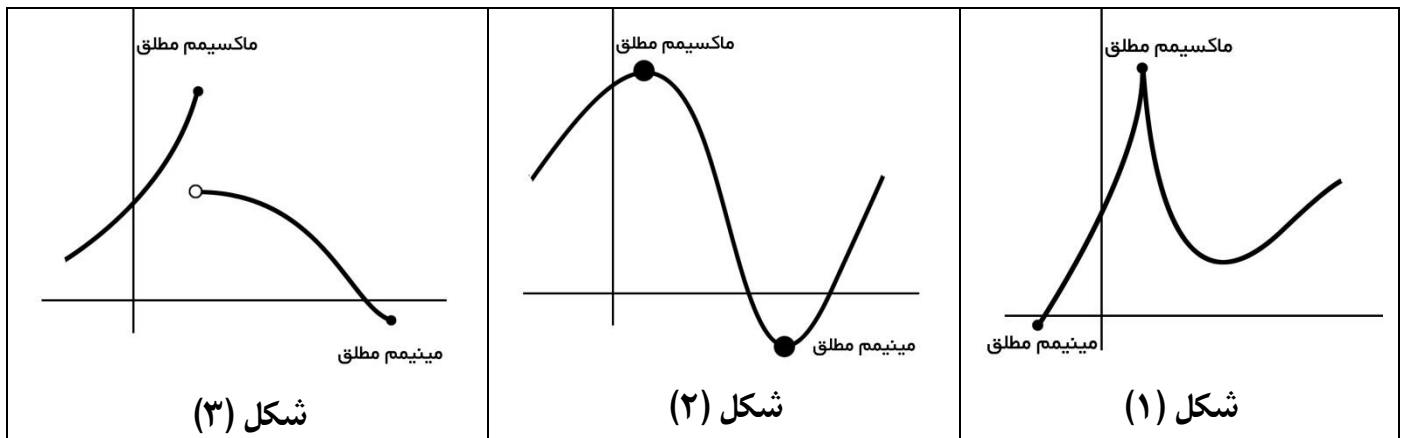
اکسترمم مطلق	اکسترمم نسبی	بحرانی	
			ابتدا و انتهای بازه





ارتباط نقاط بحرانی و اکسترمم ها

مثال: در شکل زیر به نقاط ماکسیمم و مینیمم مطلق توجه کنید.



طریقه تشخیص ماکسیمم یا مینیمم مطلق توابع پیوسته:



۸۷- اکسترم های مطلق تابع $y = x^3 - 3x$ در بازه ی $[0, 4]$ بدست آورید.

پاسخ: ()

۸۸- آیا تعداد اکسترم های مطلق محدودیتی دارد؟

۸۹- ماکسیمم و مینیمم مطلق تابع $y = -2x^3 + 9x^2 - 13$ در بازه ی $[-1, 2]$ بدست آورید.

پاسخ: ()

۹۰- (سراسری ۹۲) بیشترین مقدار تابع $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ در بازه ی $[-2, 2]$ کدام است؟

۹ (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۷ (۴)

پاسخ: ()

۹۱- (سراسری ۹۲) کمترین مقدار تابع $y = \frac{1}{4}x^4 - x^3 - 2x^2$ کدام است؟

۳۶- (۱) ۳۲- (۲) ۲۴- (۳) ۱۸- (۴)

پاسخ: ()



۹۲- کمترین مقدار تابع $y = x^{\frac{1}{3}} - x^{\frac{2}{3}}$ در بازه $[0, 1]$ کدام است؟

(۴) ۲۵۲

(۳) صفر

(۲) $\frac{3}{4\sqrt{4}}$

(۱) $-\frac{3}{4\sqrt{4}}$

پاسخ: ()

۹۳- ماکسیمم مطلق تابع $f(x) = \frac{1}{x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 5}$ کدام است؟

(۴) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{1}{5}$

(۱) $\frac{1}{6}$

پاسخ: ()

۹۴- مجموع مقادیر ماکسیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = \sin^2 x \cos^2 x + \sin x \cos x$ کدام است؟

