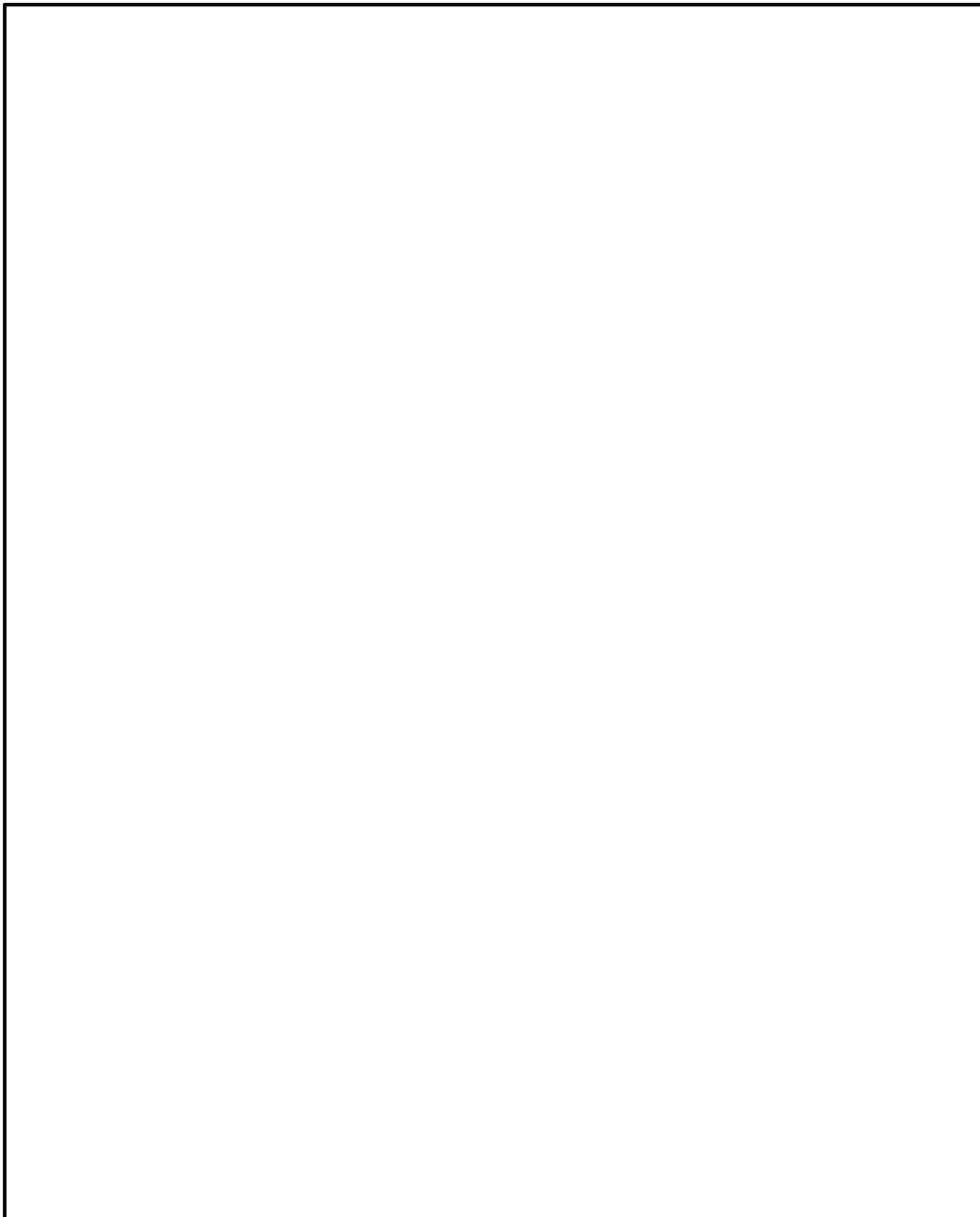
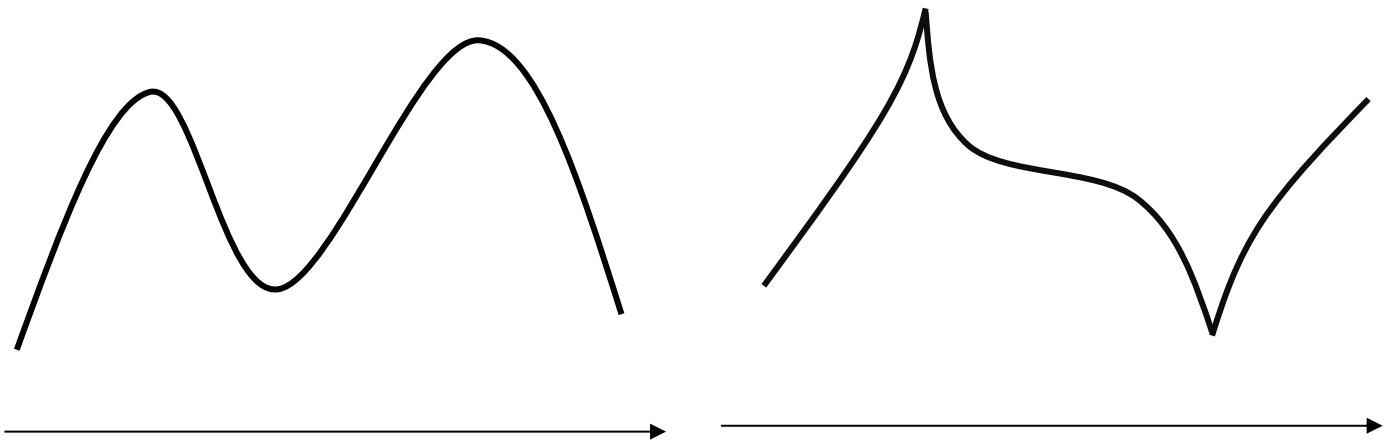


