

بِسْمِ

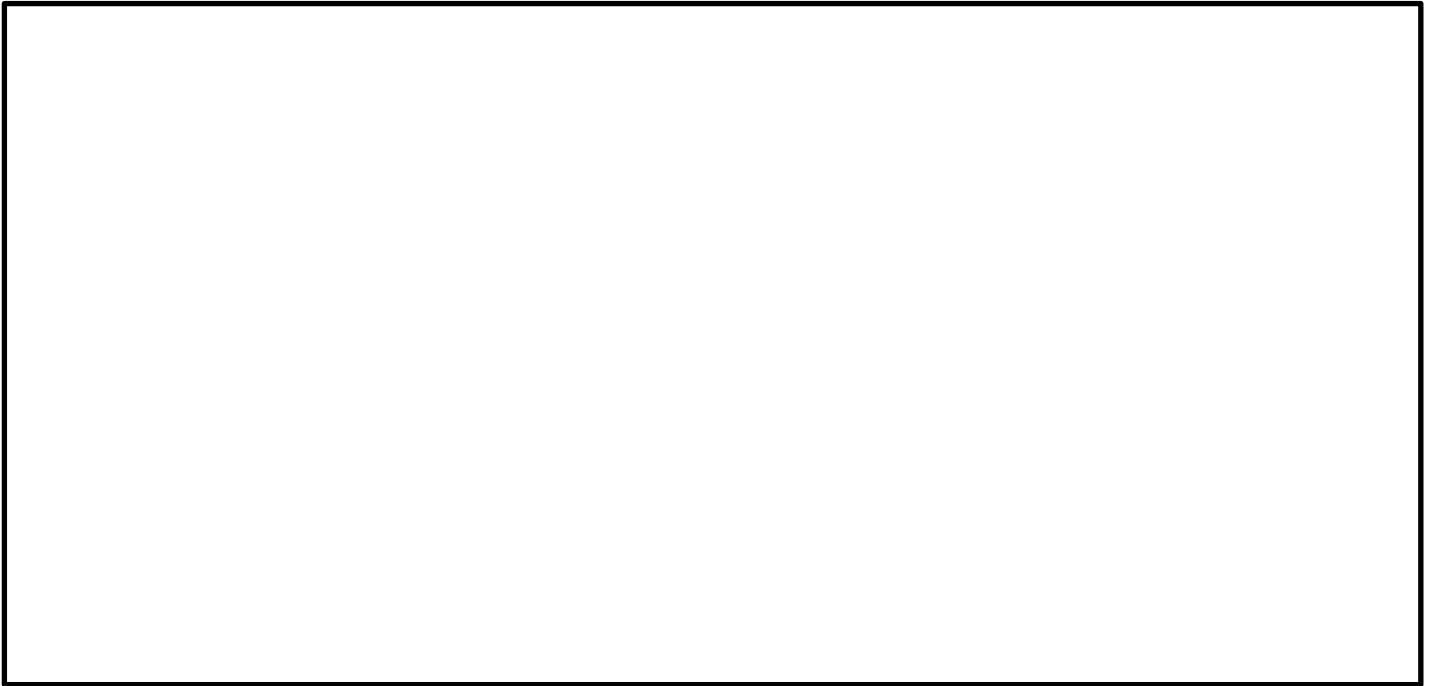


مد و پیوستگی