(۴) صفر

(۳) $\frac{3}{2}$

(۲) $\frac{1}{2}$

(۱) ۱

پاسخ: ()

۹۵- اگر $a > 0$ ثابت و x متغیر باشد، مینیمم مقدار $\frac{3a+x}{\sqrt[4]{a^3x}}$ کدام است؟

۲a (۴)

۳ (۳)

۳a (۲)

۴ (۱)

پاسخ: ()

۹۶- برد تابع $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2+x+1}$ کدام است؟

$[\frac{1}{3}, 2]$ (۴)

$[\frac{2}{3}, 2]$ (۳)

$[\frac{2}{3}, \frac{5}{3}]$ (۲)

$[\frac{1}{3}, \frac{5}{3}]$ (۱)

پاسخ: ()

۹۷- کمترین مقدار تابع با ضابطه $f(x) = x + \sqrt[3]{x^2 - x^3}$ کدام است؟

صفر (۴)

$-\frac{1}{3}$ (۳)

$-\frac{1}{6}$ (۲)

$-\frac{1}{9}$ (۱)

پاسخ: ()

۹۸- اگر $f(x) = x^2 - 2x + 4$ و $g(x) = x^3 + x$ باشد کمترین مقدار $g \circ f(x)$ کدام است؟

۳۰ (۴)

۲۷ (۳)

۲۴ (۲)

۲۱ (۱)

پاسخ: ()



مثال: اکستریم های مطلق توابع زیر را بیابید.

$$y = \sin^2 x - \sin x \quad -99$$

$$y = \sqrt{x} - \sqrt{4-x} \quad -100$$

$$y = \sqrt{x} + \sqrt{4-x} \quad -101$$

$$y = x - \sqrt{4-x^2} \quad -102$$



۱۰۳- مینیمم مطلق تابع $f(x) = x|3 - x^2|$ در بازه $[-1/5, \sqrt{3}]$ کدام است؟ (سراسری ۱۴۰۰)

$-\frac{9}{8}$ (۴)

$-\sqrt{3}$ (۳)

-2 (۲)

$-\frac{9}{4}$ (۱)

پاسخ: ()