# کاربرد مشتق

ارتباط توابع صعودی و نزولی با مشتق





اکسترمم = ماکسیمم یا مینیمم

توجه: اگر تابعی پیوسته باشد برای تشخیص صعودی و نزولی بودن تابع و تشخیص ماکسیمم و مینیمم نسبی تابع کافی است مشتق بگیریم و آن را تعیین علامت کنیم.  
مثال: یکنوایی توابع زیر را تشخیص دهید و اکسترم های نسبی آن را بیابید.

$$y = x^3 - 3x^2 - 1$$

$$y = x^2 - 4x + 1 - 2$$

$$y = x^4 - 2x^2 - 3$$

$$y = x^3 - 4$$

$$y = \frac{1}{x} - 5$$

تشخیص یکنوایی و اکسترمم های نسبی

راه اول : مشتق بگیریم و تعیین علامت کنیم

راه دوم : رسم تابع برای توابع که مشتق آنها سخت است و یا قابل محاسبه نیست مثل

قدر مطلق / جز صحیح / چند ضابطه ای / مثلثاتی / لگاریتمی / نمایی

$$y = \sqrt{x} - x - 6$$

$$y = \sqrt[3]{x^2} \times (x - 2) - 7$$



$$y = \frac{1}{x^r+1} - 1$$

$$y = \frac{x}{x^r+1} - 1$$

$$y = \frac{x+1}{x^r} - 1$$

$$y = \sqrt[r]{x} \times (x - 1) - 1$$

$$y = (x - 1)\sqrt{x} - 1$$



$$y = \frac{x}{1-x^2} \quad -13$$

-14 تابع با ضابطه ی  $f(x) = x^3 + ax^2 + x$  همواره صعودی است، حدود تغییرات  $a$  کدام است؟

(1)  $0 \leq a < 2$       (2)  $-\sqrt{3} \leq a < 2$       (3)  $|a| \leq \sqrt{3}$       (4)  $|a| \leq 2$

پاسخ: ( )

-15 (سراسری ۱۴۰۰) بازه هایی که تابع  $f(x) = \frac{x^4}{x^3-8}$  در آنها اکیداً نزولی است را در نظر بگیرید. مینیم طول این بازه ها، کدام است؟

(1)  $1$       (2)  $\sqrt[3]{4} - 1$       (3)  $2\sqrt[3]{4}$       (4)  $2(\sqrt[3]{4} - 1)$

پاسخ: ( )



۱۶- (سراسری ۱۴۰۰) تعداد بازه هایی که تابع  $f(x) = \frac{x^4-3}{x^2-2}; x \in (-2, 2)$  در آنها اکیداً نزولی

است کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: ( )

۱۷- (سراسری ۱۴۰۰) مجموعه مقادیری از اعداد حقیقی که در آن تابع  $f(x) = 2\sqrt[3]{x} + |x|$

صعودی باشند کدام است؟

(۱)  $[-1, +\infty)$  (۲)  $(-\infty, +\infty)$  (۳)  $(0, +\infty) \cup (-1, 0)$  (۴)  $[3\sqrt[3]{3}, 0]$

پاسخ: ( )



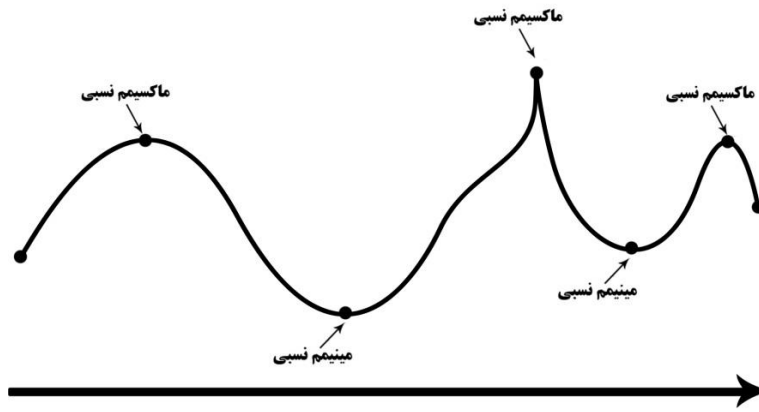
نکته: اکسترمم های نسبی از نظر مشتق دو حالت دارند:

### تعریف ماکسیمم و مینیمم نسبی

نقطه ماکسیمم نسبی: نقطه ی  $x = c$  را ماکسیمم نسبی می گوئیم اگر همسایگی حول این نقطه وجود داشته باشد که برای هر  $x$  در این همسایگی داشته باشیم  $f(x) \leq f(c)$ .

نقطه مینیمم نسبی: نقطه ی  $x = c$  را مینیمم نسبی می گوئیم اگر همسایگی حول این نقطه وجود داشته باشد که برای هر  $x$  در این همسایگی داشته باشیم  $f(x) \geq f(c)$ .

توجه: ابتدا و انتهای بازه ماکسیمم و مینیمم نسبی نیست و همچنین بایستی اکسترمم نسبی در دامنه باشد.