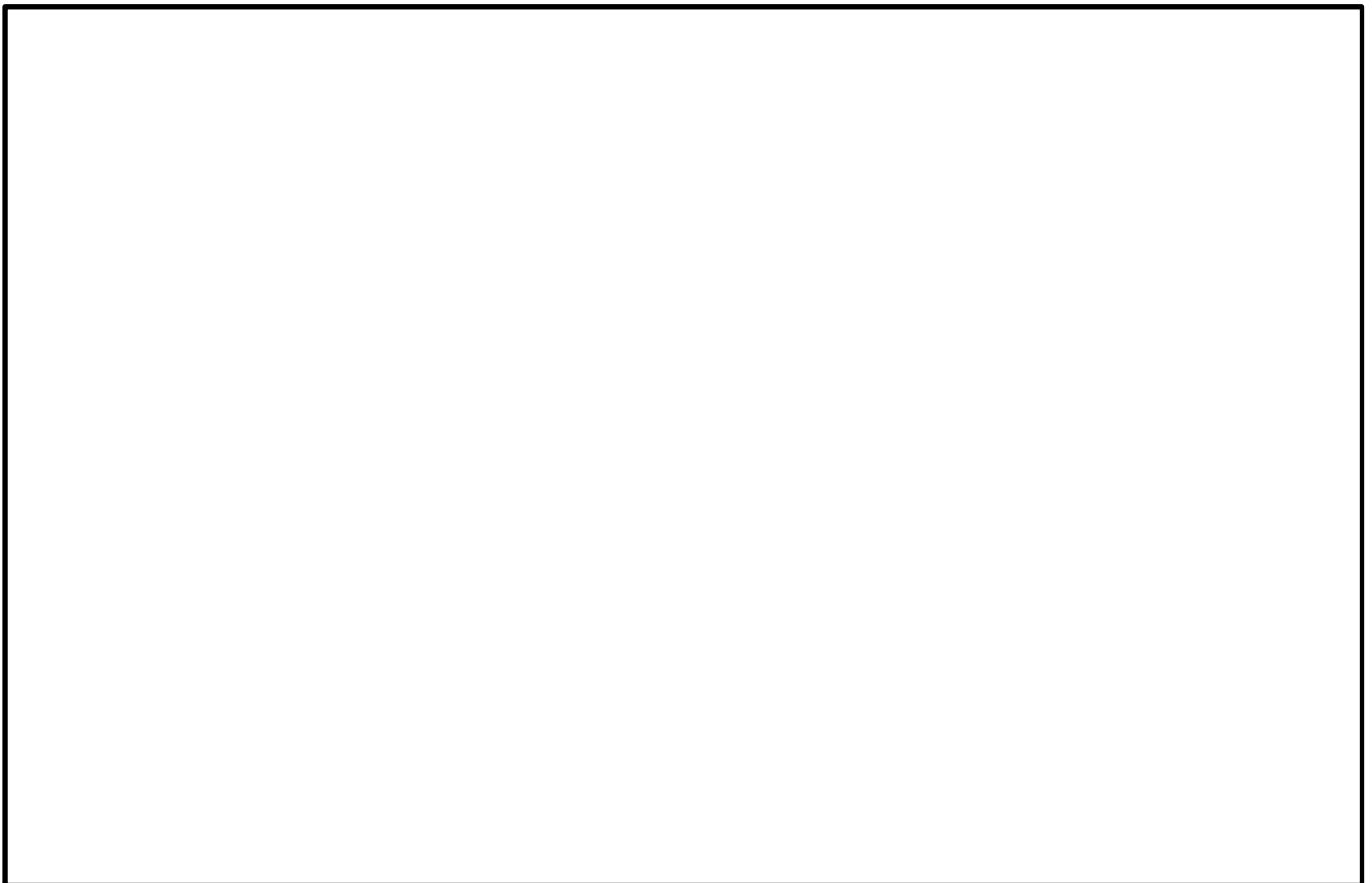


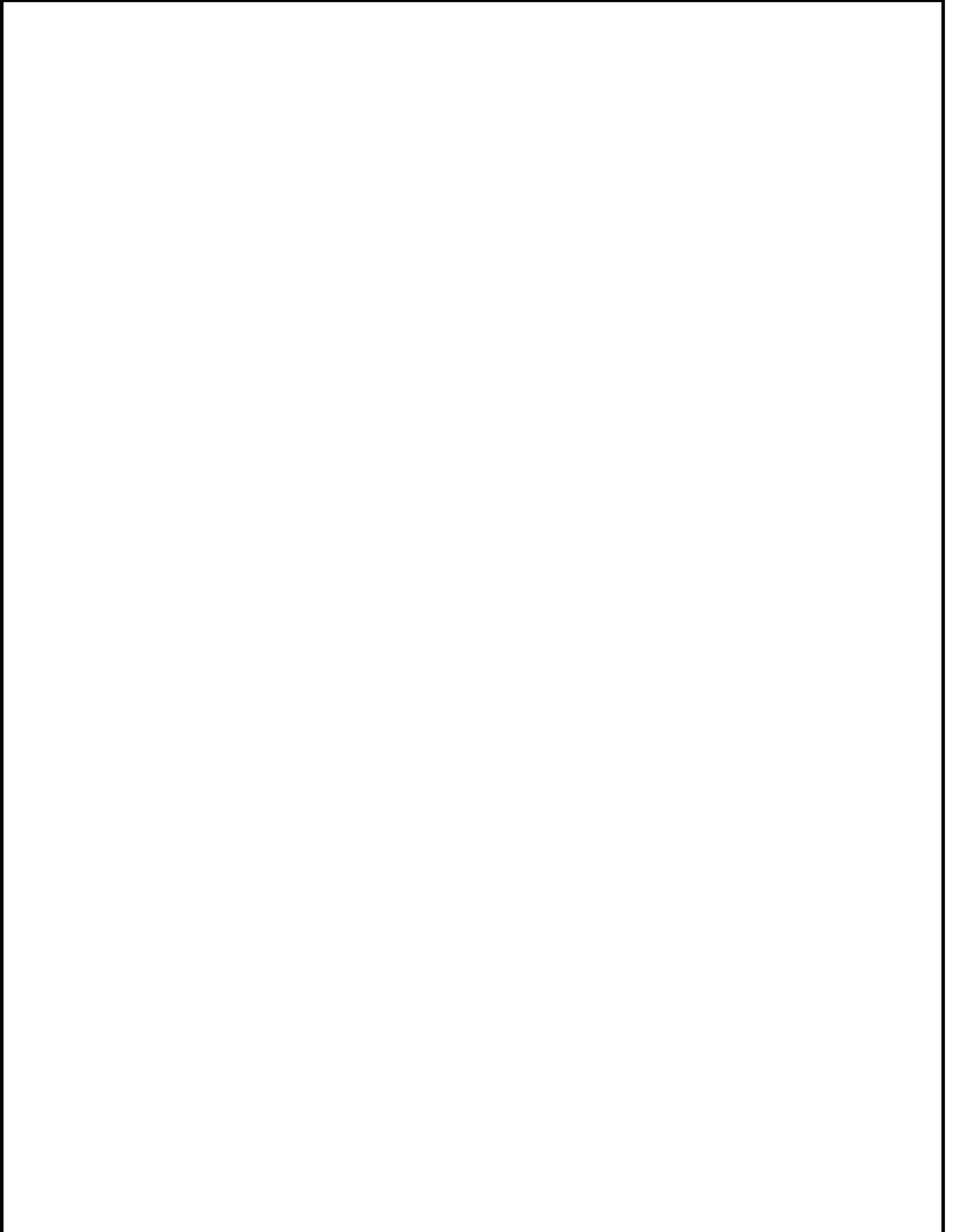
حد (*limit*)