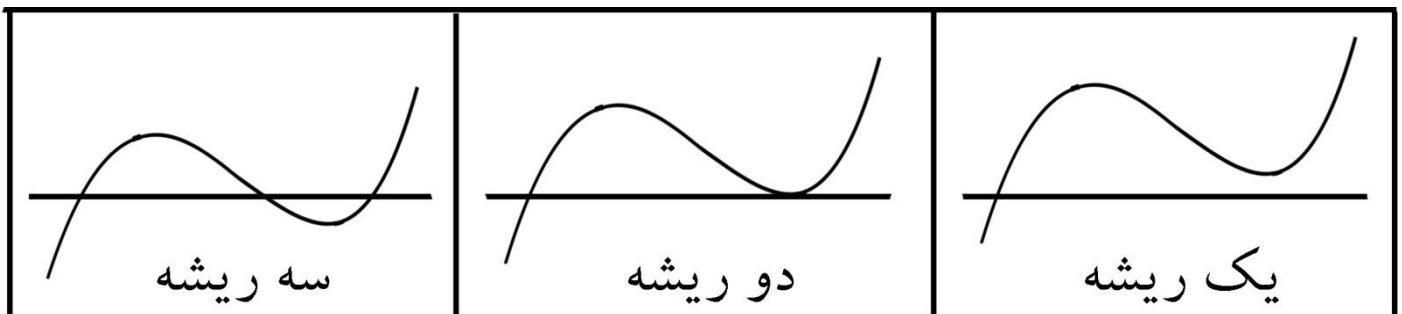


منحنی درجه سه $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

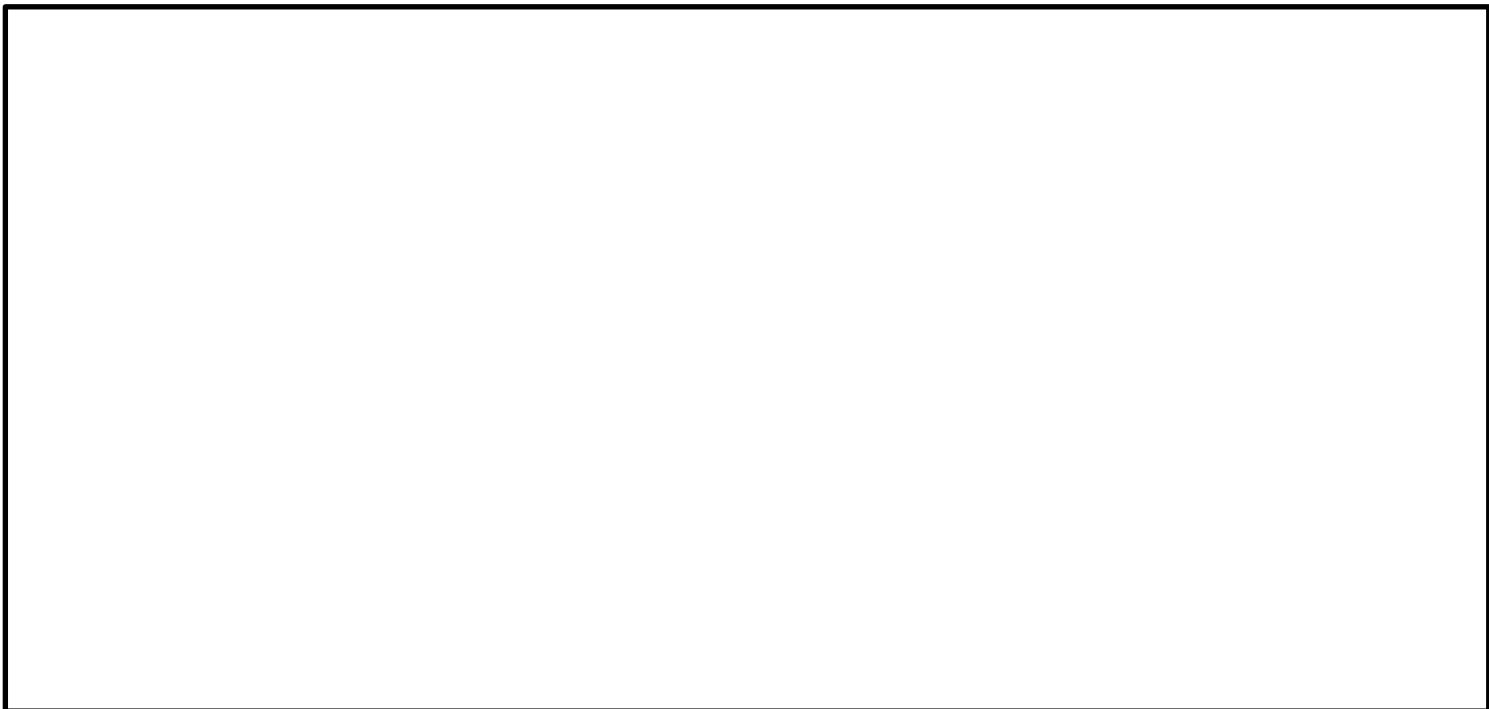
$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c \text{ (درجه دو)}$$

	$a > 0$	$a < 0$
دلتای مشتق منفی		
دلتای مشتق صفر		
دلتای مشتق مثبت		

تعداد ریشه های معادله ی درجه سه : معادله درجه سه ۱ ، ۲ یا ۳ ریشه دارد. چهار تابع اول همیشه یک ریشه دارند چون فقط می رن بالا یا می آن پایین، محور ایکس ها را در یک نقطه قطع می کنند. و اما تابع آخر



زمانی که یک ریشه دارد یعنی ماکسیمم و مینیمم هر دو بالا یا پایین محور x ها هستند، پس $y_{max} \cdot y_{min} > 0$
 زمانی که سه ریشه دارد یعنی ماکسیمم و مینیمم یکی بالا و دیگری پایین محور x ها هست، پس $y_{max} y_{min} < 0$
 مهم: زمانی که دو ریشه دارد بر محور x ها مماس است، پس y_{max} یا y_{min} برابر صفر است.