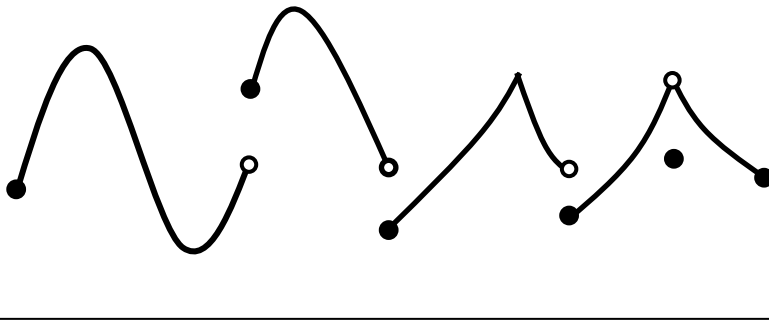


۱۸- توابع اکیدا یکنوا چند اکسترم نسبی دارند؟

پاسخ: ( )

۱۹- تابع زیر چند اکسترم نسبی دارد؟

پاسخ:

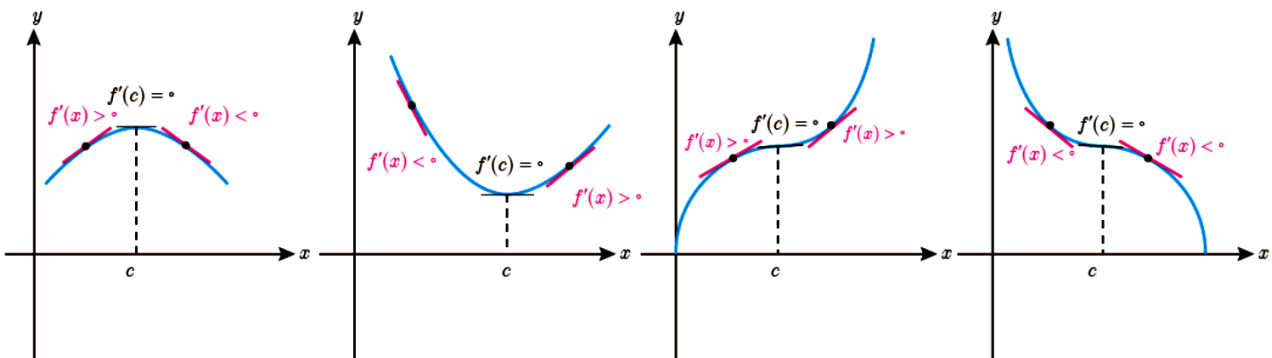


برای تشخیص اکسترم نسبی

راه اول: مشتق بگیریم و تعیین علامت کنیم

راه دوم: رسم تابع برای توابع که مشتق آنها سخت است و یا قابل محاسبه نیست مثل

قدر مطلق / جز صحیح / چند ضابطه ای / مثلثاتی / لگاریتمی / نمایی



$x=c$ : طول ماکزیم نسبی

$x=c$ : طول مینیمم نسبی

$x=c$ : نه طول ماکزیم نسبی است

و نه مینیمم نسبی

$x=c$ : نه طول ماکزیم نسبی است

و نه مینیمم نسبی



مثال : ماکسیمم و مینیمم نسبی توابع زیر را بیابید.

$$f(x) = x^4 + \frac{4}{3}x^3 - 4x^2 \quad -20$$

پاسخ:

$$f(x) = \begin{cases} 2 - x^2 & x \geq 0 \\ x^2 - 1 & x < 0 \end{cases} \quad -21$$

پاسخ:

$$f(x) = |2x - |x|| \quad -22$$

پاسخ:

$$f(x) = -|\cos x| \quad -23$$

پاسخ:

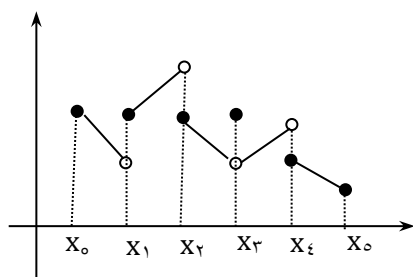


۲۴- نمودار تابع  $f$  در بازه  $[x_0, x_5]$  به صورت زیر داده شده است تابع  $f$  در این بازه چند اکسترم

نسبی دارد؟

- ۱ (۴)                      ۲ (۳)                      ۳ (۲)                      ۴ (۱)

پاسخ: ( )



۲۵- تابع  $f(x) = x^4 - x^3$  چند نقطه اکسترم نسبی دارد؟

- ۱ (هیچ)                      ۱ (۲)                      ۲ (۳)                      ۳ (۴)

پاسخ: ( )

۲۶- مقدار ماکسیمم نسبی تابع  $y = \frac{2x-x^2}{(x+1)^2}$  کدام است؟ (سراسری ۹۸)

- ۱ (۱/۲)                      ۲ (۱/۳)                      ۳ (۱/۴)                      ۴ (۱/۵)

پاسخ: ( )

۲۷- مشتق تابعی به صورت  $f'(x) = (1-x^2)(x^2+x)$  است،  $f$  به ترتیب دارای چند

ماکسیمم نسبی و چند مینیمم نسبی است؟

- ۱-یک - یک (۱)                      ۲-یک - صفر (۲)                      ۳-یک - دو (۳)                      ۴-دو - یک (۴)

پاسخ: ( )



۲۸- اگر تابع با ضابطه ی  $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x+a}$  دارای اکسترمم نسبی باشد، مقادیر  $a$  کدام است؟

- (۱)  $a > 0$  یا  $a < -2$  (۲)  $a > 2$  یا  $a < 0$  (۳)  $-2 < a < 0$  (۴)  $0 < a < 2$

پاسخ: ( )

۲۹- به ازای کدام مقدار ، تابع با ضابطه ی  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + ax^2 + 4x - 1$  اکسترمم نسبی

ندارد؟

- (۱)  $a < 0$  (۲)  $-2 \leq a \leq 2$  (۳)  $0 \leq a \leq 3$  (۴)  $-4 \leq a \leq 0$

پاسخ: ( )

۳۰- تابع  $y = x - 3\sqrt{x^2}$  کدام وضعیت را دارد؟

- (۱) یک ماکسیمم نسبی و دو می نیمم نسبی دارد. (۲) یک ماکزیمم نسبی و یک می نیمم نسبی دارد.  
(۳) دو ماکزیمم نسبی و دو می نیمم نسبی دارد. (۴) یک ماکزیمم نسبی دارد ولی می نیمم نسبی ندارد.

