

احتمال

مقدمات و اعمال اصلی

انواع پدیده ها

پدیده تصادفی: پدیده ای که قبل از وقوع نتیجه آن قابل پیش بینی نیست ولی می توان محدوده ی نتایج آن پدیده را مشخص کرد.
پدیده قطعی: پدیده ای که قبل از وقوع نتیجه آن قابل پیش بینی است.

ما می خواهیم در این فصل پدیده های تصادفی را بررسی کنیم

فضای نمونه ای (S): مجموعه ی همه اتفاقاتی که پس از وقوع یک پدیده تصادفی احتمال دارد که رخ دهد.

○ مثال: در پرتاب سکه: {رو پشت}، $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ، در پرتاب تاس: $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ، در تولد نوزاد: {پسر دختر}، $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
نکته: انواع فضای نمونه ای:

(۱) پیوسته: وزن، قد،... (۲) گسسته (اعضای آن قابل شمارش است): پرتاب تاس، تولد بچه،...

پیشامد (A): زیرمجموعه ای از فضای نمونه ای که ما در مسئله تمایل داریم آن رخ دهد.

نکته: تعداد پیشامد های فضای نمونه S برابر تعداد زیرمجموعه های آن یعنی $2^{n(S)}$ است.

پیشامد نشدنی ($A = \emptyset$): پیشامدی که قطعاً رخ ندهد.

پیشامد قطعی ($A = S$): پیشامدی که قطعاً رخ دهد.

احتمال پیشامد ($P(A)$):

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$



احتمال مقدماتی

تیپ اول: تاس ها

۱- تاسی را دو بار پرتاب می کنیم احتمال آنکه مجموع آنها ۸ باشد چقدر است؟

۲- تاسی را دو بار پرتاب می کنیم احتمال آنکه مجموع آنها ۳ یا ۹ باشد چقدر است؟

تیپ دوم: فرزندان و سکه ها

۳- خانواده ای ۵ فرزند دارد احتمال آنکه آنکه ۳ تا از آنها دختر باشد چقدر است؟

۴- در پرتاب ۱۰ سکه احتمال آنکه ۵ تا رو بیابید چقدر است؟

تیپ سوم : ترکیب یا انتخاب

۵- ظرفی شامل ۳ مهره سفید، ۵ مهره سیاه و ۲ مهره سبز است، از ظرف مقابل سه مهره خارج می کنیم احتمال آنکه :

الف) هر سه مهره سیاه باشد چقدر است؟

ب) هر سه مهره هم رنگ نباشند؟

تیپ چهارم : ترکیب شمارش و احتمال

۶- ۴ کتاب ریاضی و ۳ کتاب زیست را در یک قفسه قرار می دهیم احتمال آنکه کتاب های زیست کنار هم باشد چقدر است؟

۷- از بین اعداد سه رقمی یکی را انتخاب می کنیم احتمال آنکه زوج با ارقام متمایز باشد چقدر است؟



۸- (سراسری ۹۲) دو تاس را با هم می ریزیم احتمال آنکه مجموع دو تاس مضرب ۴ باشد، کدام است؟

$$\frac{5}{12} \text{ (۴)}$$

$$\frac{1}{4} \text{ (۳)}$$

$$\frac{5}{18} \text{ (۲)}$$

$$\frac{2}{9} \text{ (۱)}$$

پاسخ: ()

۹- در پرتاب دو تاس ، احتمال آن که اختلاف دو عدد ظاهر شده برابر ۲ باشد، چقدر است؟

$$\frac{4}{9} \text{ (۴)}$$

$$\frac{3}{9} \text{ (۳)}$$

$$\frac{2}{9} \text{ (۲)}$$

$$\frac{1}{9} \text{ (۱)}$$

پاسخ: ()

۱۰- در پرتاب دو تاس ، با کدام احتمال اعداد ۵ یا ۶ یا هر دو ظاهر می شوند؟

$$\frac{11}{18} \text{ (۴)}$$

$$\frac{5}{9} \text{ (۳)}$$

$$\frac{4}{9} \text{ (۲)}$$

$$\frac{1}{3} \text{ (۱)}$$

پاسخ: ()