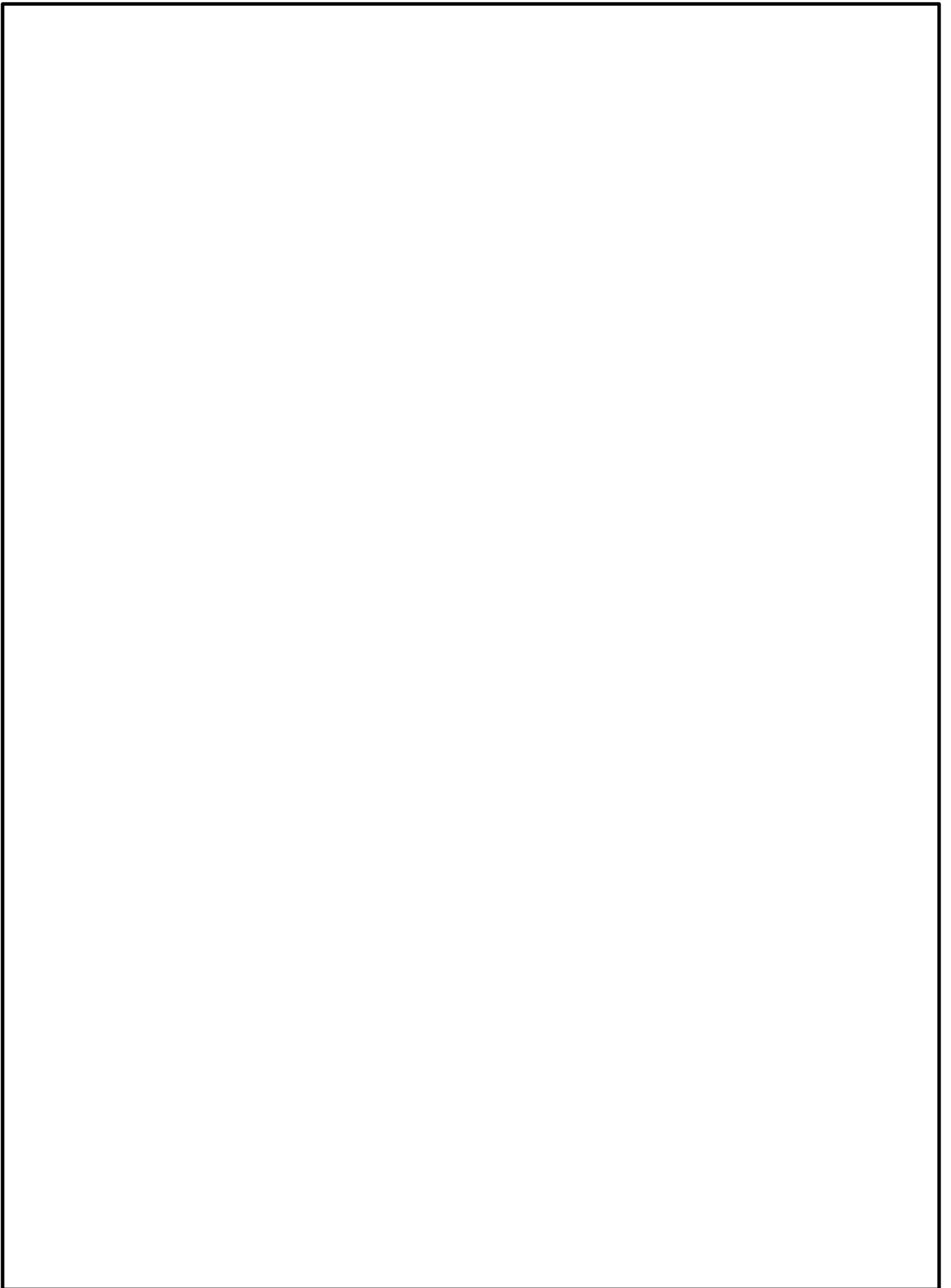
مفهوم میل کردن



میل کردن راست و چپ





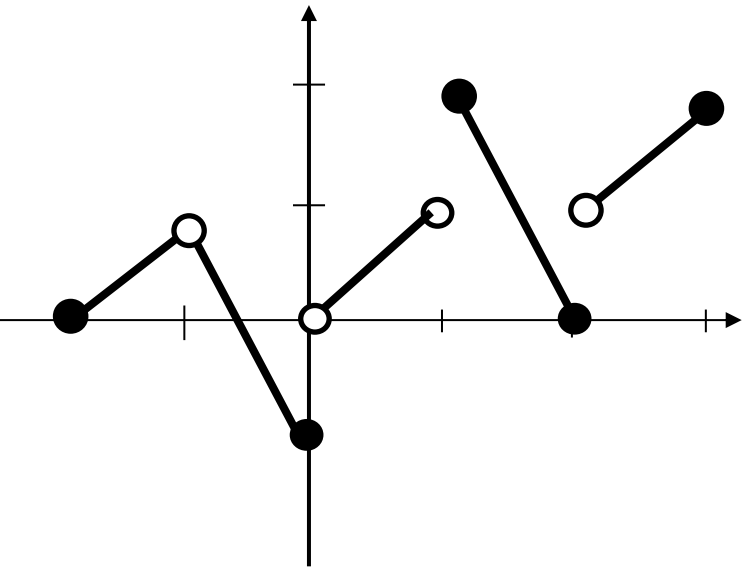




۱- حد تابع $y = \sqrt{x}$ را در نقطه به طول صفر بررسی کنید.

۲- حد تابع $y = |x|$ را در نقطه به طول صفر بررسی کنید.

۳- حد تابع $y = [x]$ را در نقطه به طول صفر بررسی کنید.



a	حد چپ	حد راست	حد	$f(a)$

$$x = 3^+$$

→

$$-x =$$

$$x = 2^+$$

→

$$2x + 3 =$$

$$x = 2^+$$

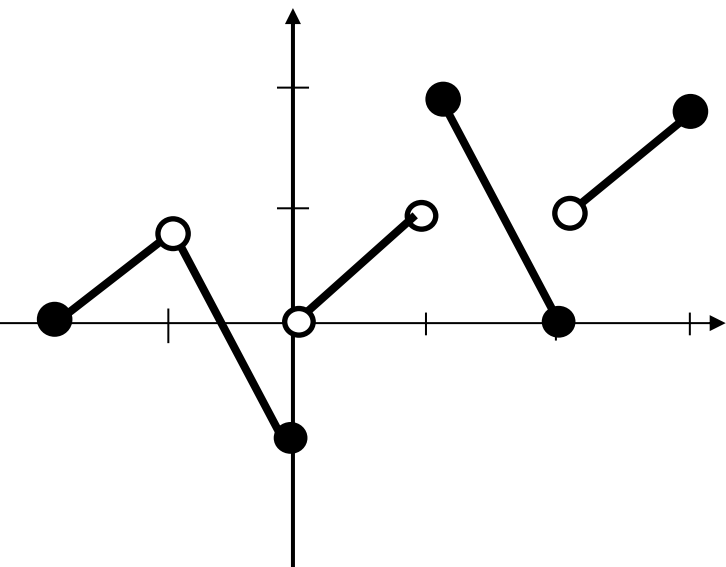
→

$$-2x + 3 =$$

$$x \rightarrow \cdot$$

→

$$x^2 \rightarrow$$

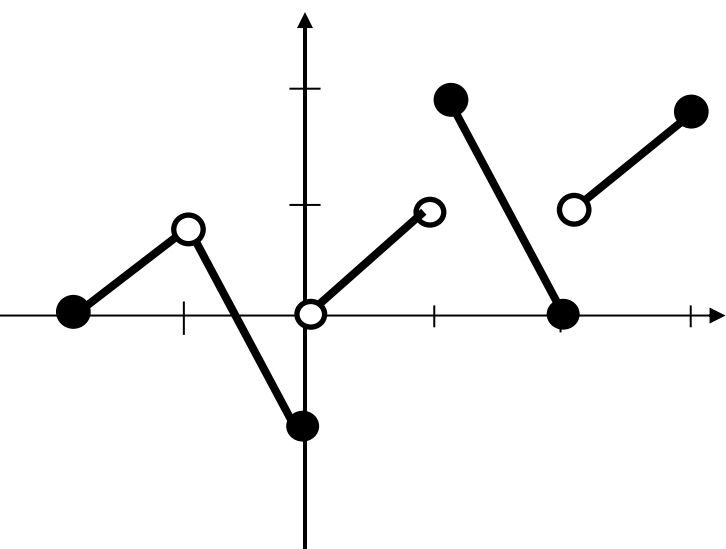


$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x + 1) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x + 1) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x - 1) =$$



$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(-x) =$$

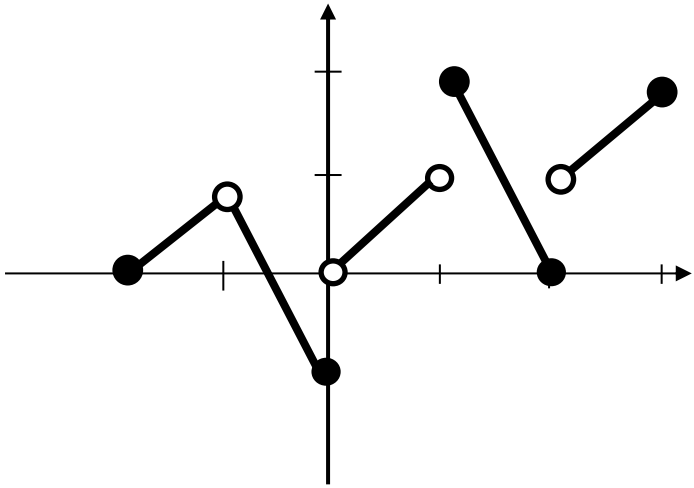
$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(-x + 1) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} [f(x)] =$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} [f(x)] =$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(-x + 1) =$$