پاسخ: ( )



۳۱- (تمرین کتاب) اگر نقطه‌ی  $M(2, 1)$  اکستریم نسبی  $y = x^3 + bx^2 + d$  باشد، مقدار عددی  $b, d$  کدام است؟

پاسخ: ( )

۳۲- اگر نقطه‌ی  $M(2, \frac{1}{3})$  مختصات ماکسیمم نسبی  $y = \frac{ax}{x^2+2x+b}$  باشد، مقدار عددی  $a + b$  کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

پاسخ: ( )

۳۳- تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{a}{x} + bx^2$  در نقطه‌ی  $(1, -2)$  دارای اکستریم نسبی است. عدد  $a$  و نوع اکستریم نسبی کدام است؟

(۱)  $-\frac{4}{3}$ ، می نیمم (۲)  $-\frac{4}{3}$ ، ماکسیمم (۳)  $\frac{4}{3}$ ، می نیمم (۴)  $\frac{4}{3}$ ، ماکسیمم

پاسخ: ( )

۳۴- منحنی  $y = ||x| - 2|$  در بازه‌ی  $[-5, 3]$  چند نقطه‌ی اکستریم نسبی دارد؟

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) بیشمار

پاسخ: ( )



۳۵- منحنی  $y = x - [x + 1]$  در بازه  $[0, 4]$  چند نقطه ی اکسترمم نسبی دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) بیشمار

پاسخ: ( )

۳۶- (سراسری ۹۸) در تابع با ضابطه  $f(x) = x|x - 4|$  فاصله بین نقطه ماکسیمم و مینیمم

نسبی آن کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{5}$  (۲)  $2\sqrt{2}$  (۳)  $3\sqrt{2}$  (۴)  $2\sqrt{5}$

پاسخ: ( )

۳۷- (سراسری ۹۹) فاصله نقطه ماکسیمم نسبی تابع با ضابطه  $f(x) = x + \sqrt{4x - x^2}$  از

نیسماز ناحیه اول کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $\sqrt{2}$  (۳) ۲ (۴)  $2\sqrt{2}$

پاسخ: ( )



۳۸- تابع  $y = \frac{x^2 + 2x - 1}{x^2 + 1}$  را در نظر بگیرید ضرب مقادیر ماکسیم و مینیم نسبی این تابع کدام است؟

- (۱) -۱      (۲) -۲      (۳) -۳      (۴) -۴

پاسخ: ( )

۳۹- مقدار ماکسیمم نسبی تابع با ضابطه  $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 1}$  کدام است؟ (سراسری ۹۹)

- (۱) -۱      (۲) -۲      (۳) -۳      (۴) -۴

پاسخ: ( )

۴۰- تعداد اکسترمم نسبی تابع  $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1} |x^2 - 4|$  است؟ (سراسری ۱۴۰۰)

- (۱) ۲      (۲) ۳      (۳) ۴      (۴) ۵

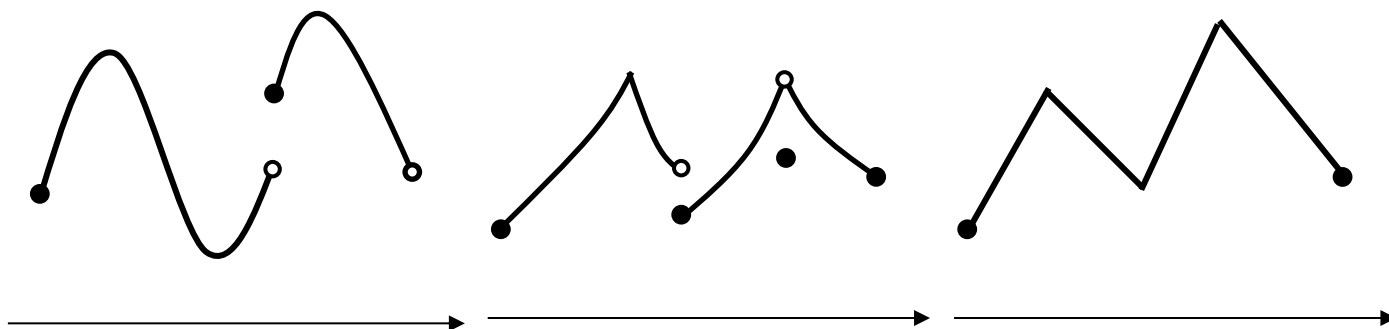
پاسخ: ( )

نقاط بحرانی: نقطه  $x = c$  عضو دامنه تابع را بحرانی می‌گوییم اگر:

(۱)  $f' = 0$  یا (۲) مشتق ناپذیر

نمودارهای نقاط بحرانی

۴۱- نمودار زیر چند نقطه بحرانی دارد؟



نقطه ی بحرانی بایستی حتماً در دامنه باشد.

نقاط ابتدا و انتها بازه قطعاً بحرانی است.



یادآوری: انواع نقاط مشتق ناپذیر عضو دامنه:



چگونه نقاط بحرانی را پیدا کنیم؟؟

توجه : اکسترمم های نسبی زیر مجموعه ای از نقاط بحرانی است.