۱۰۴- (تمرین کتاب) محیط مستطیلی برابر ۱۴ است، طول و عرض این مستطیل را بیابید به طوری که بیشترین مساحت را داشته باشد.

پاسخ: ()

۱۰۵- (تمرین کتاب) دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها ۱۰ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.

پاسخ: ()



۱۰۶- (تمرین کتاب) ورق فلزی مربع شکلی به طول ۳۰ سانتی متر داریم، می خواهیم از چهار گوشه آن مربع های کوچکی به ضلع x برش بزنیم و آنها را کنار بگذاریم، سپس با تا کردن ورق در امتداد خط چین های مشخص شده در شکل، یک جعبه در باز بسازیم، مقدار x چقدر باشد تا حجم قوطی حداکثر مقدار ممکن گردد؟

پاسخ: ()

۱۰۷- (تمرین کتاب) می خواهیم مخزنی مکعب مستطیل در باز بسازیم که حجم آن ۱۰ بوده و طول کف مخزن دو برابر عرض آن باشد، قیمت مصالح مورد نیاز جهت کف این مخزن برای هر متر مربع ۱۰۰ هزار تومان و این قیمت برای دیواره ها در هر متر مربع ۶۰ هزار تومان است. عرض کف مخزن چقدر باشد تا کمترین هزینه مصالح مصرف شده کمترین مقدار ممکن گردد؟

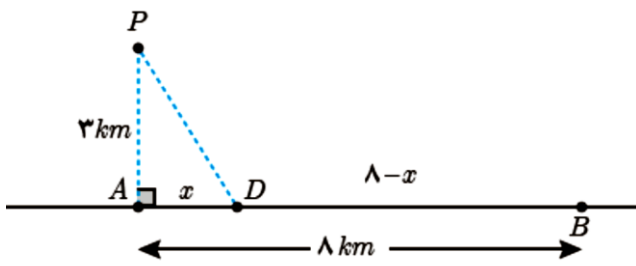
پاسخ: ()

۱۰۸- (تمرین کتاب) غلظت یک داروی شیمیایی در خون t ساعت پس از تزریق در ماهیچه از رابطه

$$C(t) = \frac{3t}{t^3 + 27}$$

مقدار ممکن خواهد بود؟

پاسخ: ()



۱۰۹- (تمرین کتاب) آرمان درون قایقی در نقطه P

قرار دارد که فاصله آن از نزدیک ترین نقطه ساحل یعنی

نقطه A ، معادل 3 کیلومتر است. او می خواهد به نقطه

B در ساحل برسد که در 8 کیلومتری A قرار دارد.

فرض کنید سرعت حرکت قایق 2 km/h و سرعت

پیاده روی آرمان در ساحل 4 km/h باشد. اگر او

بخواهد در کوتاهترین زمان ممکن به B برسد، در چه نقطه ای از ساحل باید پیاده شود و به سوی B

پیاده روی کند؟

پاسخ: ()



۱۱۰- (تمرین کتاب) می خواهیم یک قوطی فلزی استوانه ای شکل و در باز بسازیم که گنجایش آن دقیقاً یک لیتر باشد. ابعاد قوطی چقدر باشد تا مقدار فلز به کار رفته در تولید آن مینیمم شود.

پاسخ: ()

۱۱۱- (تمرین کتاب) هزینه سوخت قطار در هر ساعت برای حرکت با سرعت v کیلو متر بر ساعت برابر $۳۲۰۷^۲$ تومان است. همچنین سایر هزینه ها برای هر ساعت، صرف نظر از سرعت قطار برابر ۸۰۰۰۰۰ تومان می باشد. قطار با چه سرعتی حرکت کند تا هزینه آن در یک کیلو متر، کمترین مقدار ممکن باشد.