۱۱- ۴ تاس را با هم پرتاب می کنیم، با کدام احتمال اعداد رو شده لااقل در دو تاس یکسان هستند؟

$$\frac{13}{18} \text{ (۴)}$$

$$\frac{11}{18} \text{ (۳)}$$

$$\frac{7}{18} \text{ (۲)}$$

$$\frac{5}{18} \text{ (۱)}$$

پاسخ: ()

۱۲- ۳ تاس متمایز را با هم پرتاب می کنیم، با کدام احتمال هر سه عدد رو شده متفاوت اند؟

$$\frac{2}{3} \text{ (۴)}$$

$$\frac{5}{9} \text{ (۳)}$$

$$\frac{4}{9} \text{ (۲)}$$

$$\frac{1}{3} \text{ (۱)}$$

پاسخ: ()



۱۳- ۲ تاس را با هم پرتاب می کنیم، با کدام احتمال لااقل یکی از اعداد رو شده در این دو تاس فرد است؟

$$\frac{3}{4} \text{ (۴)}$$

$$\frac{5}{8} \text{ (۳)}$$

$$\frac{5}{9} \text{ (۲)}$$

$$\frac{1}{2} \text{ (۱)}$$

پاسخ: ()

۱۴- (سراسری ریاضی ۸۴) در یک کیسه ۵ مهره سفید و ۷ مهره سیاه موجود است. ۲ مهره از کیسه خارج می کنیم. احتمال این که دو مهره، هم رنگ نباشند، کدام است؟ (شبیه تست کنکور ۹۴ تجربی)

$$\frac{37}{66} \text{ (۴)}$$

$$\frac{35}{66} \text{ (۳)}$$

$$\frac{19}{33} \text{ (۲)}$$

$$\frac{6}{11} \text{ (۱)}$$

پاسخ: ()

۱۵- از بین ۵ دانشجوی سال اولی، ۴ دانشجوی سال دومی و ۳ دانشجوی سال سومی سه نفر به تصادف انتخاب می کنیم. احتمال این که تنها یک دانشجوی سال دومی و حداکثر ۱ دانشجوی سال اولی انتخاب شود، کدام است؟

$$\frac{37}{55} \text{ (۴)}$$

$$\frac{32}{55} \text{ (۳)}$$

$$\frac{23}{55} \text{ (۲)}$$

$$\frac{18}{55} \text{ (۱)}$$

پاسخ: ()



۱۶- (سراسری ریاضی ۸۵) برای انجام مسابقه ای، ۴ نفر از گروه ریاضی و ۶ نفر از گروه تجربی داوطلب شده اند، اگر به طور تصادفی ۴ نفر از بین آنان انتخاب شوند، با کدام احتمال تعداد افراد انتخابی این دو گروه، متفاوت اند؟

$$\frac{5}{7} (4)$$

$$\frac{4}{7} (3)$$

$$\frac{3}{7} (2)$$

$$\frac{5}{14} (1)$$

پاسخ: ()

۱۷- (سراسری ۸۶) در آزمایشگاهی ۳ موش سفید، ۵ موش سیاه نگهداری می شوند. اگر به طور تصادفی ۴ موش از بین آن ها جهت آزمایش برداشته شود، با کدام احتمال فقط یکی از موش های مورد آزمایش سفید است؟

$$\frac{3}{5} (4)$$

$$\frac{3}{7} (3)$$

$$\frac{2}{5} (2)$$

$$\frac{2}{7} (1)$$

پاسخ: ()

۱۸- (سراسری ۸۵) در آزمایشگاهی ۷ موش نگهداری می شوند که بر روی ۳ موش آزمون مهارت انجام شده است. اگر ۲ موش از بین آنها تصادفی انتخاب شود، با کدام احتمال لااقل بر روی یکی از آن دو، آزمون انجام شده است؟

$$\frac{16}{21} (4)$$

$$\frac{5}{7} (3)$$

$$\frac{4}{7} (2)$$

$$\frac{10}{21} (1)$$

پاسخ: ()