مثال : نقاط بحرانی توابع زیر را بیابید.

$$y = x^2 - 6x \quad -42$$

$$y = \frac{x^2 + 1}{x} \quad -43$$

$$y = x(x - 2)^2 \quad -44$$

$$y = |x^2 - 1| \quad -45$$



$$y = |x^2 - 8x| \quad -۴۶$$

$$y = x|x - 2| \quad -۴۷$$

$$y = x^2 - |x| \quad -۴۸$$

$$y = x^2|x - 3| \quad -۴۹$$

$$y = \sqrt{x^2 - 1} \quad -۵۰$$



$$y = \sqrt{x} \quad -01$$

$$y = \sqrt{x^2 - 1} \quad -02$$

$$y = \sqrt{x}(x - 3) \quad -03$$

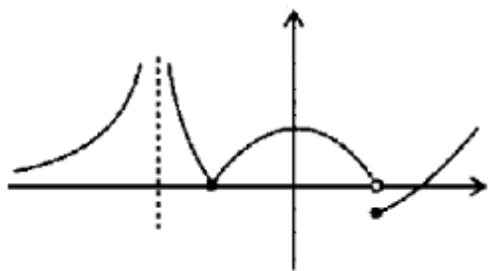
$$f(x) = ||x| - 2| \quad -04$$

$$f(x) = \sqrt{4 - x^2} \quad -05$$

$$f(x) = |x - 2|\sqrt{x^2} \quad -06$$

۵۷- تابع  $f$  با نمودار زیر مفروض است، این تابع چند نقطه

ی بحرانی دارد؟



۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: ( )

۵۸- مجموع طول نقاط بحرانی تابع  $f(x) = 2x^3 - 2x^2 - 16x + 1$  کدام است؟

-۱ (۴)

$\frac{3}{2}$  (۳)

$\frac{2}{3}$  (۲)

۱ (۱)

پاسخ: ( )

۵۹- (سراسری تجربی ۸۵) نقاط بحرانی تابع با ضابطه  $f(x) = x^2(x - 2)^2$  سه راس یک

مثلث اند. نوع این مثلث کدام است؟

۱) متساوی الاضلاع ۲) فقط متساوی الساقین ۳) فقط قائم الزاویه ۴) قائم الزاویه و متساوی الساقین

پاسخ: ( )

۶۰- تعداد نقاط بحرانی تابع با ضابطه  $y = \frac{\sqrt{1+x^2}}{x}$  بر روی دامنه ی خود کدام است؟

بیشمار (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: ( )



۶۱- تعداد نقاط بحرانی تابع  $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 3x^2 + 4}$  کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

پاسخ: ( )

۶۲- مجموع طول نقاط بحرانی تابع  $y = x^2|x - 3|$  کدام است؟

- ۵ (۱)      ۷ (۲)      ۹ (۳)      ۱۳ (۴)

پاسخ: ( )

۶۳- تابع  $y = x^2 - 4|x|$  چند نقطه بحرانی دارد؟

- ۰ (۱)      ۱ (۲)      ۲ (۳)      ۳ (۴)

پاسخ: ( )

۶۴- نقاط بحرانی تابع  $f(x) = a|x|\sqrt[3]{x - 4}$  سه راس یک مثلث قائم الزاویه اند.  $a$  کدام است؟

- ۱ (۱)  $\sqrt{3}$       ۱ (۲)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       ۳ (۳)      ۴ (۴)  $\frac{1}{3}$

پاسخ: ( )

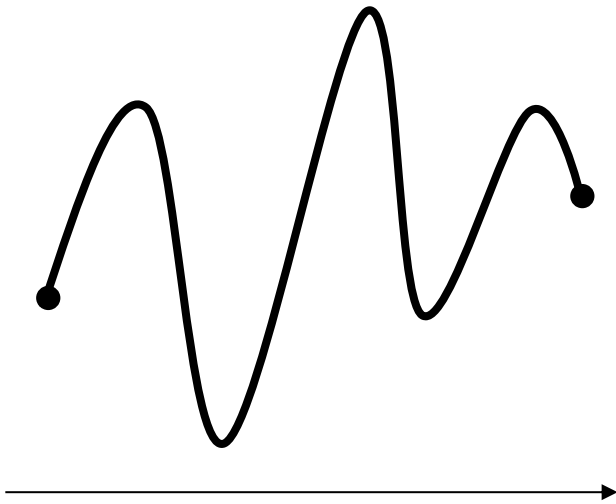
اکسترمم مطلق

ماکسیمم مطلق: نقطه  $c \in D_f$  ماکسیمم مطلق است :