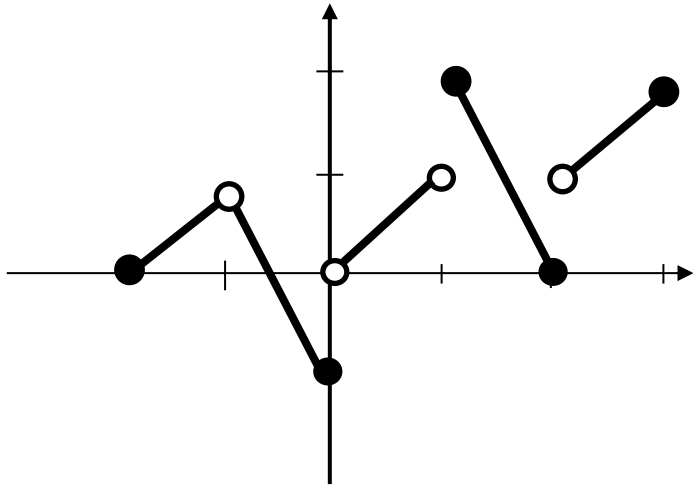
$$\lim_{x \rightarrow 2^+} [f(x)] =$$



$$\lim_{x \rightarrow 1^-} [f(x)] =$$

$$[\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)] =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x - \epsilon x) =$$



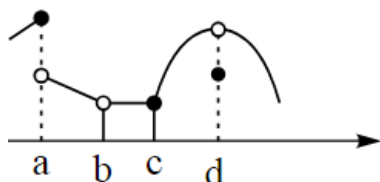
$$\lim_{x \rightarrow 1^-} [f(x)] =$$

$$[\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)] =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f([x]) =$$

۱- نمودار تابع f به صورت روبرو است. این تابع در چند نقطه از

نقاط $\{a, b, c, d\}$ حد ندارد؟



۱ (۱)

۳ (۳)

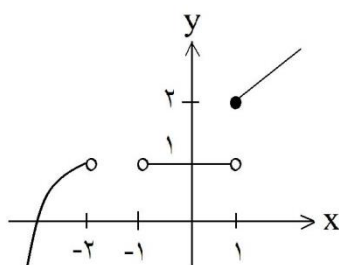
۲ (۲)

۴ (۴)

پاسخ: ()

۲- نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر داده شده است، با توجه به شکل حد

های داده شده را محاسبه کنید.



الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

ب) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

ج) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

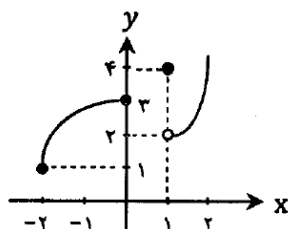
د) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$

پاسخ:

۳- نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر داده شده است، با توجه به شکل حد

های داده شده را محاسبه کنید.

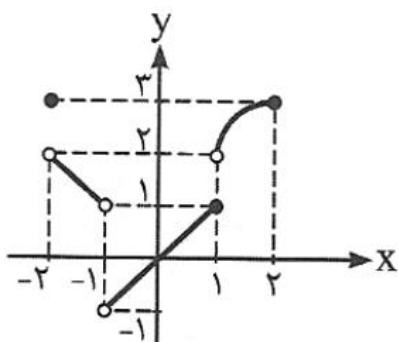
$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) - 3 \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + f(1)$$



پاسخ:



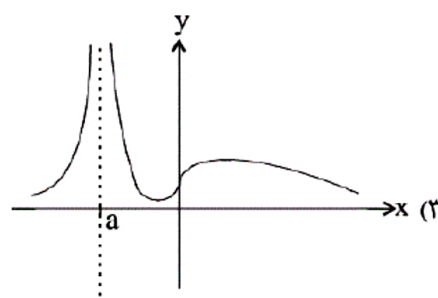
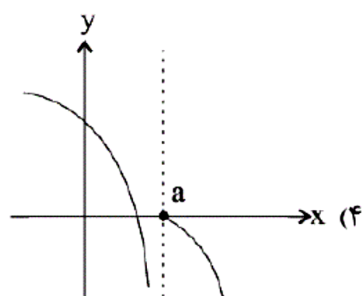
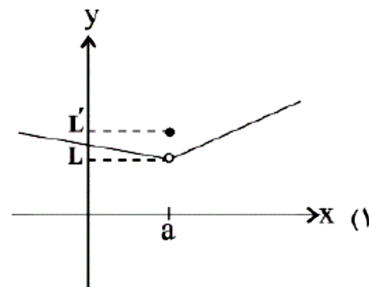
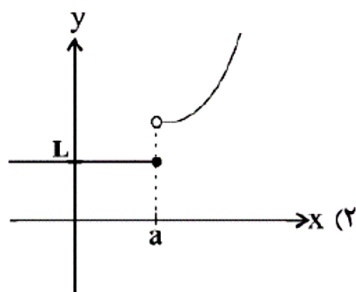
۷- اگر شکل روبرو تابع $y = f(x)$ باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow 2^-} f\left(-\frac{x}{2}\right) + \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x - 1)$ کدام است؟



- ۳ (۴)
- ۲ (۳)
- ۱ (۲)
- ۱ (۱)

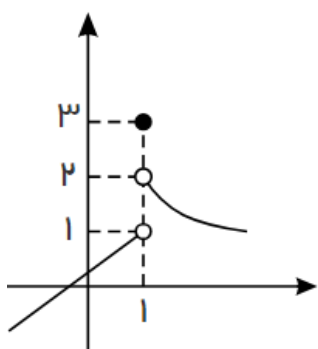
پاسخ: ()

۸- کدام یک از توابع زیر در نقطه a دارای حد است؟



۹- اگر شکل روبرو تابع $y = f(x)$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 4^+} f\left(\frac{1}{2x-7}\right)$ کدام است؟

- ۴ این حد وجود ندارد.
- ۳ (۳)
- ۲ (۲)
- ۱ (۱)



پاسخ: ()



۱۰- توابع زیر را رسم کنید و با توجه به نمودار حد چپ و راست و حد تابع را در نقطه ی داده شده پیدا کنید.

$$f(x) = \begin{cases} 2x & x < 1 \\ -x + 5 & x > 1 \end{cases} \text{ (الف) در } x = 1 \text{ و } x = 2$$