پاسخ: ()



۱۱۲- (تمرین کتاب) پنجره هایی که به شکل مستطیل و نیم دایره ای بر روی آن می باشد به طوری که قطر نیم دایره برابر با پهناى مستطیل است. اگر محیط یک چنین پنجره ای $\frac{4}{5}$ متر باشد، ابعاد آن را طوری بیابید که بیشترین نوردهی را داشته باشد.

پاسخ: ()

۱۱۳- (تمرین کتاب) کشاورزی می خواهد دور یک مزرعه مستطیا شکل به مساحت ثابت ۱۰۰۰۰۰ متر مربع را دیوار کشی کند. هزینه هر متر دیوارهای شمالی و جنوبی ۲ میلیون تومان و هزینه هر متر دیوار های شرقی و غربی ۸ میلیون است، ابعاد مزرعه چقدر باشد تا هزینه دیوار کشی به حداقل مقدار ممکن برسد؟

پاسخ: ()



۱۱۴- (تمرین کتاب) می خواهیم کنار رودخانه یک محوطه به شکل مثلث متساوی الساقین را نرده کشی کنیم. اگر تنها هزینه ۱۰۰ متر نرده را در اختیار داشته باشیم، در این صورت بیشترین مساحت ممکن برای این مثلث چقدر خواهد بود؟

پاسخ: ()

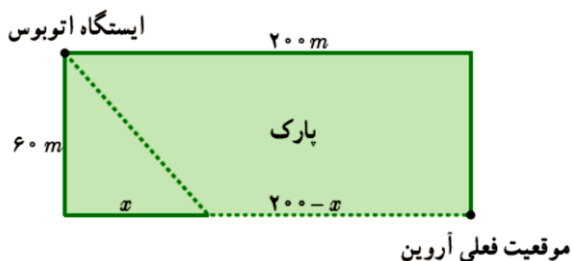
۱۱۵- (تمرین کتاب) ابعاد مستطیلی با بیشترین مساحت را تعیین کنید که دو راس آن روی محور طول ها و دو راس دیگرش روی سهمی $y = 12 - x^2$ باشند.

پاسخ: ()

۱۱۶- (تمرین کتاب) هر صفحه مستطیل شکل از یک کتاب جیبی، شامل یک متن با مساحت ثابت ۳۲ خواهد بود. هنگام طراحی قطع این کتاب، لازم است حاشیه های بالا و پایینی ۲ و حاشیه های کناری هر کدام یک سانتی متر در نظر گرفته شوند. ابعاد صفحه را طوری تعیین کنید که مساحت هر صفحه از کتاب کمترین مقدار ممکن باشد.

پاسخ: ()

۱۱۷- (تمرین کتاب) آروین می خواهد به ایستگاه اتوبوسی برود که در ۲۰۰ متری غرب و ۶۰ متری شمال موقعیت فعلی او بعد از پارک قرار دارد. او می تواند با سرعت ۳ متر بر ثانیه از پیاده رو کنار پارک به سمت غرب برود. همچنین، می تواند از درون پارک و تنها با سرعت ۲ متر بر ثانیه عبور کند. با توجه به شکل، مقدار x را طوری تعیین کنید که او در کمترین زمان ممکن به ایستگاه برسد.



پاسخ: ()

۱۱۸- مجموع وتر و یک ضلع قائمه از مثلث قائم الزاویه ای عدد ثابت است. اگر مساحت آن ماکزیمم باشد یک زاویه حاده آن برابر است با:

۲۲/۵ (۴)

۱۵ (۳)

۴۵ (۲)

۳۰ (۱)

پاسخ: ()

۱۱۹- دو ضلع مستطیلی منطبق بر محورهای مختصات و راس چهارم آن واقع بر منحنی به معادله ی

$y = (x - 2)^2$ روی بازه ی $[0, 2]$ است، بیشترین مساحت این مستطیل کدام است؟

$\frac{11}{9}$ (۴)

$\frac{32}{27}$ (۳)

$\frac{10}{9}$ (۲)

$\frac{28}{27}$ (۱)

پاسخ: ()



