

بِسْمِ اللَّهِ



نگاریتم و نهایی



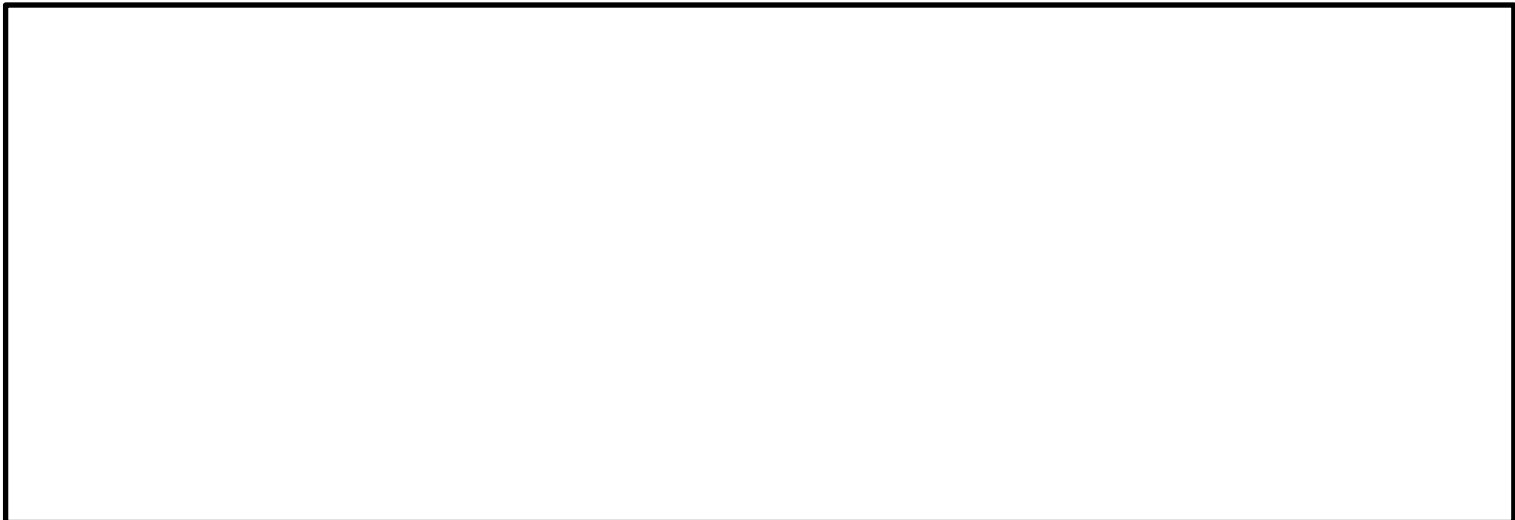
## خواص توان رسانی

(۱) اعداد مثبت را به هر توانی می توانیم برسانیم.

(۲) صفر را فقط به توان اعداد مثبت می توانیم برسانیم.

(۳) اعداد منفی را فقط به توان اعداد صحیح می توان رساند و به توان اعداد غیر صحیح نمی توان رساند.

خواص توان رسانی ( $0 >$  پایه)



۱- تابع  $y = 2^x$  را رسم کنید.

---

---

---

---

---

---

---

---

۲- تابع  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  را رسم کنید.

---

---

---

---

---

---

---

---



## انواع توابع نمایی

۳- تابع  $f(x) = (-m^2 + 6m - 4)^x$  به ازای چه مقادیری از  $m$  صعودی است؟

(۱)  $1 < m < 5$     (۲)  $m > 5$  یا  $m < 1$     (۳)  $-5 < m < -1$     (۴)  $m > -1$  یا  $m < -5$

---

---

---

---

---

---

---

---

۴- تابع  $y = 2^x + 3$  را رسم کنید.

---

---

---

---

---

---

---

---



۵- تابع  $y = -3^{-x} + 2$  را رسم کنید.

نکته: در تابع  $y = m \times a^x + n$  مجانب افقی

۶- تابع  $y = 2^{|x|}$  را رسم کنید.

۷- تابع  $y = |2^x - 1|$  را رسم کنید.

۸- تابع  $y = 3^{-|x|}$  را رسم کنید.



۹- تابع  $y = 2^{x-1}$  را رسم کنید.

۱۰- تابع  $y = 2^{-2x} - 1$  را رسم کنید.

۱۱- تابع  $y = 3^{-x} - 1$  را رسم کنید.

۱۲- تابع  $y = -(2^{-3x+2})$  را رسم کنید.

۱۳- تابع  $y = \frac{2^x+1}{2^x}$  را رسم کنید.



۱۴- تابع  $y = \frac{4^x - 1}{2^x - 1}$  را رسم کنید.

۱۵- تابع  $y = \frac{3^x + 9^x}{2^x + 6^x}$  را رسم کنید.

مثال : صعودی و نزولی بودن و مجانب افقی توابع زیر را بیابید.

۱۶-  $y = 2^{x-1} \times 3^{x+1} + 5$

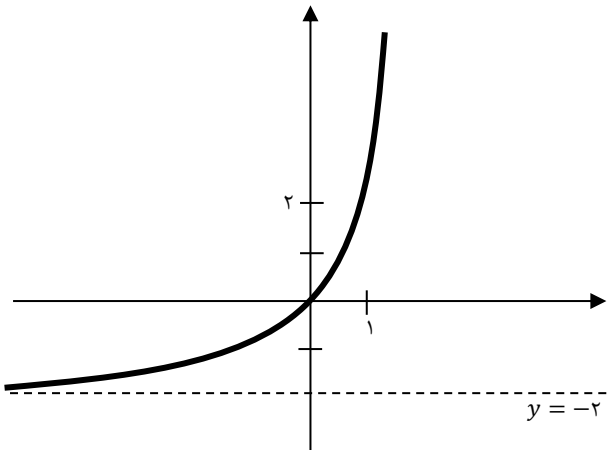
۱۷-  $y = 3^{-x+1} \times 5^{2x-1} - 2$

۱۸-  $y = -3^{2x+2} \times 2^{-3x+1} + 4$

۱۹- اگر تابع نمایی  $y = (2k - 1)^x \times k^{-x}$  اکیداً نزولی باشد حدود  $k$  را بیابید.