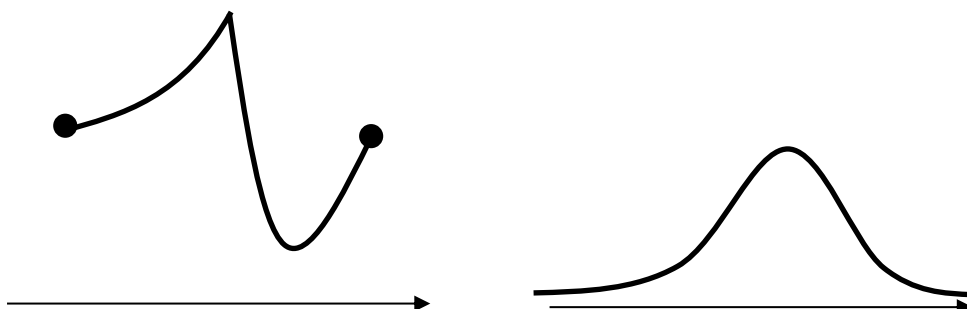
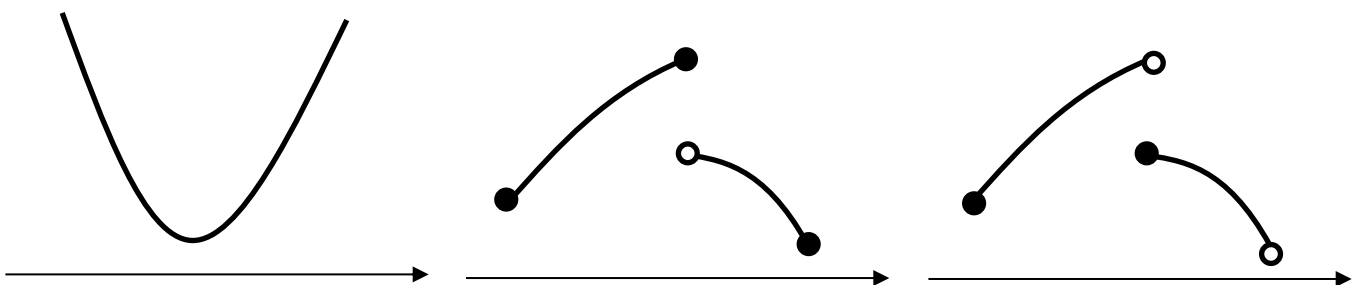
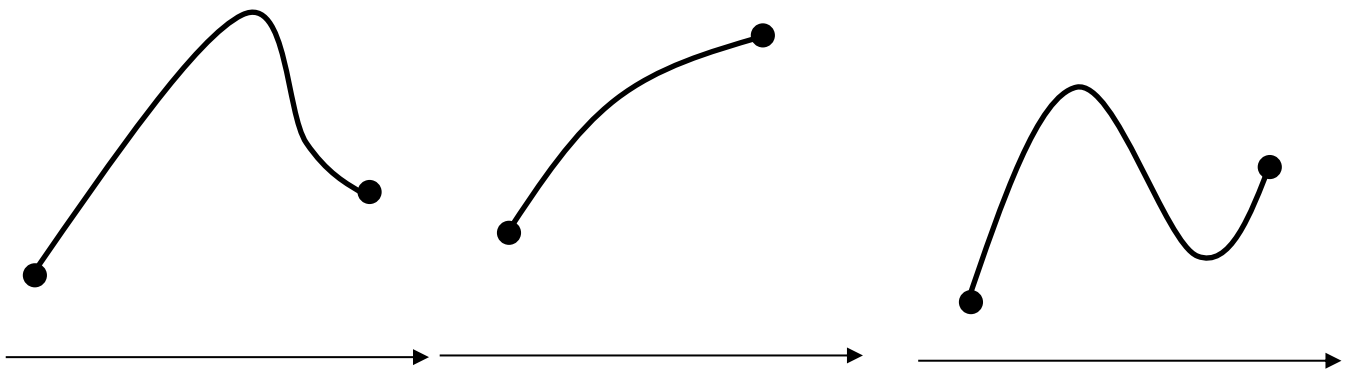
$$x \in D_f : f(x) \leq f(c)$$

مینیمم مطلق: نقطه  $c \in D_f$  ماکسیمم مطلق است :

$$x \in D_f : f(x) \geq f(c)$$

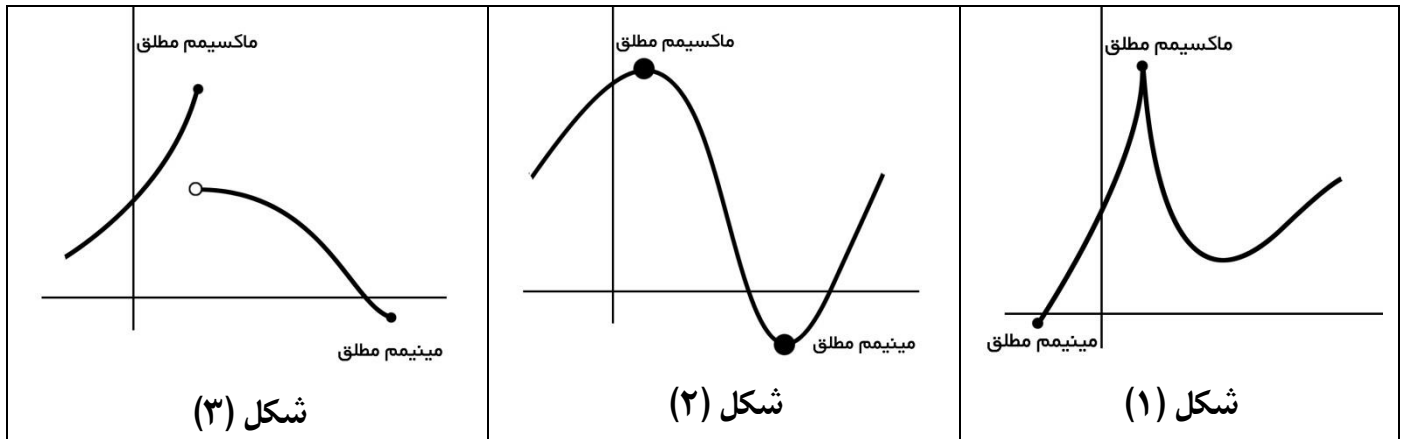


اکسترمم مطلق	اکسترمم نسبی	بحرانی	
			ابتدا و انتهای بازه





مثال: در شکل زیر به نقاط ماکسیمم و مینیمم مطلق توجه کنید.



طریقه تشخیص ماکسیمم یا مینیمم مطلق توابع پیوسته:

۶۵- اکسترم های مطلق تابع  $y = x^3 - 3x$  در بازه  $[0, 4]$  بدست آورید.

پاسخ: ( )

۶۶- آیا تعداد اکسترم های مطلق محدودیتی دارد؟

۶۷- ماکسیمم و مینیمم مطلق تابع  $y = -2x^3 + 9x^2 - 13$  در بازه  $[-1, 2]$  بدست آورید.