۱۲۰- می خواهیم با برش زدن مربع هایی با اندازه ی مساوی از چهار گوشه ی یک مقطه ی ۷۵×۴۰ سانتی متری، یک جعبه بسازیم. طول ضلع مربع جدا شده چقدر باشد، که حجم این جعبه بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد؟

$$\frac{۲۵}{۳} (۴)$$

$$\frac{۵۰}{۳} (۳)$$

$$\frac{۳۵}{۶} (۲)$$

$$\frac{۲۵}{۶} (۱)$$

پاسخ: ()

۱۲۱- کوتاه ترین فاصله سهمی $y^2 = ۴x$ از نقطه $M(۳, ۰)$ کدام است؟ (سراسری ۱۴۰۰)

$$۳ (۴)$$

$$۲\sqrt{۲} (۳)$$

$$\frac{۳}{۲} (۲)$$

$$\sqrt{۲} (۱)$$

پاسخ: ()

۱۲۲- از بین مثلث های قائم الزاویه با اندازه وتر ۱۰ واحد، دو ضلع قائم با کدام نسبت انتخاب شود تا

حجم حاصل از دوران این مثلث حول ضلع قائم بیشترین باشد؟ (سراسری ۹۹)

$$\frac{\sqrt{۲}}{۱} (۴)$$

$$\frac{۳}{۲} (۳)$$

$$\frac{\sqrt{۳}}{۱} (۲)$$

$$\frac{۲}{۱} (۱)$$

پاسخ: ()

۱۲۳- کوتاه ترین فاصله نقطه $A(5, 0)$ از نقاط منحنی به معادله $y = \sqrt{2x + 7}$ کدام است؟ (۹۹)

- (۱) ۴ (۲) ۴/۵ (۳) ۵ (۴) $3\sqrt{2}$

پاسخ: ()

۱۲۴- بیشترین مساحت مستطیلی که یک ضلع آن بر قطر نیم دایره به شعاع ۶ واحد و دو راس آن

روی این نیم دایره باشد، کدام است؟ (۹۸)

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۴ (۳) ۲۷ (۴) ۲۶

پاسخ: ()

۱۲۵- بیشترین مساحت مستطیلی که دو ضلع آن بر روی محور های مختصات و راس چهارم آن، بر

روی منحنی به معادله $y = \sqrt{12 - x}$ در ناحیه اول واقع شود، کدام است؟ (۹۸)

- (۱) $8\sqrt{2}$ (۲) $8\sqrt{3}$ (۳) ۱۶ (۴) ۱۸

پاسخ: ()



۱۲۶- قرینه نقطه A واقع بر سهمی $y = x^2$ را نسبت به نیمساز ناحیه اول و سوم صفحه مختصات تعیین کرده و آن را A' می نامیم. اگر طول نقطه A بین دو طول متوالی از محل بر تقاطع تابع f با خط نیمساز مورد نظر باشد، ماکزیمم طول پاره خط AA' کدام است؟ (سراسری ۱۴۰۰)

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{8}$

پاسخ: ()

۱۲۷- قرینه نقطه A واقع بر منحنی $f(x) = \sqrt[3]{-x}$ را در دامنه $[0, 1]$ نسبت به نیمساز ناحیه دوم و چهارم صفحه مختصات تعیین و آن را A' می نامیم. ماکزیمم طول پاره خط AA' کدام است؟ (۱۴۰۰)

- (۱) $\frac{2}{3\sqrt{6}}$ (۲) $\frac{4}{3\sqrt{6}}$ (۳) $\frac{2}{3\sqrt{2}}$ (۴) $\frac{4}{3\sqrt{6}}$

پاسخ: ()



۱۲۸- حداکثر مساحت جانبی استوانه ای که درون یک کره به شعاع $4\sqrt{2}$ محاط می شود، کدام است؟

(۱۴۰۰)

$$\frac{4}{3\sqrt{6}} \quad (۴)$$

$$\frac{2}{3\sqrt{2}} \quad (۳)$$

$$\frac{4}{3\sqrt{6}} \quad (۲)$$

$$\frac{2}{3\sqrt{6}} \quad (۱)$$

پاسخ: ()