۲۰- ضابطه شکل زیر را بیابید.



---

---

---

---

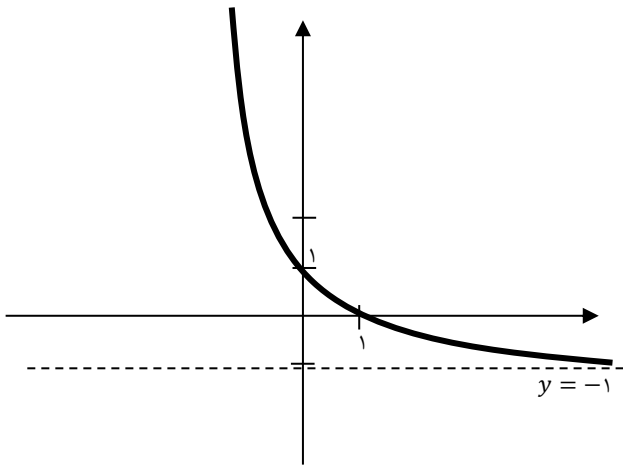
---

---

---

---

۲۱- ضابطه شکل زیر را بیابید.



---

---

---

---

---

---

---

---

مثال : برد توابع زیر را بیابید.

$$۲۲- y = -3^{-x} + 4$$

---

---

$$۲۳- y = \frac{2^x + 3}{2^x + 1}$$

---

---

---

---

---

---

---

---





$$y = \frac{2^x}{4^x + 1} - 24$$

-۲۵ حاصل عبارت  $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} + \left(\frac{1}{8}\right)^{-0.5}$  کدام است؟

۳ (۴)  $\frac{5}{2}(3)$  ۲ (۲)  $\frac{2}{2}(1)$

مثال : معادلات زیر را حل کنید.

$$\left(\frac{1}{8}\right)^{3x} = 32^{x+1} \quad -۲۶$$

$$\left(\frac{1}{22}\right)^{\frac{x}{2}-1} \cdot (\sqrt{2})^{3x-4} = 2\sqrt{2} \quad -۲۷$$



$$(\Delta)^{-\sqrt{r}x} = (\cdot/\sqrt{r})^{r+\sqrt{r}x} \quad -28$$

$$(\sqrt{r} + 1)^x + (\sqrt{r} - 1)^x = 2\sqrt{r} \quad -29$$

$$4^x + 2^{x+1} = 8. \quad -30$$

$$3 \times 9^x = 5 \times 6^x - 2 \times 4^x \quad -31$$



۳۲- فاصله دو نقطه تلاقی دو منحنی به معادلات  $y = 2^x$  و  $y = (\sqrt{2})^{x+1} + 4$  از نقطه  $A(0, 4)$  کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۳۳- مجموع ریشه های معادله  $3^{2x+1} - 3^{x-1} = 3^{x+2} - 1$  کدام است؟

-۱ (۴)

$\frac{10}{9}$  (۳)

-۱۰ (۲)

$\frac{4}{3}$  (۱)

۳۴- مجموع ریشه های معادله  $3^{2x+1} - 3^{x-1} = 3^{x+2} - 2$  کدام است؟



$$4^{5x+1} > \left(\frac{1}{5}\right)^{2x-1} \quad -35$$

$$3^{x+2} > \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{x}} \quad -36$$

$$\left(\frac{1}{0.4}\right)^{x^2-5x+4} < 625 \quad -37$$



$$(\sqrt{3} - \sqrt{2})^{x+1} > (\sqrt{3} + \sqrt{2})^{2x-1} \quad -۳۸$$

$$9^x + 8 \times 3^{x-1} < 1 \quad -۳۹$$

$$3^x < 2^x \quad -۴۰$$

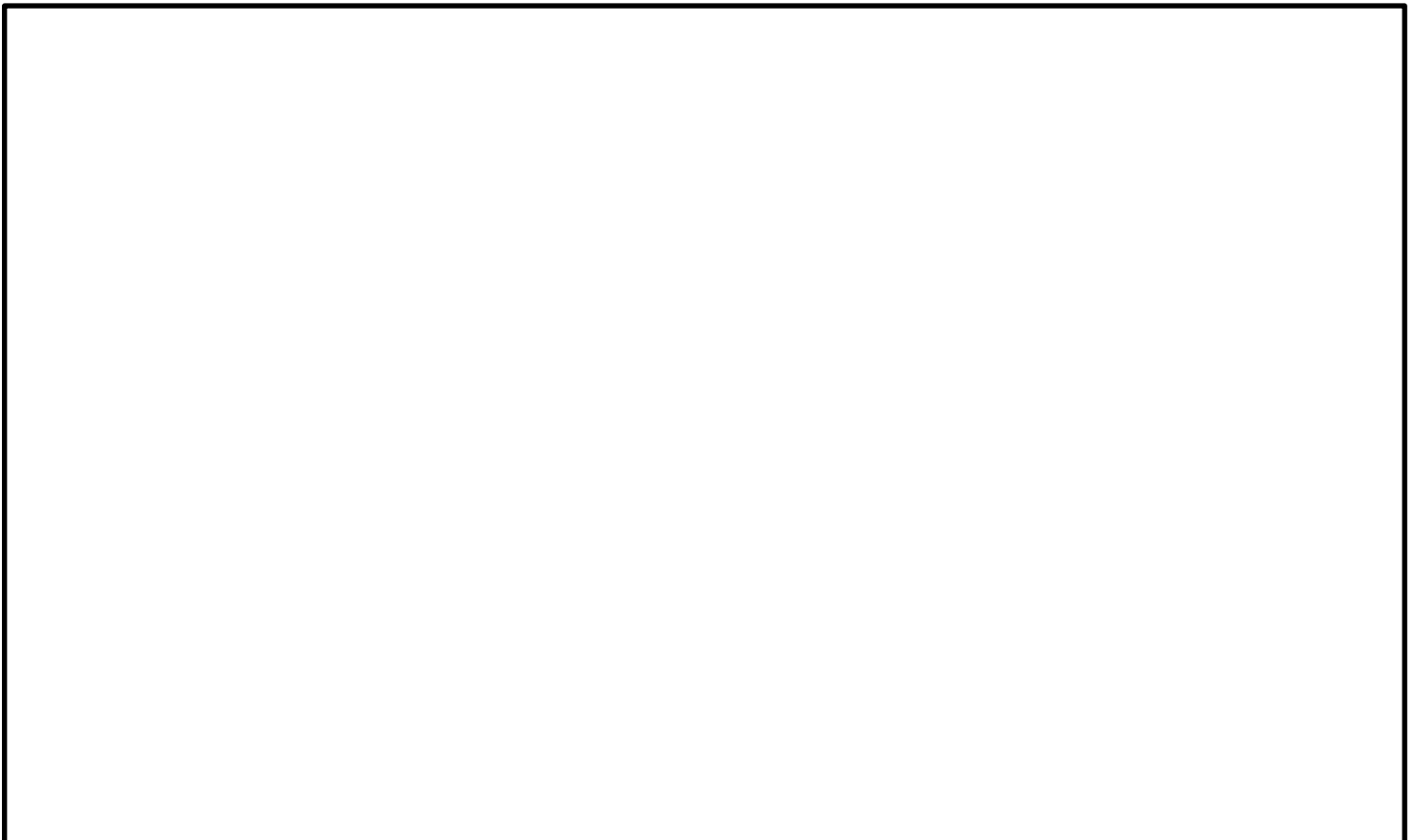
$$\frac{1^x - 2}{2^x - 27} < 0 \quad -۴۱$$