۱۹- در ظرفی ۵ مهره سفید و ۳ مهره سیاه، در ظرف دیگر ۴ مهره سفید و ۲ مهره سیاه موجود است. به تصادف از هر ظرف دو مهره بیرون می آوریم. با کدام احتمال ۴ مهره ی خارج شده هم رنگ هستند؟

$$0/24 \text{ (۴)}$$

$$0/18 \text{ (۳)}$$

$$0/15 \text{ (۲)}$$

$$0/12 \text{ (۱)}$$

پاسخ: ()

۲۰- (سراسری ۸۴) احتمال آن که از چهار فرزند یک خانواده، دو فرزند پسر و دو دختر باشند، کدام است؟

$$\frac{7}{16} \text{ (۴)}$$

$$\frac{3}{8} \text{ (۳)}$$

$$\frac{1}{3} \text{ (۲)}$$

$$\frac{1}{2} \text{ (۱)}$$

پاسخ: ()

۲۱- (سراسری ۹۰) در یک خانواده ۴ فرزند، با کدام احتمال ۲ فرزند پسر یا ۳ فرزند دختر است؟

$$\frac{3}{4} \text{ (۴)}$$

$$\frac{5}{8} \text{ (۳)}$$

$$\frac{9}{16} \text{ (۲)}$$

$$\frac{3}{8} \text{ (۱)}$$

پاسخ: ()



۲۲- (سراسری ۸۸) در یک بیمارستان ۵ نوزاد در یک روز متولد شده اند. با کدام احتمال، لااقل دو نفر از آنان دختر است؟

$$\frac{13}{16} \text{ (۴)}$$

$$\frac{7}{16} \text{ (۳)}$$

$$\frac{3}{8} \text{ (۲)}$$

$$\frac{5}{16} \text{ (۱)}$$

پاسخ: ()

۲۳- اگر یک عدد سه رقمی با کنار هم قرار گرفتن ارقام متمایز ۰, ۱, ۲, ۳, ۴ به وجود آید، احتمال آنکه این عدد زوج باشد کدام است؟

$$\frac{5}{8} \text{ (۴)}$$

$$\frac{3}{5} \text{ (۳)}$$

$$\frac{1}{2} \text{ (۲)}$$

$$\frac{3}{8} \text{ (۱)}$$

پاسخ: ()

۲۴- (سراسری ۹۵) هر یک از ارقام ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱، بر روی پنج کارت یکسان نوشته شده است، به تصادف سه کارت از آن‌ها را کنار هم قرار می‌دهیم. با کدام احتمال عدد سه رقمی حاصل مضرب ۳ می‌باشد؟

$$0./6 \text{ (۴)}$$

$$0./5 \text{ (۳)}$$

$$0./4 \text{ (۲)}$$

$$0./3 \text{ (۱)}$$

پاسخ: ()

۲۵- (سراسری ریاضی ۸۷) در ظرفی پنج مهره با شماره های ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ قرار دارند. دو مهره با هم بیرون می آوریم. با کدام احتمال مجموع شماره های این دو مهره عددی فرد است؟

- (۱) $0/4$ (۲) $0/5$ (۳) $0/6$ (۴) $0/7$

پاسخ: ()

۲۶- (سراسری ۹۹) پنج کتاب زبان فارسی و ۳ کتاب زبان انگلیسی، به تصادف در یک قفسه کنار هم چیده شده اند، با کدام احتمال، کتاب های هم زبان، کنار هم قرار می گیرند؟

- (۱) $\frac{1}{14}$ (۲) $\frac{1}{21}$ (۳) $\frac{1}{28}$ (۴) $\frac{1}{56}$

پاسخ: ()

۲۷- (سراسری ۹۹) ۲۰ نفر در یک صف ایستاده اند. با کدام احتمال دو فرد مورد نظر از آنها، در کنار هم نیستند؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{5}$ (۴) $\frac{9}{10}$

پاسخ: ()