پاسخ: ( )

۶۸- (سراسری ۹۲) بیشترین مقدار تابع  $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$  در بازه  $[-2, 2]$  کدام

است؟

۱۷ (۴)

۱۲ (۳)

۱۰ (۲)

۹ (۱)

پاسخ: ( )

۶۹- (سراسری ۹۲) کمترین مقدار تابع  $y = \frac{1}{4}x^4 - x^3 - 2x^2$  کدام است؟

-۱۸ (۴)

-۲۴ (۳)

-۳۲ (۲)

-۳۶ (۱)

پاسخ: ( )

۷۰- ماکسیمم مطلق تابع  $f(x) = \frac{1}{x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 5}$  کدام است؟

$\frac{1}{2}$  (۴)

$\frac{1}{3}$  (۳)

$\frac{1}{5}$  (۲)

$\frac{1}{6}$  (۱)

پاسخ: ( )



۷۱- برد تابع  $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2+x+1}$  کدام است؟

(۴)  $[\frac{1}{3}, 2]$

(۳)  $[\frac{2}{3}, 2]$

(۲)  $[\frac{2}{3}, \frac{5}{3}]$

(۱)  $[\frac{1}{3}, \frac{5}{3}]$

پاسخ: ( )

مثال: اکستریم های مطلق توابع زیر را بیابید.

۷۲-  $y = \sin^2 x - \sin x$

۷۳-  $y = \sqrt{x} - \sqrt{4-x}$

۷۴-  $y = \sqrt{x} + \sqrt{4-x}$





مینیمم مطلق تابع  $f(x) = x|3 - x^2|$  در بازه  $[-1/5, \sqrt{3}]$  کدام است؟ (سراسری ۱۴۰۰)

-۷۵

$-\frac{9}{8}$  (۴)

$-\sqrt{3}$  (۳)

-۲ (۲)

$-\frac{9}{4}$  (۱)

پاسخ: ( )

---

---

---

---

---

---

---

---



۷۶- (تمرین کتاب) محیط مستطیلی برابر ۱۴ است، طول و عرض این مستطیل را بیابید به طوری که بیشترین مساحت را داشته باشد.

پاسخ: ( )

---

---

---

---

---

---

---

۷۷- (تمرین کتاب) دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها ۱۰ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.

پاسخ: ( )

---

---

---

---

---

---

---

۷۸- (تمرین کتاب) ورق فلزی مربع شکلی به طول ۳۰ سانتی متر داریم، می خواهیم از چهار گوشه آن مربع های کوچکی به ضلع  $x$  برش بزنیم و آنها را کنار بگذاریم، سپس با تا کردن ورق در امتداد خط چین های مشخص شده در شکل، یک جعبه در باز بسازیم، مقدار  $x$  چقدر باشد تا حجم قوطی حداکثر مقدار ممکن گردد؟

پاسخ: ( )

۷۹- (تمرین کتاب) می خواهیم مخزنی مکعب مستطیل در باز بسازیم که حجم آن ۱۰ بوده و طول کف مخزن دو برابر عرض آن باشد، قیمت مصالح مورد نیاز جهت کف این مخزن برای هر متر مربع ۱۰۰ هزار تومان و این قیمت برای دیواره ها در هر متر مربع ۶۰ هزار تومان است. عرض کف مخزن چقدر باشد تا کمترین هزینه مصالح مصرف شده کمترین مقدار ممکن گردد؟

پاسخ: ( )



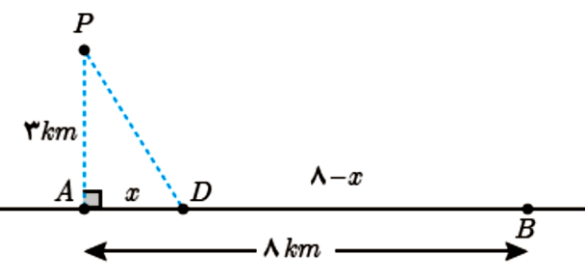
۸۰- (تمرین کتاب) غلظت یک داروی شیمیایی در خون  $t$  ساعت پس از تزریق در ماهیچه از رابطه

$$C(t) = \frac{3t}{t^3 + 27}$$

به دست می آید. چند ساعت پس از تزریق این دارو، غلظت آن در خون، بیشترین

مقدار ممکن خواهد بود؟

پاسخ: ( )



۸۱- (تمرین کتاب) آرمان درون قایقی در نقطه  $P$

قرار دارد که فاصله آن از نزدیک ترین نقطه ساحل یعنی

نقطه  $A$ ، معادل ۳ کیلومتر است. او می خواهد به نقطه

$B$  در ساحل برسد که در ۸ کیلومتری  $A$  قرار دارد.

فرض کنید سرعت حرکت قایق  $2 \text{ km/h}$  و سرعت

پیاده روی آرمان در ساحل  $4 \text{ km/h}$  باشد. اگر او

بخواهد در کوتاهترین زمان ممکن به  $B$  برسد، در چه نقطه ای از ساحل باید پیاده شود و به سوی  $B$

پیاده روی کند؟

پاسخ: ( )

۸۲- (تمرین کتاب) می خواهیم یک قوطی فلزی استوانه ای شکل و در باز بسازیم که گنجایش آن دقیقاً یک لیتر باشد. ابعاد قوطی چقدر باشد تا مقدار فلز به کار رفته در تولید آن مینیمم شود.

پاسخ: ( )

۸۳- (تمرین کتاب) هزینه سوخت قطار در هر ساعت برای حرکت با سرعت  $v$  کیلو متر بر ساعت برابر  $320v^2$  تومان است. همچنین سایر هزینه ها برای هر ساعت، صرف نظر از سرعت قطار برابر  $800000$  تومان می باشد. قطار با چه سرعتی حرکت کند تا هزینه آن در یک کیلو متر، کمترین مقدار ممکن باشد.