$$x \times (3^{-x} - 1) > . \quad - ۴۲$$

$$x^{4x+1} > x^{2x-5} \quad - ۴۳$$

مقایسه نمودار های  $y = a^x$  با هم برای  $a > 1$





سوال : آیا تابع  $y = a^x$  برای  $a > 1$  همیشه بالاتر از نیمساز ناحیه اول و سوم قرار دارد؟

۴۴- تابع  $y = (\sqrt{2})^x$  را رسم کنید.

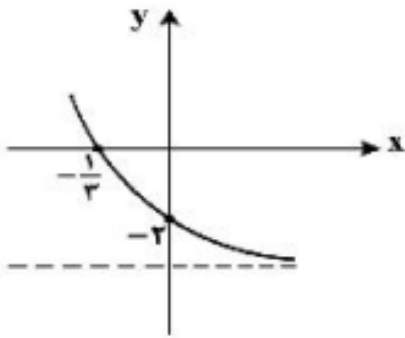
مقایسه نمودارهای  $y = 2^x$  و  $y = x^2$



۴۵- معادله  $8^x = x^6$  چند ریشه دارد؟

۴۶- منحنی  $y = (\sqrt{2})^x$  نیمساز ربع اول و سوم را چند بار قطع می کند؟

۴۷- شکل زیر نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = -4 + 2^{ax+b}$  است.

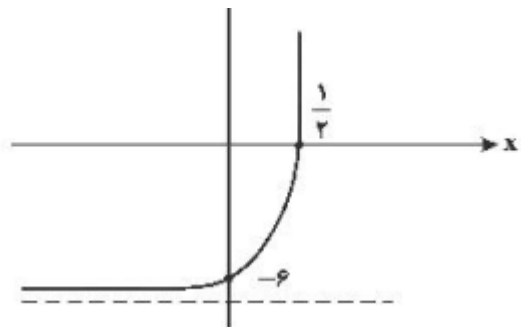


کدام است؟ (سراسری ۹۹)

(۱) ۵۴ (۲) ۶۰

(۳) ۴۸ (۴) ۲۸

۴۸- شکل زیر نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = -9 + \left(\frac{1}{3}\right)^{ax+b}$



است.  $f(2)$  کدام است؟ (سراسری ۹۹)

(۱) ۲۳۴ (۲) ۱۰۸

(۳) ۷۲ (۴) ۱۸





تعریف لگاریتم

تفاوت رادیکال و لگاریتم



تعریف لگاریتم

$$5^x = 3 \rightarrow$$

$$2^x = 7 \rightarrow$$

$$2^2 = 8 \rightarrow$$

$$2^{-2} = \frac{1}{4} \rightarrow$$



$$9^{\frac{1}{2}} = 3 \rightarrow$$

$$4^0 = 1 \rightarrow$$

۹-۴ در هر مورد مقدار  $x$  را بیابید.

$$\log_3 9 = x \rightarrow$$

$$\log_4 1 = x \rightarrow$$

$$\log_2 x = 4 \rightarrow$$

$$\log_4 x = \frac{3}{2} \rightarrow$$

$$\log_x 8 = 3 \rightarrow$$

$$\log_1 5 = x \rightarrow$$

$$\log_{\frac{1}{3}} 9 = x \rightarrow$$



$$\log_{\frac{1}{4}} 16 = x \rightarrow$$

$$\log_x 8 = 5 \rightarrow$$

$$\log_{\frac{1}{4}} \sqrt[3]{2} = x \rightarrow$$

$$\log_9 27 = x \rightarrow$$

۵۰- اگر  $\log_{16}^N = \frac{3}{2}$  باشد، کدام  $N$  است؟

۶۴ (۴)

۳۲ (۳)

۸ (۲)

$\frac{1}{8}$  (۱)

---

---

---

---



خواص لگاریتم

خاصیت دوم:  $\log_a a = 1$

خاصیت اول:  $\log_a 1 = 0$

خاصیت سوم: دامنه لگاریتم  $\log_b a$   $a > 0$  و  $b > 0$  و  $b \neq 1$

خاصیت چهارم:  $\log_B^m A^n = \frac{n}{m} \log_B A$

$$\log_8 16$$

$$\log_4 8$$

اثبات رابطه  $\log_B^m A^n = \frac{n}{m} \log_B A$

$$\log_{27} 81$$

$$\log_{\frac{1}{4}} \sqrt{2}$$



$$\log_{\sqrt{2}} 2\sqrt{2}$$

$$\log 1000$$

$$\log_4 25$$

$$\log_{\frac{1}{9}} 3\sqrt{3}$$

۵۱- اگر  $\log_2 3 = a$  باشد  $\log_{2\sqrt{8}} 3\sqrt{3}$  را بیابید.