پاسخ: ()

$$f(x) = \sqrt{x} \text{ (ب) در } x = 0 \text{ و } x = 4$$

پاسخ: ()

$$f(x) = \begin{cases} x & x > 0 \\ -x & x \leq 0 \end{cases} \text{ (ج) در } x = 0$$

پاسخ: ()

$$f(x) = \frac{|x|}{x} \text{ (د) در } x = 0$$

پاسخ: ()



۱۱- با توجه به تابع $f(x) = \sqrt{x+4}$ چه تعداد از موارد زیر درست است؟

ب) $\lim_{x \rightarrow -4} f(x) = 0$

الف) $\lim_{x \rightarrow (-4)^+} f(x) = 0$

د) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2$

ج) $f(-4) = 0$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (صفر)

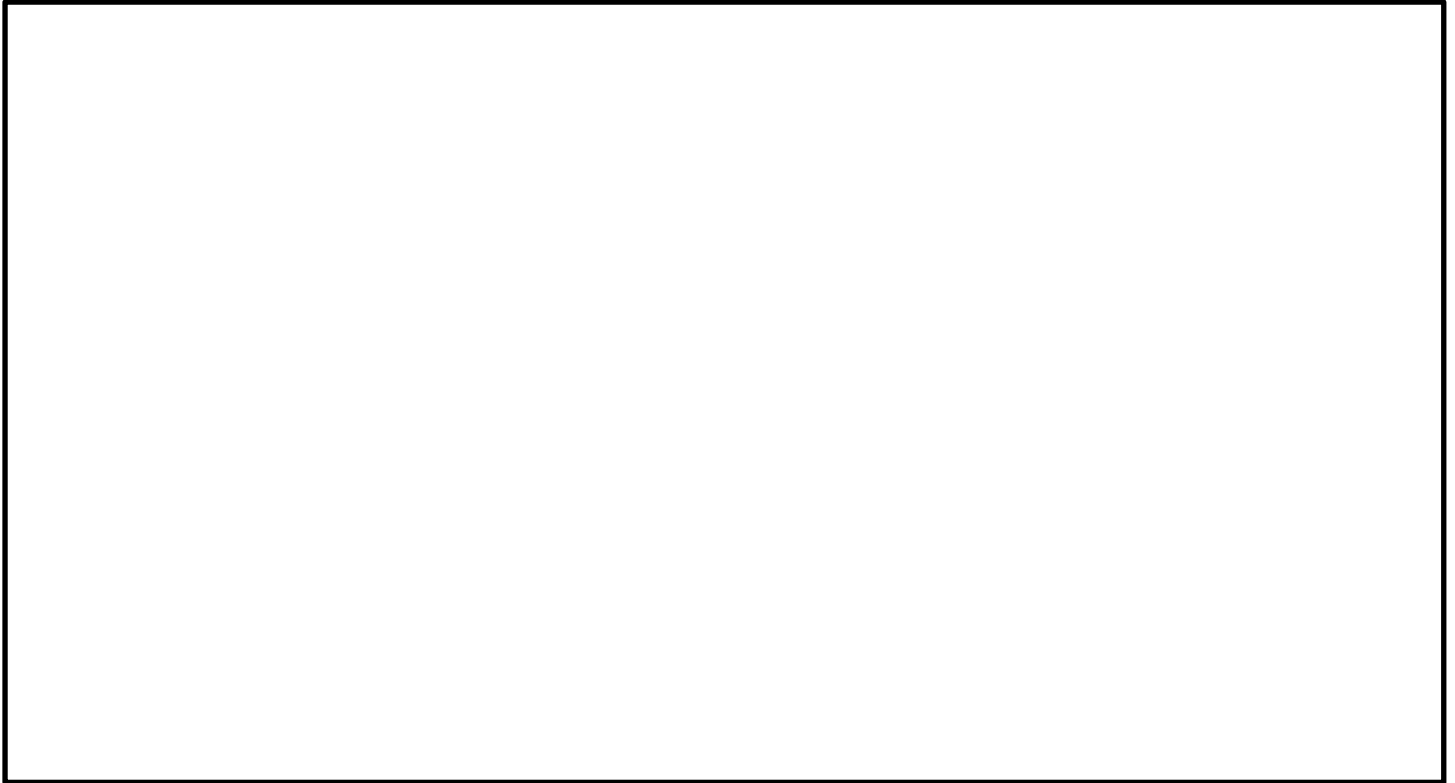
پاسخ: ()



قضایای حد و محاسبه حد



A large empty rectangular box with a black border, intended for writing or drawing.



حد توابع کسری

حد های زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + x - 2}{x + 2}$$



$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt{x} - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt{x + 3} - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x - 1} - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt[3]{x} - 1}$$



$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt[3]{x} - 2}{x - 8}$$

۱۲- حدهای زیر را محاسبه کنید.

$$۱) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2} =$$

پاسخ:

$$۲) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{2x - 6} =$$

پاسخ:

$$۳) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + x + 2}{x^2 - 1} =$$

پاسخ:

$$۴) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x - 1} =$$

پاسخ:



$$۵) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{x}{x+1} - \frac{2x-1}{2x}}{x^3-1} =$$

پاسخ:

$$۶) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 - 3x - 1}{3x^2 - 4x + 1} =$$

پاسخ:

حد های زیر را محاسبه کنید.

$$۱) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{\sqrt{x}-1} =$$

پاسخ:

$$۲) \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{3x+4}-5}{x-1} =$$

پاسخ:

$$۳) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{3-\sqrt{2x+1}}{2-\sqrt{x}} =$$

پاسخ:



$$۴) \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{\sqrt{x^2 + x + 1} - 1}{x - 1} =$$

پاسخ:

$$۱۳- \text{ اگر } \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{\sqrt{4x+b}-2}{x} = a \text{ باشد، مقدار } a \text{ و } b \text{ کدام است؟}$$

پاسخ: ()

$$۱۴- \text{ حد عبارت } \frac{x+1-\sqrt{4x+1}}{2x^2+ax-4} \text{ وقتی } x \rightarrow 2 \text{ عددی غیر صفر است. حد این عبارت وقتی } x \rightarrow 6 \text{ کدام}$$

است؟

$$\frac{1}{196} (۴)$$

$$\frac{1}{98} (۳)$$

$$\frac{1}{178} (۲)$$

$$\frac{1}{54} (۱)$$

پاسخ: ()



۱۵- حاصل حد $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - \sqrt{x})^2}{x + 1 - 2\sqrt{x}}$ کدام است؟

$\frac{1}{4}$ (۴)

$\frac{16}{9}$ (۳)

$\frac{4}{3}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

پاسخ: ()



مشتق و هویپیتال

مشتق = شیب خط مماس در ریاضی = سرعت در فیزیک (دوازدهم)

(مفهوم مشتق به طور کامل در فصل مشتق بررسی می شود)

مشتق $f'(x)$ → تابع $f(x)$

✓ قوانین مشتق گیری

تابع	مشتق
عدد	صفر
$Ax + B$	A
x^n	nx^{n-1}

• مثال: مشتق بگیرید.