۲۸- با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ زیر مجموعه ای از اعداد طبیعی می سازیم، که در آن رقم تکراری به کار نرفته باشد، یک عضو از مجموعه فوق انتخاب می کنیم. احتمال این که عضو انتخاب شده بر ۴ بخش پذیر باشد، کدام است؟

$$\frac{1}{4} (۴)$$

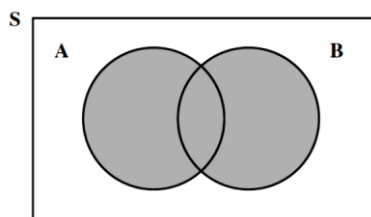
$$\frac{3}{7} (۳)$$

$$\frac{4}{7} (۲)$$

$$\frac{13}{21} (۱)$$

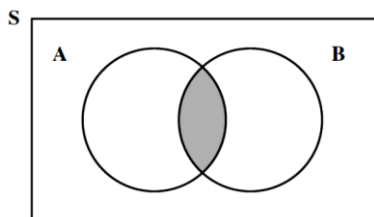
پاسخ: ()

اعمال جبری روی پیشامد ها:

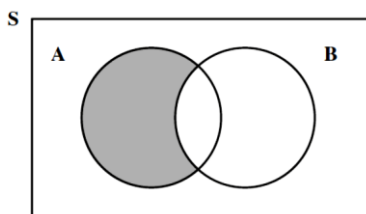


(۱) اجتماع $A \cup B$: A یا B رخ دهد. حداقل یکی از A و B رخ دهد.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



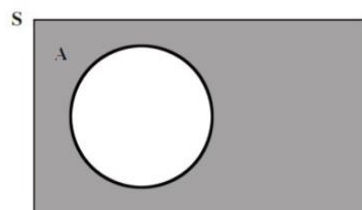
(۲) اشتراک $A \cap B$: A و B با هم رخ دهد.



(۳) تفاضل $A - B$: A رخ دهد ولی B رخ ندهد.

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$A - B = A \cap B'$$



(۴) متمم A' : A رخ ندهد.

$$A' \cup A = S \quad A' \cap A = \emptyset$$

(۵) تفاضل متقارن $A \Delta B$: فقط یکی از A و B رخ دهد.

$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$$

$$P(A \Delta B) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$

یادآوری چند فرمول از مجموعه ها:

$$A \cap B' = A - B \quad (A \cap B)' = A' \cup B' \quad (A \cup B)' = A' \cap B'$$



۲۹- احتمال آن که دانش آموزی در درس فیزیک قبول شود $0/55$ و در شیمی قبول شود $0/6$ است. اگر احتمال آن که حداقل در یکی از دو درس قبول شود $0/75$ باشد با کدام احتمال در هر دو درس قبول می شود؟

$$0/5 \quad (4)$$

$$0/45 \quad (3)$$

$$0/4 \quad (2)$$

$$0/35 \quad (1)$$

پاسخ: ()

۳۰- (سراسری ریاضی ۸۷) تعداد مسافریں در یک هتل ۷۲ نفرند که ۲۳ نفر آنها تاجر و ۱۲ نفر برای اولین بار سفر کرده اند. ۸ نفر از این تاجرین، برای اولین بار سفر کرده اند. اگر فردی به تصادف از بین آنان انتخاب شود، با کدام احتمال این فرد نه تاجر است و نه اولین بار سفر کرده است؟

$$\frac{3}{4} \quad (4)$$

$$\frac{5}{8} \quad (3)$$

$$\frac{5}{9} \quad (2)$$

$$\frac{4}{9} \quad (1)$$

پاسخ: ()

۳۱- (سراسری ریاضی ۹۲) اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند، به طوری که $P(A) = 0/6$ و $P(B) = 0/7$ و $P(A \cap B') = 0/2$ باشند، آنگاه $P(A' \cap B)$ کدام است؟

$$0/1 \quad (4)$$

$$0/4 \quad (3)$$

$$0/3 \quad (2)$$

$$0/5 \quad (1)$$

پاسخ: ()