---

---

---

---

---

۵۲- اگر  $4^a = A$  باشد حاصل  $\log_{\sqrt{3}} 8 \times A^3$  کدام است؟

---

---

---

---

---



$$\log_{\sqrt[3]{16}} \left( \frac{1}{64} \right)$$

$$\log_{\Delta} (\sqrt{125})^3$$

$$\log_{\frac{1}{4}} \sqrt[8]{2}$$

$$\log_{x\sqrt{x}} x^{\sqrt{x}}$$

$$\log_a A + \log_a B = \log_a AB$$

خاصیت پنجم:

جمع بین لگاریتم ها به ضرب درون لگاریتم ها تبدیل می شود

اثبات

$$\log_6 2 + \log_6 3 =$$

$$\log_6 2\sqrt{3} + \log_6 3\sqrt{2} =$$

$$\log 2 + \log 5 =$$

$$\log_3(5 + 2\sqrt{6}) + \log_3(5 - 2\sqrt{6}) =$$

$$\log_a A - \log_a B = \log_a \frac{A}{B}$$

خاصیت ششم:

تفریق بین لگاریتم ها به تقسیم درون لگاریتم ها تبدیل می شود

اثبات

$$\log_6 12 - \log_6 2 =$$

$$\log_2 10 - \log_2 \frac{5}{2} =$$



$$\log_{\epsilon} \sqrt{3} - \log_{\epsilon} \sqrt{2} =$$

۵۳- اگر  $\log 2 = a$  و  $\log 3 = b$  حاصل عبارت های زیر را بر حسب  $a$  و  $b$  بیابید.

$$۱) \log ۱۶ =$$

$$۲) \log ۵ =$$

$$۳) \log ۷۲ =$$

$$۴) \log ۱۲ =$$

۵۴- اگر  $\log 2 = ۰/۳$  و  $\log 3 = ۰/۵$  حاصل عبارت های زیر را بیابید.

$$۱) \log ۴۵ =$$

$$۲) \log ۱۸ =$$





$$۳) \log ۰/۰۷۵ =$$

۵۵- اگر  $\log_3^5 = ۱/۵$  و  $\log_3^{۲۰} = ۲/۷$  آنگاه مقدار  $\log_3^۴$  را بیابید.

۵۶- اگر  $\log_2 = ۰/۳$  آنگاه مقدار  $\log_8$  و  $\log_5$  و  $\log_{5000}$  را بیابید.

۵۷- اگر  $\log_2 = ۰/۳$  و  $\log_3 = ۰/۵$  آنگاه مقدار  $\log_{۷/۵}$  را بیابید.

۵۸- اگر  $\log_2^3 = a$  باشد حاصل  $\log_{۱۸} ۱۲$  را بیابید.



-۵۹ (سراسری ۸۸) اگر  $4^a = 2\sqrt{2}$  لگاریتم  $(4a + 1)$  در پایه ۴ کدام است؟

۱ (۱)  $\sqrt{2}$  (۲)  $2(3)$   $\frac{3}{2}(4)$

-۶۰ (سراسری ۸۶) اگر  $\log_2 12 = \alpha$  باشد، عدد  $4^{\alpha-2}$  کدام است؟

۱ (۱)  $\frac{9}{2}$  (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۸

-۶۱ (سراسری ۹۱) اگر  $3^a = A$  باشد، مقدار  $\log_3 9A^2$  کدام است؟

۱ (۱)  $2 + 2a$  (۲)  $3 + 2a$  (۳)  $2 + a^2$  (۴)  $3 + a^2$

-۶۲ اگر  $\log_2(x^3 + 5) = 5$ ، آنگاه حاصل  $\log_5(x^2 - 4)$  کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲)  $\frac{1}{2}(3)$   $\frac{1}{4}(4)$

-۶۳ اگر  $\log_2 x = 2$  و  $\log_{\sqrt{2}} y = \frac{1}{2}$  باشد، حاصل  $\log_{xy} 2\sqrt{2}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴)  $\frac{2}{4}$

-۶۴ اگر  $\log_5^3 = a$  باشد، حاصل  $\log_{25}^{\sqrt{3}}$  چقدر است؟

(۱)  $-\frac{a}{4}$  (۲)  $-a$  (۳)  $-\frac{a}{2}$  (۴)  $\frac{a}{4}$

-۶۵ اگر  $\log_b^a = \frac{3}{2}$  باشد، آنگاه  $\log_{\sqrt{b}}^{ab^2}$  کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

-۶۶ (سراسری ۹۰) اگر  $\log 5 = 3k$ ، آنگاه  $\log \sqrt[3]{1/6}$  کدام است؟

(۱)  $1 - 4k$  (۲)  $2 - 5k$  (۳)  $1 - 2k$  (۴)  $1 - k$



۶۷- (سراسری ۹۰) اگر  $\log 2 = k$  باشد، حاصل  $\log(6 - 2\sqrt{5}) + 2 \log(1 + \sqrt{5})$  کدام است؟

$2 + 4k$  (۴)

$1 + k$  (۳)

$4k$  (۲)

$2k$  (۱)

۶۸- (سراسری ۸۶) اگر  $\log 3 + \log \sqrt[4]{3} = \log(81)^k$  آنگاه لگاریتم  $\frac{5}{k}$  در پایه ۲ کدام است؟

$5$  (۴)

$4$  (۳)

$3$  (۲)

$2$  (۱)

۶۹- (سراسری ۹۹) اگر  $\log_4^3 = 0.8$  باشد، مقدار  $\log_{12}^6$  کدام است؟

$\frac{7}{9}$  (۴)