۱) $y = ۴ \rightarrow$

۲) $y = \sqrt{۳} \rightarrow$

۳) $y = ۴x + ۵ \rightarrow$

۴) $y = ۳ - ۵x \rightarrow$

۵) $y = x^۴ \rightarrow$

۶) $y = x^۹ \rightarrow$

۷) $y = ۲x^۷ \rightarrow$

۸) $y = x^{۷/۵} \rightarrow$



قاعده هویپتال

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 + x^2 - 2}{x^3 - 3x^2 + 2} =$$



تابع	مشتق
u^n	$nu'u^{n-1}$
\sqrt{u}	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$
$\sqrt[3]{u}$	$\frac{u'}{3\sqrt[3]{u^2}}$

$$1) y = (7x + 2)^\Delta \rightarrow$$

$$2) y = (x^r + x)^f \rightarrow$$

$$3) y = (x^r + \Delta)^f \rightarrow$$

$$4) y = (3x^f - x)^\Delta \rightarrow$$

$$5) y = \sqrt{3x + 1} \rightarrow$$

$$6) y = \sqrt{x^r - 3x} \rightarrow$$

$$7) y = \sqrt{x} \rightarrow$$

$$8) y = \sqrt[3]{x} \rightarrow$$

$$9) y = \sqrt[3]{4x - 1} \rightarrow$$

$$10) y = \sqrt{x^\Delta + x^r} \rightarrow$$



$$۱۱) y = (\Delta x - x^2)^6 \rightarrow$$

$$۱۲) y = 3\sqrt[3]{x} \rightarrow$$

$$۱۳) y = 4\sqrt{x} \rightarrow$$

$$۱۴) y = \sqrt{x^2 + 4x + 1} \rightarrow$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x} + x^2}{\sqrt[3]{x^2 + 7} + 2x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x} - x}{\sqrt[3]{4x} - 2} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + 2x)^3 - (1 - 3x)^5}{x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - \sqrt{x}}{x^2 + \sqrt[3]{x} - 2} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - 8x}{\sqrt[3]{x} - 2} =$$



۱۶- (سراسری ۸۵) حد عبارت $\frac{2x + \sqrt{3-x}}{x^2 + x}$ وقتی $x \rightarrow -1$ برابر کدام است؟

$$\frac{5}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{3}{4} \quad (۳)$$

$$-\frac{1}{4} \quad (۲)$$

$$-\frac{7}{4} \quad (۱)$$

پاسخ: ()

۱۷- (سراسری ۸۸) حد عبارت $\frac{1-\sqrt{x}}{2-\sqrt{5-x}}$ وقتی $x \rightarrow 1$ برابر کدام است؟

$$۴ \quad (۴)$$

$$۲ \quad (۳)$$

$$-۲ \quad (۲)$$

$$-۴ \quad (۱)$$

پاسخ: ()

۱۸- (سراسری ریاضی ۹۰) حد عبارت $\frac{|x^2 - x - 2|}{2x - \sqrt{x^2 + 12}}$ وقتی $x \rightarrow 2^-$ برابر کدام است؟

$$۳ \quad (۴)$$

$$۲ \quad (۳)$$

$$-۲ \quad (۲)$$

$$-۳ \quad (۱)$$

پاسخ: ()



۱۹- اگر فرض کنیم $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 + ax + b} = 2$ مقدار $2a + b$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) -۵ (۳) ۴ (۴) -۴

پاسخ: ()

۲۰- حد عبارت $\frac{x+1-\sqrt{4x+1}}{2x^3+ax-4}$ وقتی $x \rightarrow 2$ عددی غیر صفر است. حد این عبارت وقتی $x \rightarrow 6$ کدام

است؟

- (۱) $\frac{1}{54}$ (۲) $\frac{1}{178}$ (۳) $\frac{1}{98}$ (۴) $\frac{1}{196}$

پاسخ: ()

۲۱- اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + ax + b - 1}{\sqrt{1+3x} - 1} = 2$ حاصل $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

پاسخ: ()



۲۲- (سراسری ۹۵ خارج) اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{3x-2}}{ax+b} = \frac{1}{2}$ باشد، آنگاه b کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

پاسخ: ()

۲۳- (سراسری ۹۳) حد راست عبارت $\frac{2 - \sqrt[3]{x+6}}{\sqrt{x^2-4x+4}}$ وقتی $x \rightarrow 2$ برابر کدام است؟

$\frac{1}{6}$ (۴)

$\frac{1}{12}$ (۳)

$-\frac{1}{12}$ (۲)

$-\frac{1}{6}$ (۱)

پاسخ: ()

۲۴- (سراسری ۹۸) حد عبارت $\frac{x^2+10x+16}{12+6\sqrt[3]{x}}$ وقتی $x \rightarrow -8$ برابر کدام است؟

-۶ (۴)

-۱۲ (۳)

-۱۸ (۲)

-۲۴ (۱)

پاسخ: ()



۲۵- حاصل $\frac{1-\sqrt{3-\sqrt{2x}}}{5-\sqrt{4x^2+9}}$ وقتی $x \rightarrow 2$ برابر کدام است؟

$-\frac{5}{32}$ (۴)

$-\frac{3}{16}$ (۳)

$\frac{5}{16}$ (۲)

$\frac{3}{8}$ (۱)

پاسخ: ()

۲۶- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt[3]{x}-1)}$ کدام است؟

$\frac{1}{6}$ (۴)

$-\frac{1}{6}$ (۳)

-6 (۲)

6 (۱)

پاسخ: ()

۲۷- (سراسری ریاضی ۹۹) حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - \sqrt{x} + 5}{2x - \sqrt{3x} + 1}$ کدام است؟

-0.6 (۴)

-0.8 (۳)

$-1/2$ (۲)

$-1/5$ (۱)

پاسخ: ()



حد های صفر صفر مثلثاتی

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

حد های زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cos^2 x - 2 \cos x + 2}{\sin^2 x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\sqrt{1 + \cos x}}{\sin x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin x}{\sqrt{1 - \cos x}} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan^2 x - 1}{\cot^2 x - 1} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cot x - \tan x}{\sin x - \cos x} =$$



$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin^x \pi x}{[x] + \cos \pi x} =$$

نکته: صفر مطلق

$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{[x] - 2}{x - 2} =$	$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x] - 2}{x - 2} =$
$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x - 2}{[x] - 2} =$	$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x - 2}{[x] - 2} =$

۲۸- (سراسری ۹۹) حاصل $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{[x]+2}{x+2}$ کدام است؟