پاسخ: ( )



۸۴- (تمرین کتاب) پنجره هایی که به شکل مستطیل و نیم دایره ای بر روی آن می باشد به طوری که قطر نیم دایره برابر با پهنای مستطیل است. اگر محیط یک چنین پنجره ای  $\frac{4}{5}$  متر باشد، ابعاد آن را طوری بیابید که بیشترین نوردهی را داشته باشد.

پاسخ: ( )

۸۵- (تمرین کتاب) کشاورزی می خواهد دور یک مزرعه مستطیا شکل به مساحت ثابت ۱۰۰۰۰۰ متر مربع را دیوار کشی کند. هزینه هر متر دیوارهای شمالی و جنوبی ۲ میلیون تومان و هزینه هر متر دیوار های شرقی و غربی ۸ میلیون است، ابعاد مزرعه چقدر باشد تا هزینه دیوار کشی به حداقل مقدار ممکن برسد؟

پاسخ: ( )

۸۶- (تمرین کتاب) می خواهیم کنار رودخانه یک محوطه به شکل مثلث متساوی الساقین را نرده کشی کنیم. اگر تنها هزینه ۱۰۰ متر نرده را در اختیار داشته باشیم، در این صورت بیشترین مساحت ممکن برای این مثلث چقدر خواهد بود؟

پاسخ: ( )

۸۷- (تمرین کتاب) ابعاد مستطیلی با بیشترین مساحت را تعیین کنید که دو راس آن روی محور طول ها و دو راس دیگرش روی سهمی  $y = 12 - x^2$  باشند.

پاسخ: ( )

۸۸- (تمرین کتاب) هر صفحه مستطیل شکل از یک کتاب جیبی، شامل یک متن با مساحت ثابت ۳۲ خواهد بود. هنگام طراحی قطع این کتاب، لازم است حاشیه های بالا و پایینی ۲ و حاشیه های کناری هر کدام یک سانتی متر در نظر گرفته شوند. ابعاد صفحه را طوری تعیین کنید که مساحت هر صفحه از کتاب کمترین مقدار ممکن باشد.

پاسخ: ( )



۸۹- دو ضلع مستطیلی منطبق بر محور های مختصات و راس چهارم آن واقع بر منحنی به معادله ی

$$y = (x - 2)^2 \text{ روی بازه ی } [0, 2] \text{ است، بیش ترین مساحت این مستطیل کدام است؟}$$

$$\frac{11}{9} \text{ (۴)}$$

$$\frac{32}{27} \text{ (۳)}$$

$$\frac{10}{9} \text{ (۲)}$$

$$\frac{28}{27} \text{ (۱)}$$

پاسخ: ( )

۹۰- کوتاه ترین فاصله سهمی  $y^2 = 4x$  از نقطه  $M(3, 0)$  کدام است؟ (سراسری ۱۴۰۰)

$$3 \text{ (۴)}$$

$$2\sqrt{2} \text{ (۳)}$$

$$\frac{3}{2} \text{ (۲)}$$

$$\sqrt{2} \text{ (۱)}$$

پاسخ: ( )

۹۱- از بین مثلث های قائم الزاویه با اندازه وتر ۱۰ واحد، دو ضلع قائم با کدام نسبت انتخاب شود تا

حجم حاصل از دوران این مثلث حول ضلع قائم بیشترین باشد؟ (سراسری ۹۹)

$$\frac{\sqrt{2}}{1} \text{ (۴)}$$

$$\frac{3}{2} \text{ (۳)}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{1} \text{ (۲)}$$

$$\frac{2}{1} \text{ (۱)}$$

پاسخ: ( )







۹۵- قرینه نقطه  $A$  واقع بر سهمی  $y = x^2$  را نسبت به نیمساز ناحیه اول و سوم صفحه مختصات تعیین کرده و آن را  $A'$  می نامیم. اگر طول نقطه  $A$  بین دو طول متوالی از محل بر تقاطع تابع  $f$  با خط نیمساز مورد نظر باشد، ماکزیمم طول پاره خط  $AA'$  کدام است؟ (سراسری ۱۴۰۰)

$$\frac{\sqrt{2}}{8} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{4} \quad (۳)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (۲)$$

$$\sqrt{2} \quad (۱)$$

پاسخ: ( )

۹۶- قرینه نقطه  $A$  واقع بر منحنی  $f(x) = \sqrt[3]{-x}$  را در دامنه  $[0, 1]$  نسبت به نیمساز ناحیه دوم و چهارم صفحه مختصات تعیین و آن را  $A'$  می نامیم. ماکزیمم طول پاره خط  $AA'$  کدام است؟ (۱۴۰۰)

$$\frac{4}{3\sqrt{6}} \quad (۴)$$

$$\frac{2}{3\sqrt{2}} \quad (۳)$$

$$\frac{4}{3\sqrt{6}} \quad (۲)$$

$$\frac{2}{3\sqrt{6}} \quad (۱)$$

پاسخ: ( )



۹۷- حداکثر مساحت جانبی استوانه ای که درون یک کره به شعاع  $4\sqrt{2}$  محاط می شود، کدام است؟

(۱۴۰۰)

$$\frac{4}{3\sqrt{6}} \quad (۴)$$

$$\frac{2}{3\sqrt{2}} \quad (۳)$$

$$\frac{4}{3\sqrt{6}} \quad (۲)$$

$$\frac{2}{3\sqrt{6}} \quad (۱)$$

پاسخ: ( )

---

---

---

---

---

---

---

---