$\frac{3}{4}$  (۳)

$\frac{8}{11}$  (۲)

$\frac{13}{18}$  (۱)

۷۰- (سراسری ۹۹) اگر  $\log_3^2 = \frac{5}{8}$  باشد، مقدار  $\log_{18}^8$  کدام است؟

$\frac{3}{4}$  (۴)

$\frac{8}{11}$  (۳)

$\frac{5}{7}$  (۲)

$\frac{15}{32}$  (۱)



۷۱- (سراسری ۹۶) تابع با ضابطه ی  $f(x) = a + \log_2(3x + b)^2$  از دو نقطه ی  $(5, 11)$  و  $(21, 15)$  می گذرد.  $a$  کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۱ (۲)

۱ (۱)

۷۲- (سراسری ۹۹) فرض کنید در دامنه  $[0, +\infty)$  تابع با ضابطه ی  $f(x) = \frac{2^x + (\frac{1}{2})^x}{2}$  مفروض باشد  $f^{-1}(2)$  کدام است؟

$\log_2(\sqrt{3} + 2)$  (۴)

$\log_2(\sqrt{3} + 1)$  (۳)

$\log_2(\sqrt{3} - 1)$  (۲)

$\log_2(2 - \sqrt{3})$  (۱)

دامنه لگاریتم



۷۳- اگر  $\log_2^{(5x+1)} + \log_2^x = 2$  باشد، عدد  $\frac{4}{x}$  کدام است؟

۵ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۴- (۱)

۷۴- نمودار دو تابع با معادله  $y = \log(x^2 - 1)$  و  $y = 1 + \log(x + 1)$  یکدیگر را در

چند نقطه قطع می کنند؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۷۵- معادله  $\log(x - 2) + \log(x - 3) = 1 + \log 3$  دارای:

(۲) دو ریشه ی مثبت است.

(۱) دو ریشه ی مختلف علامه است.

(۴) ریشه نیست.

(۳) یک ریشه مثبت است.

۷۶- (سراسری ۹۳) از تساوی  $\log_x(x^2 + 4) = 1 + \log_x 5$  مقدار لگاریتم  $x$  در پایه ۲،

کدام است؟

۲ (۴)

$\frac{3}{2}$  (۳)

$\frac{1}{2}$  (۲)

۱- (۱)



۷۷- (سراسری ۹۳ خارج) از تساوی  $\log_x(3x + 8) = 2 - \log_x(x - 6)$  ، مقدار لگاریتم

$x$  در پایه ۴ کدام است؟

۲ (۴)

$\frac{2}{3}$  (۳)

$\frac{1}{3}$  (۲)

$\frac{1}{2}$  (۱)

۷۸- (سراسری ۹۵) از معادله لگاریتمی  $\log_3(2x^2 + 1) - \log_3(x + 2) = 1$  ، مقدار

لگاریتم  $(2x - 1)$  در پایه ۸ کدام است؟

$\frac{2}{3}$  (۴)

$\frac{1}{2}$  (۳)

$-\frac{1}{2}$  (۲)

$-\frac{2}{3}$  (۱)

۷۹- از معادله لگاریتمی  $\log(x^2 - x - 6) - \log(x - 3) = \log(2x - 5)$  ، مقدار لگاریتم

$\sqrt[3]{x + 1}$  در پایه ۴ کدام است؟ (سراسری ۹۵)

۱ (۴)

$\frac{2}{3}$  (۳)

$\frac{1}{2}$  (۲)

$\frac{1}{3}$  (۱)



۸۰- حاصل ضرب جواب های معادله ی  $\log_{\frac{1}{4}} x - 9 \log_{\frac{1}{8}} x = 4$  کدام است؟

۴ (۴)

$\frac{1}{4}$  (۳)

$\frac{1}{8}$  (۲)

۸ (۱)

۸۱- اگر  $\log_4(x+1) = \log_3 \sqrt{3} + \log_2 \sqrt{x-1}$  آن گاه حاصل  $\log_4(3x-1)$  کدام است؟

$\frac{2}{5}$  (۴)

۲ (۳)

$\frac{1}{5}$  (۲)

۱ (۱)

۸۲- اگر  $\frac{9}{8} = 2^{x+2} + 2^{x-1}$ ، آن گاه حاصل لگاریتم  $|x^3 - 1|$  در پایه ی ۳ کدام است؟

۲ (۴)

$\frac{1}{2}$  (۳)

$\frac{3}{2}$  (۲)

۱ (۱)

۸۳- از دو معادله ی  $4^x + 2^x = 72$  و  $\log(x+1) + \log(2y+x^2) = 2$  ، مقدار  $y$

کدام است؟ (سراسری ۹۲ خارج)

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)





۸۴- از دو معادله ی دو مجهولی  $3^{2x+y} = 9 \times 3^{x-y}$  و  $\log(x+2y) = 1 + \log y$ ،

مقدار  $x$  کدام است؟ (سراسری ۹۶ خارج)

۱/۶ (۴)

۱/۵ (۳)

۱/۴ (۲)

۱/۲ (۱)

۸۵- (سراسری ۱۴۰۰) فرض کنید  $\log_{\frac{5}{2}}(3x-2) = 1 - (\log_2)^2 - (\log_5)^2$  مقدار  $x$

کدام است؟

$\frac{7}{3}$  (۴)

۴ (۳)

$\frac{17}{3}$  (۲)

۹ (۱)

۸۶- (سراسری ۱۴۰۰) حاصل عبارت  $\log_{21} 147 + \log_{21} 1323 + (\log_{21} 3)^2$  کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



۸۷- (سراسری ۱۴۰۰) مجموع جواب های معادله  $\log_2(4^x + 15) = x + 3$  کدام است؟

$\log_4 15$  (۴)

$\log_2 15$  (۳)

۱۵ (۲)

۸ (۱)

۸۸- وارون توابع زیر را بیابید.