- ۱) $-\infty$ ۲) -1 ۳) 1 ۴) صفر

پاسخ: ()



هم ارزی کم توان

حد های زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{x^r + \sqrt[r]{x}}{x + \sqrt[r]{x}} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{x + \sqrt{x}}{4x^2 - \sqrt{x}} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)^r + \sqrt[r]{x-1}}{r(x-1)^r - \sqrt[r]{x-1}} =$$



حدهای شامل قدر مطلق و جزء صحیح و توابع دو ضابطه ای

محاسبه حدهای شامل جز صحیح:

راه اول : عدد گذاری

$$\lim_{x \rightarrow 2} [x] =$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} [3x] + [-x] =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} (x + 3)[x] =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} x =$$

راه دوم : ساخت درون جز صحیح

$$\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{\delta})^-} [-\frac{3}{x}] =$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} [-4x + 1] =$$



راه سوم : محاسبه به کمک صعودی و نزولی بودن

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} [-3x + 1] =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} [x^2 - 4x] =$$

راه چهارم : حد های مثلثاتی

$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} [\sin x] =$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} [\cos x] =$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\delta\pi}{2}^+} [2 \sin x - 1] =$$

محاسبه حدهای شامل قدرمطلق:

ابتدا عدد مورد نظر را درون قدرمطلق جایگذاری می کنیم اگر:

الف) مثبت باشد خود عبارت خارج می شود.

ب) اگر منفی باشد قرینه ی عبارت را خارج می کنیم.

ج) اگر صفر شد با تعیین علامت درون قدرمطلق علامت را مشخص می کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|3x + 1| - |2x - 1|}{x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x - 1|}{x - 1} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x^2 - 1|}{x^2 - |x|} =$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{|x^2 + 4x + 3|}{x^2 - |3x + 4|} =$$



۲۹- اختلاف حد راست و چپ تابع $y = 3[2x] - [-2x]$ وقتی $x \rightarrow 1$ کدام مقدار است؟

۱ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

(۱) صفر

پاسخ: ()

۳۰- (سراسری ۸۷) در تابع با ضابطه $f(x) = (x+a)[x]$ اگر $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3$ باشد،

عدد حقیقی a کدام است؟

صفر (۴)

-۲ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: ()

۳۱- اختلاف حد چپ و راست تابع با ضابطه $f(x) = \frac{[-x]+3}{[x]+2}$ در $x = -3$ کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

۳ (۲)

۰ (۱)

پاسخ: ()

۳۲- اگر تابع $f(x) = (ax^2 - 1)[3x]$ در $x = \frac{2}{3}$ دارای حد باشد، مقدار a کدام است؟

$\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$\frac{4}{9}$ (۲)

$\frac{9}{4}$ (۱)

پاسخ: ()



۳۳- a کدام باشد که در تابع $f(x) = \frac{a|x|}{x} - 4[x]$ در نقطه‌ی $x = 0$ دارای حد است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: ()

۳۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\sqrt{4x^2 - 4x + 1}}{6x^2 - x - 1}$ را بیابید؟

پاسخ:

۳۵- در تابع $f(x) = \begin{cases} 0, & x \in \mathbb{Z} \\ -1, & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$ حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x) + \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x)$ چقدر است؟

- ۱ (۱) صفر ۲ (۲) ۱ ۳ (۳) -۱ ۴ (۴) -۲

پاسخ: ()

۳۶- (سراسری ۱۴۰۰ تجربی) مقدار $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} [2 \sin x - 1]$ کدام است؟

- ۱ (۱) صفر ۲ (۲) ۱ ۳ (۳) -۱ ۴ (۴) وجود ندارد

پاسخ: ()



پیوستگی

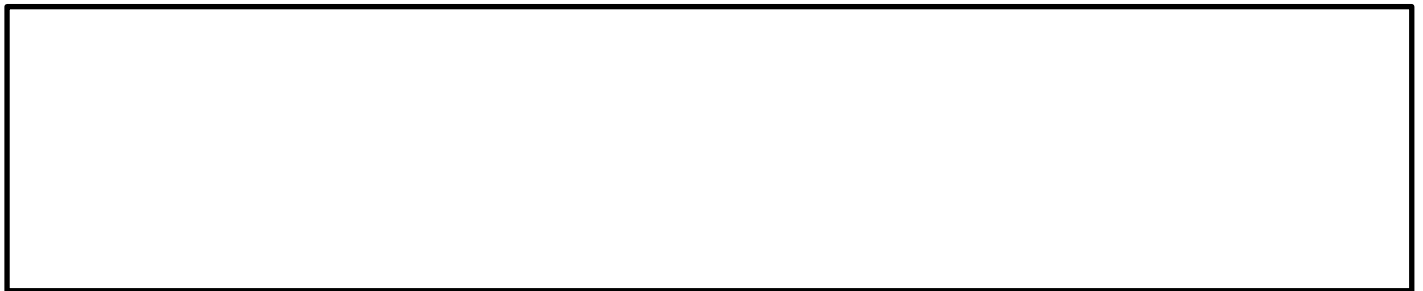
پیوستگی در نقطه $x = a$:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$



- (۱) نقطه مورد نظر در دامنه باشد.
- (۲) در نقطه a حد داشته باشد و برابر یک عدد شود.
- (۳) $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$

شکل های ناپیوسته



شکل های پیوسته



پیوسته راست					
پیوسته چپ					
پیوسته					
حد					

پیوسته \Leftrightarrow پیوسته راست و چپ

حد ندارد \Leftarrow ناپیوسته است.

پیوسته \Leftarrow حد

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a) \text{ پیوستگی}$$

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a) \text{ پیوستگی راست}$$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a) \text{ پیوستگی چپ}$$

توابع ناپیوسته معروف



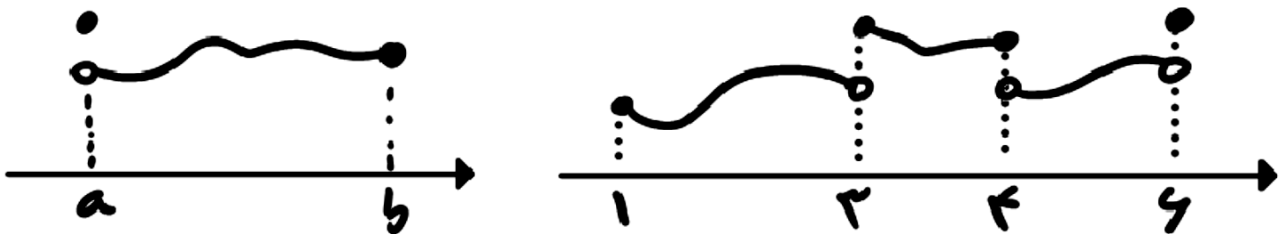
توابع پیوسته معروف:

- (۱) چند جمله ای ها
- (۲) سینوس و کوسینوس
- (۳) توابع نمایی
- (۴) رادیکال ها بجز ابتدا و انتهای دامنه
- (۵) توابع گویا بجز ریشه های مخرج
- (۶) توابع لگاریتمی در دامنه

پیوستگی روی بازه $[a, b]$:

- (۱) در همه نقطه بازه (a, b) پیوسته باشد.
- (۲) در سر بازه $x = a$ پیوسته راست باشد.
- (۳) در انتهای بازه $x = b$ پیوسته چپ باشد.

