

۱- هفت نفر که سه تای آن ها برادر هستند، در یک صف کنار هم ایستاده اند. با کدام احتمال سه برادر در کنار هم ایستاده اند به طوری که برادر بزرگ تر بین دو برادر دیگر ایستاده است؟

(۱) $\frac{1}{210}$ (۲) $\frac{1}{105}$ (۳) $\frac{1}{21}$ (۴) $\frac{1}{42}$

۲- در یک شهر صنعتی ۶۰ درصد جمعیت مرد و ۴۰ درصد آن زن هستند. اگر ۱۸ درصد مردان و ۱۲ درصد زنان تحصیلات دانشگاهی داشته باشند، چند درصد این جمعیت تحصیلات دانشگاهی دارند؟

(۱) $\frac{15}{2}$ (۲) $\frac{15}{6}$ (۳) $\frac{15}{8}$ (۴) $\frac{16}{2}$

۳- از بین سه دانش آموز، با کدام احتمال فصل تولد حداقل دو نفر از آن ها یکسان است؟ (تعداد روزهای فصل ها را برابر فرض کنید).

(۱) $\frac{5}{8}$ (۲) $\frac{7}{16}$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴) $\frac{9}{16}$

۴- دو تاس را باهم پرتاب می کنیم. احتمال این که مجموع دو تاس عددی زوج شود و حداقل یکی از تاس ها عدد ۴ آمده باشد، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{12}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{5}{36}$ (۴) $\frac{1}{4}$

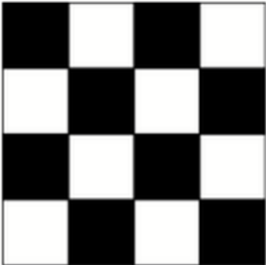
۵- دو نفر به سمت یک هدف تیراندازی می کنند. A به احتمال $\frac{1}{3}$ و B به احتمال $\frac{3}{4}$ به هدف می زند. احتمال آن که فقط B به هدف بزند چند برابر احتمال آن است که فقط A به هدف بزند؟

(۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) ۶ (۴) $\frac{1}{4}$

۶- با کنار هم قرار دادن حروف و ارقام Covid ۱۹ یک رمز شامل ۳ حرف و ۲ رقم می سازیم. چند درصد احتمال دارد که بین دو رقم رمز، حتما یک حرف قرار بگیرد؟

(۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۳۰ (۴) ۴۰

۷- در شکل مقابل، دو خانه از صفحه شطرنجی 4×4 را به تصادف انتخاب می کنیم. اگر دو خانه انتخاب شده هم رنگ باشند، احتمال آن که دو خانه در یک سطر یا در یک ستون صفحه شطرنجی باشند، کدام است؟



(۱) $\frac{2}{7}$
(۲) $\frac{3}{11}$
(۳) $\frac{4}{9}$
(۴) $\frac{5}{13}$

۸- دو جعبه داریم که در جعبه اول ۷ لامپ سالم و ۵ لامپ معیوب و در جعبه دوم ۶ لامپ سالم و ۳ لامپ معیوب قرار دارد. از جعبه اول ۴ لامپ و از جعبه دوم ۶ لامپ، به تصادف برمی داریم و در جعبه جدید قرار می دهیم. با کدام احتمال، یک لامپ انتخابی از جعبه جدید، سالم است؟

(۱) $\frac{11}{30}$ (۲) $\frac{37}{60}$ (۳) $\frac{19}{30}$ (۴) $\frac{23}{60}$

۹- در پرتاب متوالی ۴ سکه، A پیشامد رو بودن ۲ سکه و B پیشامد پشت بودن ۲ پرتاب اول است. در مورد ناسازگاری و مستقل بودن دو پیشامد A و B کدام گزینه درست است؟

- (۱) مستقل هستند، ناسازگار هستند. (۲) مستقل هستند، ناسازگار نیستند.
(۳) مستقل نیستند، ناسازگار هستند. (۴) مستقل نیستند، ناسازگار نیستند.

۱۰- در کیسه ای ۵ مهره سبز، ۴ مهره سفید و ۳ مهره قرمز وجود دارد. سه مهره به تصادف از کیسه خارج می کنیم. با کدام احتمال، رنگ مهره های خارج شده متفاوت است؟

(۱) $\frac{5}{22}$ (۲) $\frac{3}{11}$ (۳) $\frac{7}{22}$ (۴) $\frac{4}{11}$

پاسخ تست ۱: گزینه «۳»

ترتیب قرار گرفتن این هفت نفر به صورت زیر است:



$$P = \frac{5! \times 2!}{7!} = \frac{2}{7 \times 6} = \frac{1}{21}$$

پاسخ تست ۲: گزینه «۲»

$$\text{جامعه} \begin{cases} \text{تحصیلات دانشگاهی دارند} \\ \text{مرد:} \frac{60}{100} \rightarrow \frac{18}{100} \\ \text{زن:} \frac{40}{100} \rightarrow \frac{12}{100} \end{cases}$$

$$\frac{60}{100} \times \frac{18}{100} + \frac{40}{100} \times \frac{12}{100} = 0/108 + 0/048 = 0/156$$

$$\Rightarrow 0/156 \times 100 = 15/6 \text{ درصد}$$

پاسخ تست ۳: گزینه «۱»

باید متمم پیشامدی را در نظر بگیریم که ۳ دانش آموز در ۴ فصل متفاوت متولد شده باشند. بنابراین: $1 - \frac{4 \times 3 \times 2}{4 \times 4 \times 4} = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$

پاسخ تست ۴: گزینه «۳»