۱)  $y = 3^x$

۲)  $y = 5^{x-2} + 4$

۳)  $y = \log_2(2x - 3) + 1$

۴)  $y = \log_3\left(\frac{x+1}{2x-3}\right)$



$$۵) y = \frac{۲^{x+۱} - ۱}{۲^x + ۳}$$

$$۶) y = \frac{۲^x}{۴^x + ۱}$$

$$۷) y = ۹^x + ۳^x$$



$$۱) y = \log_{(r-x)}(x - ۱)$$

$$۲) y = \log_x(x^r - ۴)$$

$$۳) y = \log_r\left(\frac{x - ۳}{x + ۱}\right)$$

$$۴) y = \sqrt{۲ - \log_{\Delta}(x - ۲)}$$

$$۵) y = \sqrt{۲ - \log_r(x + ۱)}$$



$$۶) y = \log_x \left( \frac{x+1}{x+2} \right)$$

$$۶) y = \sqrt{\log_2(x^2 - 3)}$$

$$۷) y = \frac{1}{[\log x]}$$

۹۰- معادلات زیر را حل کنید.

$$x^{\log_5^x} = 625 \quad (۲)$$

$$3^x = 2^{1-x} \quad (۱)$$



۹۱- دامنه ی تعریف تابع  $y = \sqrt{\log_{\frac{5}{4}}(x-x^2)}$  کدام است؟

- (۴)  $0 \leq x \leq 5$       (۳)  $1 \leq x \leq 4$       (۲)  $0 < x < 5$       (۱)  $1 < x < 4$

۹۲- (سراسری ۱۴۰۰) دامنه ی تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{\log(x^2-x-2)}{\sqrt{x^2-1}+1}$  کدام است؟

- (۱)  $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$       (۲)  $(-1, 2)$   
 (۳)  $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$       (۴)  $(-2, 1)$

۹۳- (سراسری ۱۴۰۰) دامنه ی تابع با ضابطه  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(|x^2-1|-x)$  کدام است؟

- (۱)  $(-\infty, -\sqrt{2}) \cup (2, +\infty)$       (۲)  $(-\infty, 1) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$   
 (۳)  $[-1, 1) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$       (۴)  $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$



۹۴- (سراسری ۱۴۰۰) دامنه ی تغییرات تابع  $f(x) = \log_6 \frac{1}{6 + \sqrt{|x|} - |x|}$  کدام است؟

(۲)  $(-4, 9)$

(۱)  $(-9, 9)$

(۴)  $(-4, 4)$

(۳)  $(4, 9)$

$$\log_B A = \frac{1}{\log_A B}$$

خاصیت هفتم:

اثبات

۹۵- اگر  $\log_2 3 = a$  باشد  $\log_{81} 8$  را بیابید.

۹۶- معادله  $\log_2 x + \log_x 2 = \frac{5}{2}$  را حل کنید.



۹۷- حاصل  $\frac{1}{\log_2 70} + \frac{1}{\log_5 70} + \frac{1}{\log_7 70}$  را بیابید.

۹۸- اگر  $\log_5^2 = a$  باشد، آنگاه  $\log_{\sqrt[3]{9}}^{\frac{1}{25}}$  چقدر است؟

- (۱)  $\frac{1}{6a}$       (۲)  $\frac{9}{2a}$       (۳)  $6a$       (۴)  $\frac{a}{6}$

۹۹- اگر  $\log_2^{\sqrt[5]{e^2}} = A$  باشد، حاصل  $\log_{\sqrt{e}}^{\frac{3}{2}}$  چقدر است؟

- (۱)  $\frac{A}{4}$       (۲)  $\frac{A}{2}$       (۳)  $\frac{2}{A}$       (۴)  $\frac{4}{A}$

۱۰۰- اگر  $\log_{12}^2 = a$  باشد،  $\log_3^2$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{a-1}{2a}$       (۲)  $\frac{1-a}{2a}$       (۳)  $\frac{1-a}{a}$       (۴)  $\frac{a-1}{a}$

۱۰۱- (سراسری ۱۴۰۰) اگر تساوی  $\log_x^y - 2\log_y^x = 1$  به ازای  $x, y > 1$  برقرار باشد، کدام

تساوی درست است؟

- (۱)  $y = x^2$       (۲)  $y = x^3$       (۳)  $y = \sqrt{x}$       (۴)  $xy = 2$





۱۰۲- (سراسری ۱۴۰۰) اگر در معادله  $2 \log_x^a + \log_a^{\sqrt{x}} = 2$  مقدار  $x$  برابر ۹ باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

۱ (۴)

۳ (۳)

$\frac{1}{3}$  (۲)

$\frac{1}{9}$  (۱)

$$\log_B A = \frac{\log_C A}{\log_C B}$$

خاصیت هشتم:

اثبات

۱۰۳- حاصل  $\log_9 4 \times \log_5 \sqrt{3} \times \log_2 25$  را بیابید.

۱۰۴- حاصل  $\log_{\sqrt[3]{3}}^{\sqrt{5}} \times \log_{\sqrt{2}}^{\frac{1}{9}} \times \log_{\frac{1}{25}}^8$  چقدر است؟



$$A^{\log_c B} = B^{\log_c A}$$

خاصیت نهم:

اثبات

۱۰۵- حاصل عبارت های زیر را بیابید.

$$\sqrt{5}^{1+\log_5 3}$$

$$2^3 - \log_8 5$$

$$4^{-3 \log_2 5}$$



$${}_5 \log_5 3 \times \log_3 2$$

$$\frac{\log(\log 2)}{2 \log 2}$$

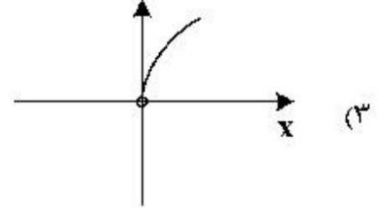
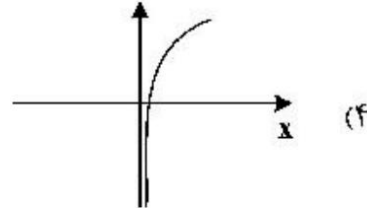
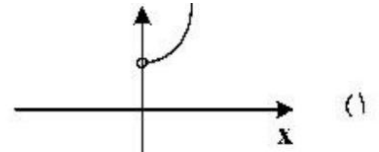
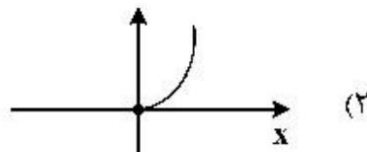
$$1 \cdot \log_{10} 3 + \log_{10} 10^{-3}$$