مثال: توابع روبرو در چه بازه هایی پیوسته هستند؟



مثال: کدام جمله در مورد تابع $y = \sqrt{x}$ درست است؟

- (۱) در نقطه $x = 0$ پیوسته است.
- (۲) در بازه $[0, +\infty)$ پیوسته است.
- (۳) در بازه $(0, +\infty)$ پیوسته است.
- (۴) در اعداد منفی ناپیوسته است.
- (۵) در کلیه نقاط بازه $(0, +\infty)$ فقط پیوسته است.



۳۷- مقدار a را طوری تعیین کنید که تابع $f(x) = \begin{cases} -4x + a & x > -1 \\ -6x & x = -1 \\ x^2 - 5x & x < -1 \end{cases}$ را در نقطه $x = -1$ پیوسته باشد.

۱- پیوسته باشد.

پاسخ: ()

۳۸- پیوستگی تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x^2-3x+2} & x \neq 1 \\ -3 & x = 1 \end{cases}$ را در نقطه $x = 1$ بررسی کنید.

پاسخ: ()

۳۹- (سراسری ۹۰) تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} a \sin 2x & \frac{\pi}{4} \leq x < \frac{3\pi}{4} \\ \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) & \frac{3\pi}{4} \leq x < 2\pi \end{cases}$ در $x = \frac{3\pi}{4}$ پیوسته

است، مقدار a کدام است؟

- ۱) -1 ۲) صفر ۳) $-\frac{1}{2}$ ۴) 1

پاسخ: ()



۴۰- (سراسری ۸۶) تابع با ضابطه ی $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - x - 1}{x - 1} & x > 1 \\ ax - a + 3 & x \leq 1 \end{cases}$ به ازای کدام مقدار a ، در نقطه

ی $x = 1$ پیوسته است؟

- (۱) فقط $\frac{1}{2}$ (۲) فقط ۲ (۳) هیچ مقدار a (۴) هر مقدار a

پاسخ: ()

۴۱- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} 2x + \frac{ax}{|x|} & x < 0 \\ 2 & x = 0 \\ ax + b & x > 0 \end{cases}$ در نقطه ی $x = 0$ پیوسته باشد، $a + b$ چقدر است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

پاسخ: ()

۴۲- (سراسری ۹۸) به ازای کدام مقادیر a تابع با ضابطه ی $f(x) = \begin{cases} \frac{1+x^2}{|x+2|} & x \neq -2 \\ a & x = -2 \end{cases}$ در نقطه ی

$x = -2$ فقط از چپ پیوسته است؟

- (۱) -۱۲ (۲) -۶ (۳) ۶ (۴) ۱۲

پاسخ: ()



۴۳- (سراسری ۹۰) تابع با ضابطه ی $f(x) = \begin{cases} \frac{|x^2+x-2|}{x-1} & x \neq 1 \\ a & x = 1 \end{cases}$ به ازای کدام مقدار a ، در نقطه ی $x = 1$ پیوسته است؟

- (۱) -3 (۲) 3 (۳) هیچ مقدار a (۴) هر مقدار a

پاسخ: ()

۴۴- (سراسری ۹۸) تابع با ضابطه ی $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{2|x-2|} & x \neq 2 \\ 2 & x = 2 \end{cases}$ از نظر پیوستگی در نقطه ی $x = 2$ چگونه است؟

- (۱) از چپ پیوسته (۲) از راست پیوسته
(۳) از چپ و راست ناپیوسته (۴) پیوسته

پاسخ: ()

۴۵- (سراسری ۹۴) به ازای کدام مقدار a ، تابع با ضابطه ی $f(x) = \begin{cases} \sin \frac{\pi}{x} & 1 \leq x \leq 6 \\ a + \cos^2 \frac{\pi x}{36} & x > 6 \end{cases}$ بر روی مجموعه اعداد حقیقی بزرگتر از ۱ پیوسته است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$

پاسخ: ()



۴۶- به ازای کدام مقدار a ، تابع با ضابطه ی $x > 2$ $f(x) = \begin{cases} \frac{a(1+\sqrt[3]{1-x})}{x^2-2x} & x > 2 \\ x - a & x \leq 2 \end{cases}$ همواره پیوسته است؟

(۱) $1/2$ (۲) $1/6$ (۳) $2/4$ (۴) $3/2$

پاسخ: ()

۴۷- (سراسری ۹۸ ریاضی) به ازای مقادیری از a و b تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x[x] & |x| < 1 \\ ax + b & |x| \geq 1 \end{cases}$ بر روی

اعداد حقیقی پیوسته است، a کدام است؟

(۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) -1 (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

پاسخ: ()

۴۸- (سراسری ۹۸ ریاضی) به ازای کدام مقدار a ، تابع با ضابطه $x > 2$ $f(x) = \begin{cases} \frac{3x-6}{x-\sqrt{x+2}} & x > 2 \\ ax - 1 & x \leq 2 \end{cases}$ بر روی

اعداد حقیقی، پیوسته است؟

(۱) $1/5$ (۲) 2 (۳) $2/5$ (۴) 3

پاسخ: ()



$$f(x) = \begin{cases} \frac{2 \sin^2 x - \sin x - 1}{\cos^2 x} & ; x \neq \frac{\pi}{2} \\ a & ; x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

(سراسری ۹۹ تجربی) به ازای کدام مقدار a ، تابع با ضابطه

در $x = \frac{\pi}{2}$ پیوسته است؟

۱/۵ (۴)

۱ (۳)

۱ (۲)

۱/۵ (۱)

پاسخ: ()

۵۰- تابع $y = [x]$ در چه نقاطی ناپیوسته است؟

۵۱- تابع $y = [2x]$ در چه نقاطی ناپیوسته است؟

۵۲- تابع $y = \left[\frac{x-1}{2}\right]$ در چند نقطه از بازه $[0, 20]$ ناپیوسته است؟

۵۳- تابع $y = \left[\frac{x}{2}\right]$ در چند نقطه از بازه $[-5, 5]$ ناپیوسته است؟



۵۴- تابع $y = x[x]$ در چه نقاطی ناپیوسته است؟

نکته :

۵۵- تابع $y = (x^2 - 1)[x]$ در چند نقطه از بازه $(-5, 5)$ ناپیوسته است؟