در صورتی مجموع دو تاس زوج می شود که یا هر دو زوج شوند و یا هر دو فرد. چون یکی از تاس ها حتما ۴ است، پس حالت هر دو فرد از بین می رود. حالت های باقی مانده را می نویسیم:

$$A = \{(4,2), (2,4), (4,4), (4,6), (6,4)\} = n(A) = 5$$

چون در پرتاب دو تاس $n(S) = 36$ است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{36}$$

پاسخ تست ۵: گزینه «۳»

احتمال این که فقط A به هدف بزند $P(A \cap B')$ و احتمال اینکه فقط B به هدف بزند $P(B \cap A')$ است و چون پیشامدهای A و B مستقل اند داریم:

$$\frac{P(B \cap A')}{P(A \cap B')} = \frac{P(B) \times P(A')}{P(A) \times P(B')} = \frac{\frac{3}{4} \left(1 - \frac{1}{3}\right)}{\frac{1}{3} \left(1 - \frac{3}{4}\right)} = \frac{\frac{3}{4} \times \frac{2}{3}}{\frac{1}{3} \times \frac{1}{4}} = 6$$

پاسخ تست ۶: گزینه «۳»

برای فضای نمونه ای کافی است ۳ حرف از بین ۵ حرف انتخاب کنیم و جایگشت آن ها با دو رقم ۱ و ۹ می شود! ۵. اما برای حالات

مطلوب پس از انتخاب ۳ حرف، باید جعبه ۱۰۹ را تشکیل بدهیم. برای حرف بین دو رقم ۳ انتخاب وجود دارد و خود ۱ و ۹ هم ۲!

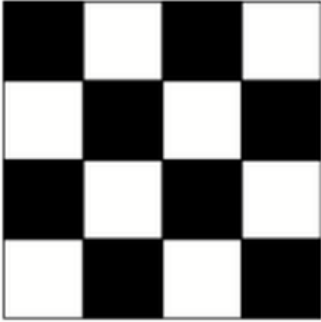
جایگشت دارند. پس داخل جعبه $3 \times 2!$ یعنی ۶ جایگشت مختلف داریم.

دو حرف هم بیرون جعبه باقی می ماند که در کنار جعبه ۳! جایگشت ایجاد می کنند.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{5}{3} \times 6 \times 3!}{\binom{5}{3} \times 5!} = \frac{6}{5 \times 4} = \frac{30}{100} = 30\%$$

پاسخ تست ۷: گزینه «۱»

روش اول: تعداد حالت های انتخاب دو خانه هم رنگ عبارتند از:



$$\left. \begin{aligned} \text{هر دو سیاه} &= \binom{4}{2} = 28 \\ \text{هر دو سفید} &= \binom{4}{2} = 28 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 28 + 28 = 56$$

تعداد حالت هایی که دو خانه هم رنگ در یک سطر یا یک ستون باشند، عبارتند از: $8+8=16$ زیرا:

$$\begin{aligned} \text{دو خانه سفید در یک سطر یا یک ستون} &= 4 \times \binom{2}{2} + 4 \times \binom{2}{2} = 4 + 4 = 8 \\ \text{دو خانه سیاه در یک سطر یا یک ستون} &= 4 \times \binom{2}{2} + 4 \times \binom{2}{2} = 4 + 4 = 8 \end{aligned}$$

بنابراین:

$$P(A|B) = \frac{16}{56} = \frac{2}{7}$$

روش دوم: هر خانه ای که انتخاب کنیم، ۷ خانه هم رنگ با آن برای انتخاب خانه دوم وجود دارد. یکی از این ۷ تا با خانه اول در یک سطر و یکی هم در یک ستون قرار دارد. پس احتمال آن که خانه هم رنگ انتخاب شده با خانه اول در یک سطر یا یک ستون باشد برابر با $\frac{2}{7}$ است.

پاسخ تست ۸: گزینه «۳»

در جعبه جدید ۱۰ لامپ وجود دارد که ۴ تا از جعبه اول و ۶ تا از جعبه دوم آمده است. بنابراین اگر لامپی از جعبه جدید انتخاب کنیم، احتمال آن که متعلق به جعبه اول و دوم باشد به ترتیب برابر $\frac{4}{10}$ و $\frac{6}{10}$ است. همچنین احتمال سالم بودن لامپ جعبه اول و دوم به ترتیب برابر $\frac{7}{9}$ و $\frac{6}{9}$ است. پس طبق قانون احتمال کل، احتمال سالم بودن یک لامپ از جعبه جدید برابر است با:

$$\frac{4}{10} \times \frac{7}{9} + \frac{6}{10} \times \frac{6}{9} = \frac{7}{30} + \frac{2}{5} = \frac{19}{30}$$

پاسخ تست ۹: گزینه «۴»

برای تشخیص سازگاری و استقلال، باید $P(A \cap B)$ را به دست آوریم:

$$n(S) = 2^4 = 16$$

$$A = \{rrpp, rprp, rppr, prrp, prpr, pppr\}$$

$$\Rightarrow n(A) = 6 \Rightarrow P(A) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

$$B = \{pprr, pppr, pppp, pppr\}$$

$$\Rightarrow n(B) = 4 \Rightarrow P(B) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

$$A \cap B = \{pprr\} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{16} \neq \cdot$$

\Rightarrow ناسازگار نیستند

$$P(A \cap B) = \frac{1}{16} \neq P(A) \times P(B) \Rightarrow \text{مستقل نیستند}$$

پاسخ تست ۱۰: گزینه «۲»

تعداد کل انتخاب ها برابر است با: $n(S) = \binom{12}{3} = \frac{12 \times 11 \times 10}{6} = 220$ برای اینکه رنگ مهره های خارج شده متفاوت باشد، باید از هر رنگ یک مهره انتخاب کنیم.

$$n(A) = \binom{5}{1} \times \binom{4}{1} \times \binom{3}{1} = 60$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{60}{220} = \frac{3}{11}$$