۱۰۶- آیا دو تابع  $f(x) = \log_2 x^2$  و  $g(x) = 2 \log_2 x$  با هم برابرند؟

۱۰۷- آیا دو تابع  $f(x) = \log_a x^2$  و  $g(x) = 2 \log_a |x|$  با هم برابرند؟

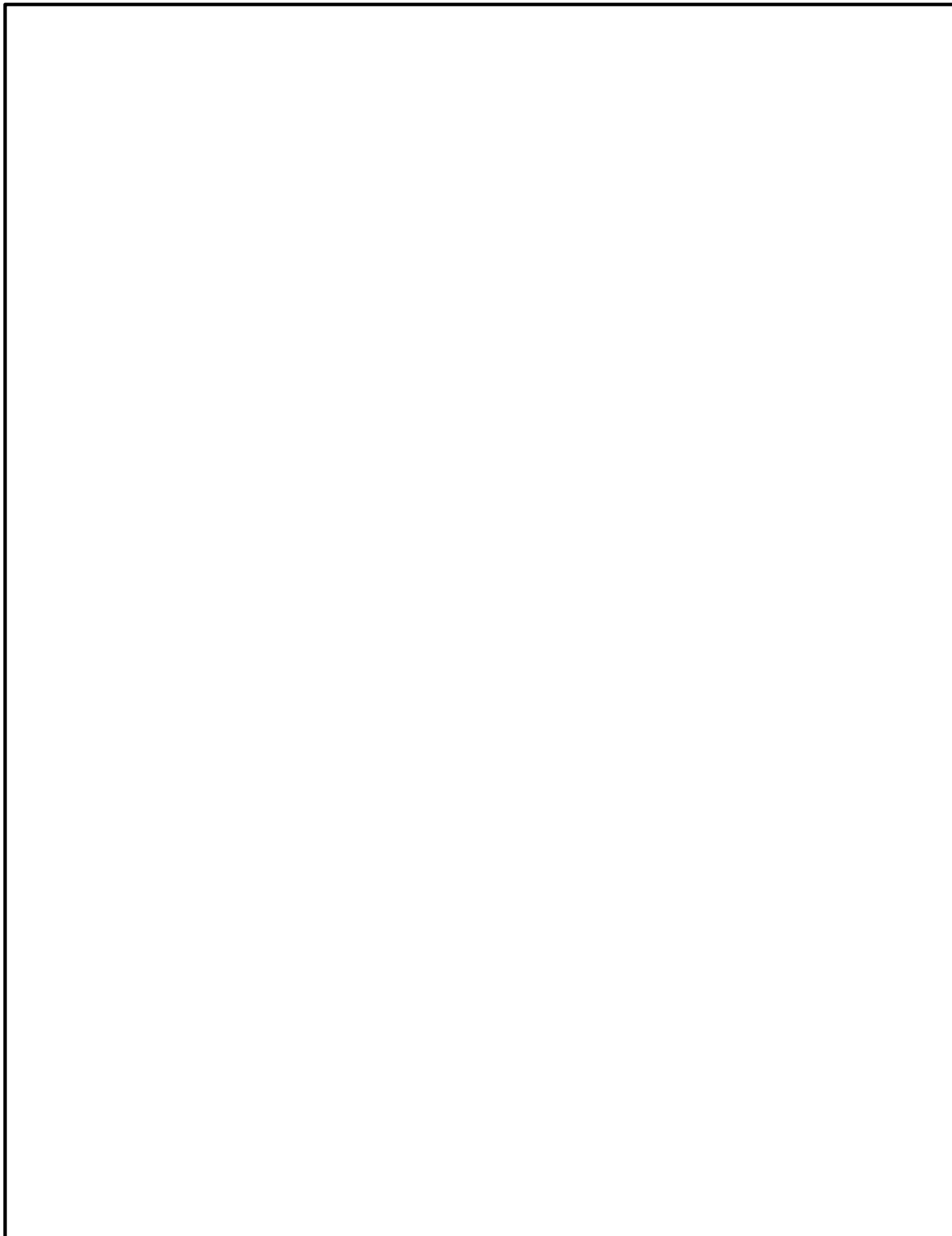


۱۰۸- (سراسری ۱۴۰۰) نمودار تابع  $f(x) = 9^{\log_3 x}$  کدام است؟



نکته: تعداد ارقام و محاسبه تقریبی لگاریتم

۱۰۹- اگر  $\log 2 = 0.301$  باشد، آنگاه  $8^{30}$  چند رقمی است؟





۱۱۰- تابع  $y = \log_{(1-m^2)}^x$  به ازای چه مقادیری  $m$ ، نزولی است؟

- (۱)  $|m| < ۱$     (۲)  $۰ < |m| < ۱$     (۳)  $۰ < m < ۱$     (۴)  $-۱ < m < ۰$

۱۱۱- نمودارهای زیر را رسم کنید.

$$y = \log_{\frac{1}{2}}^{(x+1)}$$

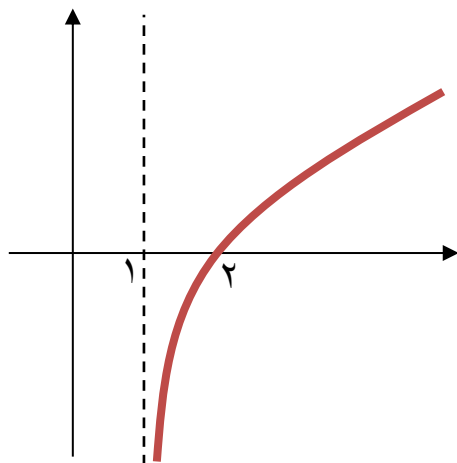
$$y = \log_2(x - 2)$$

$$y = \log_2(x + 1)^{-1}$$

$$y = -\log(-x)$$

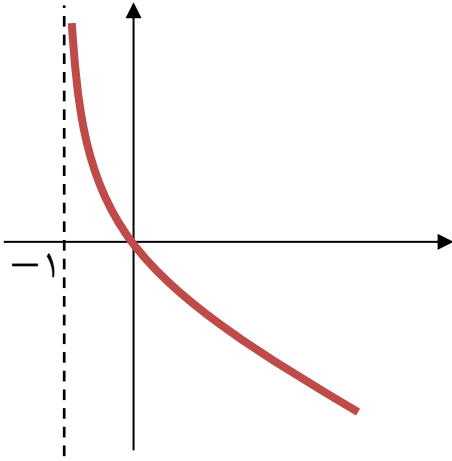
$$y = \log_{\frac{1}{3}}(x-2)$$

۱۱۲- اگر تابع زیر به فرم  $y = \log_b(x - a) + c$  باشد  $a + b + c$  را بیابید.





۱۱۳- اگر تابع زیر به فرم  $y = \log_b(x - a) + c$  باشد  $a + b + c$  را بیابید.

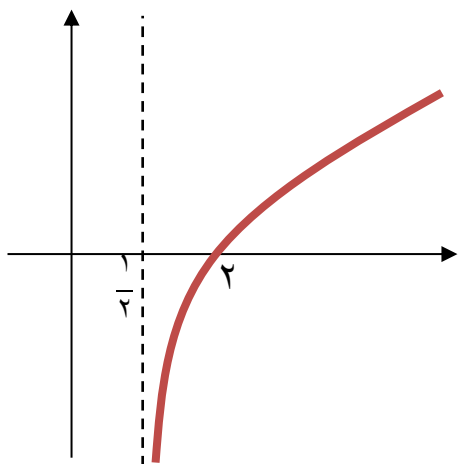


۱۱۴- نمودار تابع  $y = -\log_2(-x + 1)$  را رسم کنید.

۱۱۵- معادله  $x \log x = 1$  چند جواب دارد؟

۱۱۶- معادله  $\log x = \sin x$  چند جواب دارد؟





۱۱۷- شکل زیر نمودار تابع  $y = -1 + \log_b^{(2x+a)}$  است. این

منحنی خط  $y = 1$  را با کدام طول قطع می کند؟ (سراسری ۹۸)

- ۵ (۲)
- ۷ (۴)
- ۴ (۱)
- ۶ (۳)

---



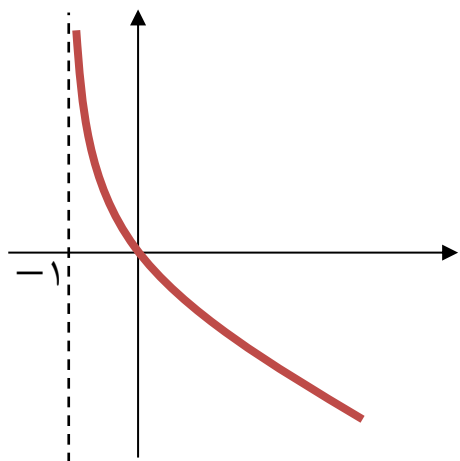
---



---



---



۱۱۸- (سراسری ۹۸) شکل زیر نمودار تابع  $y = \log_2^U(x)$

است. کدام است  $U(x)$ ؟

- $(x + 1)^{-1}$  (۲)
- $x + 1$  (۱)
- $1 - x$  (۴)
- $x - 1$  (۳)

---



---



---



---



## نامعادلات لگاریتمی

۱۱۹- علامت اعداد زیر را مشخص کنید.

$$\log_3 4 \quad (۳)$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3} \quad (۲)$$

$$\log_{\frac{1}{5}} 4 \quad (۱)$$

۱۲۰- نامعادله های زیر را حل کنید.

$$\log_f(x - 3) \leq 2$$



$$\log_{\frac{1}{2}} x \leq -1$$

$$1 - \log(x - 1) \geq 0$$

۱۲۱- نامعادله  $1 - \log(x - 1) \geq 0$  را حل کنید.

---

---

---

---

---

---

---

---



کاربرد های لگاریتم

$$\log E = 11/8 + 1/5M \quad \text{زلزله (۱)}$$

۱۲۲- انرژی زلزله ۵ ریشتری چند برابر انرژی زلزله ۴ ریشتری است؟

---

---

---

---

---

---

---

---

(۲) اگر مقدار ماده ای در مدت زمان  $T$  ،  $p$  برابر شود و مقدار اولیه آن  $f$  و مقدار آن ماده

پس از زمان  $t$  برابر  $f_t$  باشد :

۱۲۳- نیمه عمر ماده ای ۸ ساعت است اگر ۵ کیلوگرم از آن ماده را ۲ ساعت نگهداری کنیم چقدر از

آن ماده باقی می ماند؟

---

---

---

---

---

---

---

---



۱۲۴- مقدار ۲۴ گرم از عنصری موجود است. اگر عنصر مورد نظر در هر مدت زمان ۳۰ روزه،  $\frac{1}{3}$  جرم باقی مانده را از دست بدهد، پس از چند روز ۸ گرم از آن عنصر باقی می ماند؟ ( $\log 3 = 0.48$ )

(۱) ۳۶۰ (۲) ۳۰۰ (۳) ۲۷۰ (۴) ۲۴۰

۱۲۵- در ظرفی ۱۰۰ لیتر محلول قرار دارد. هر روز ۴ لیتر از محلول را برداشته و به جای آن آب خالص اضافه می کنیم. پس از چند روز غلظت آن  $\frac{1}{3}$  غلظت اولیه می شود؟ ( $\log 3 = 0.48$ )

(۱) ۲۰ (۲) ۲۴ (۳) ۳۰ (۴) ۳۲